

ИНЖЕНЕРНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЯДЕРНО-ФИЗИЧЕСКОЙ АППАРАТУРЫ

УДК 621.384.6

МАГНИТО-ОПТИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА КОЛЛАЙДЕРА NICA С ВЫСОКОЙ КРИТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИЕЙ

© 2022 г. С. Д. Колокольчиков^{a, *}, Ю. В. Сеничев^b

^aИнститут ядерных исследований РАН, Москва, 117312 Россия

^bМосковский физико-технический институт, Долгопрудный, Московская обл., 141701 Россия

*E-mail: sergey.bell13@gmail.com

Поступила в редакцию 19.07.2021 г.

После доработки 09.08.2021 г.

Принята к публикации 09.08.2021 г.

Исследованы способы повышения критической энергии для протонной опции коллайдера NICA. Применен метод суперпериодической модуляции градиентов квадрупольей. Осуществлен выбор секступолей для подавления натуральной хроматичности и компенсации секступольной компоненты. Приведены параметры Твисса для предложенных структур, а также исследованы динамические апертуры и рабочие точки.

Ключевые слова: критическая энергия, суперпериодическая модуляция, магнито-оптическая структура, динамические апертуры

DOI: 10.56304/S2079562922010171

1. ПРОТОННАЯ ОПЦИЯ КОЛЛАЙДЕРА NICA.

Изначально структура коллайдера NICA проектировалась для работы в двух режимах: для экспериментов с тяжелыми ионами $^{79}\text{Au}_{197}$ и для экспериментов с поляризованными протонами/дейтронами p, d. В эксперименте по столкновению тяжелых ионов золота с максимальной энергией 4.5 ГэВ/нуклон критическая энергия магнитооптической структуры коллайдера составляет $E_{tr}^{\text{Au-Au}} = 5.7$ ГэВ ($\gamma_{tr}^{\text{Au-Au}} = 7.1$). В этом случае проблем с прохождением критической энергии не возникает, что было изначально учтено при проектировании. Такое значение критической энергии было достигнуто выбором частоты бетатронных колебаний в горизонтальной плоскости $\nu_x \approx \gamma_{tr}^{\text{Au}} > \gamma_{\text{max}}^{\text{Au}} \approx 7.1$, которая при условии регулярности структуры арок, состоящих из одинаковых ячеек ФОДО, должна быть больше максимального значения фактора Лоренца во всем интервале энергий. Это условие регулярности структуры одновременно необходимо для минимизации модуляции огибающей пучка, совпадающей с условием минимизации эффекта внутривпучкового расщепления в тяжелоионной опции с большой зарядностью частиц. Небольшие возмущения на концах арки за счет подавителей дисперсии методом введения missing magnet не играют принципиального значения на все выше сказанное.

При прохождении через критическую энергию γ_{tr} развивается продольная неустойчивость. Пороговый ток ее развития $I_{th} \sim \eta$ пропорционален коэффициенту расширения орбиты η , который равен нулю при $\gamma = \gamma_{tr} = 7.1$. Темп ускорения протонов при прохождении через критическую энергию при использовании индукционного ускорения ВЧ1 станции составляет $d\gamma/dt = 0.2 \text{ с}^{-1}$. Этот темп слишком мал, чтобы избежать развития неустойчивости при приближении релятивистского фактора к γ_{tr} .

Магнитная жесткость поворотных магнитов постоянна $R_{\text{arc}} B_{\text{bend}} = \frac{Amc\gamma\beta}{eZ} \approx 45$. Тем самым, определяется максимально возможная энергия в эксперименте по ускорению протонов $E_{\text{max}}^p = 12.4$ ГэВ ($\gamma^p = 14.3$), следовательно критическая энергия должна быть на уровне $\gamma_{tr}^p \sim 15\text{--}16$, что заведомо выше критической энергии для ионной регулярной структуры $E_{tr}^{\text{Au-Au}} = 5.7$ ГэВ ($\gamma_{tr}^{\text{Au-Au}} = 7.1$). Чтобы исключить при ускорении протонов прохождение через критическую энергию, для протонной моды должна быть реализована новая оптическая структура колец вместо оптической структуры ионной моды. В этой оп-

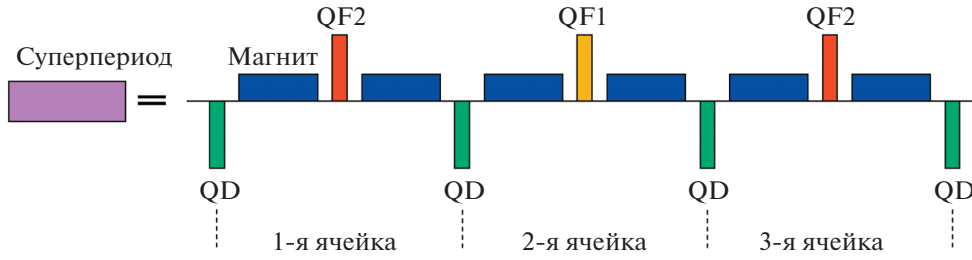


Рис. 1. Введение суперпериода, состоящего из 3-х ФODO ячеек.

тической структуре критическая энергия должна быть выше максимальной энергии протонов при работе коллайдера на эксперимент.

Для протонного пучка с интенсивностью 2×10^{13} время внутрипучкового нагрева возрастает примерно в 30 раз по сравнению с пучками ионов золота с интенсивностью 6.6×10^{10} . Поэтому критическая энергия может подниматься за счет вариации дисперсии без опасения влияния внутрипучкового рассеяния. За счет резонансной модуляции дисперсионной функции коэффициент диффузии для внутрипучкового рассеяния возрастает в 2–3 раза, что не критично как при охлаждении протонов во время накопления, так и при их группировке на энергии эксперимента.

2. ВВЕДЕНИЕ СУПЕРПЕРИОДИЧЕСКОЙ МОДУЛЯЦИИ

Коэффициент расширения орбиты (momentum compaction factor) определяется как

$$\alpha = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{C} \int_0^C \frac{D(s)}{\rho(s)} ds, \quad (1)$$

где C — длина замкнутой равновесной орбиты, $D(s)$ — горизонтальная дисперсионная функция, $\rho(s)$ — радиус кривизны равновесной орбиты.

Уравнение для дисперсионной функции с би-периодической переменной фокусировкой

$$\frac{d^2 D}{ds^2} + [K(s) + \epsilon k(s)] D = \frac{1}{\rho(s)}, \quad (2)$$

где $K(s) = \frac{e}{p} G(s)$, $\epsilon k(s) = \frac{e}{p} \Delta G(s)$, $G(s)$ — градиент магнито-оптических линз, $\Delta G(s)$ — суперпериодическая модуляция градиента. Суперпериод определяется как совокупность нескольких ФODO ячеек, как изображено на рис. 1. Таким образом, в общем случае коэффициент расширения орбиты зависит от функций: кривизны орбиты $\rho(s)$, градиента и модуляции соответственно $G(s)$,

$\Delta G(s)$. В структуре NICA регулярная расстановка отклоняющих магнитов исключает возможность модуляции кривизны орбиты. Поэтому мы используем только модуляцию силы квадрупольных линз по длине суперпериода. Функция $K(s)$ имеет периодичность одного периода фокусирующей ячейки, $k(s)$ имеет периодичность суперпериода. Для одного суперпериода коэффициент расширения орбиты определяется по формуле (3), вывод данной формуле произведен в работе [1]:

$$\alpha_s = \frac{1}{v_{x, \text{арк}}^2} \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\bar{R}_{\text{арк}}}{v_{x, \text{арк}}} \right)^4 \times \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{g_k^2}{(1 - kS/v_{x, \text{арк}}) [1 - (1 - kS/v_{x, \text{арк}})^2]^2} \dots \right\}, \quad (3)$$

где $\bar{R}_{\text{арк}}$ — усредненное значение кривизны, $v_{x, \text{арк}}$ — количество горизонтальных бетатронных колебаний на длине арки, S — количество суперпериодов на длине арки, g_k — k -ая гармоника модуляции градиента при разложении функции в ряд Фурье $\epsilon k(s) = \sum_{k=0}^{\infty} g_k \cos(k\phi)$. В силу зеркальной симметрии разложение произведено по косинусам. В случае отсутствия суперпериодической модуляции $g_k = 0, \forall k$, формула (3) принимает вид $\alpha_s = \frac{1}{v_{x, \text{арк}}^2}$, что соответствует случаю регулярной структуры. Для поднятия критической энергии необходимо уменьшить $\alpha_s = 1/\gamma_{\text{кр}}^{\text{арк}}$, а значит выражение под знаком суммы должно быть отрицательным, это реализуемо при условии $\frac{kS}{v_{x, \text{арк}}} > 1$.

Первая гармоника $k = 1$ является определяющей и для 12 ФODO ячеек реализуемо условие $S = 4$, $v_{x, \text{арк}} = 3$, где 3 ФODO ячейки объединены в один суперпериод. Таким образом, благодаря набегу бетатронных колебаний кратному 2π арка имеет свойства ахромата первого порядка.

Ранее все формулы были приведены для арки, а не для всего кольца коллайдера. Введение пря-

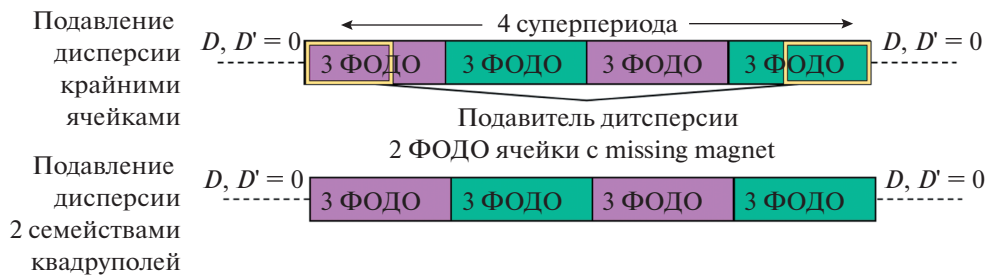


Рис. 2. Принципиальная схема двух возможных вариантов подавления дисперсии для протонной опции коллайдера NICA.

мых участков уменьшает степень модуляции дисперсионной функции. Усреднение дисперсии по более длинной орбите автоматически уменьшает ее значение, а значит уменьшает коэффициент уплотнения орбиты для всего ускорителя, результирующее значение критической энергии γ_{tr}^{total} увеличивается и определяется выражением:

$$\gamma_{tr}^{total} = \gamma_{tr}^{arc} \sqrt{\frac{SL_s + L_{str}}{SL_s}}. \quad (5)$$

3. РАССМОТРЕНИЕ СПОСОБОВ ПОДНЯТИЯ КРИТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ МЕТОДОМ СУПЕРПЕРИОДИЧЕСКОЙ МОДУЛЯЦИИ

Для увеличения критической энергии ускорительного кольца NICA рассматривается возможность изменения дисперсионной функции путем модуляции градиентов квадрупольных на поворотных арках кольца. Для этого рассматривается суперпериод, состоящий из трех ФОДО ячеек, где центральный фокусирующий квадруполь отличается от двух крайних большим значением градиента.

Важным требованием при проектировании магнито-оптической структуры является обеспечение нулевого значения дисперсии на прямых участках для обеспечения движения частиц вдоль равновесной орбиты на этих участках. Это требование легко реализуемо в случае создания регулярных поворотных арок, составленных из одинаковых суперпериодов. В этом случае, обеспечив нулевое значение дисперсии $D = 0$ (а также производной дисперсии $D' = 0$) на входе в арку, в силу регулярности на выходе из арки также будут нулевые значения дисперсии и ее производной, а следовательно и на всем прямом участке. Однако, учитывая особенность структуры коллайдера NICA, наличие missing-magnets на двух крайних ячейках не дает возможность создать полностью регулярную арку из четырех одинаковых суперпериодов. Таким образом, необходимо обеспечить подавление дисперсии на краях арки. Рассматри-

ваются два возможных случая подавления дисперсии:

1) подавление дисперсии при помощи крайних суперпериодов, а именно двух крайних ФОДО ячеек.

На рис. 2 и 3 сверху (Edge Suppressor – ES) изображена принципиальная схема данной магнитооптической структуры. Как видно, две крайние ФОДО ячейки отличаются наличием missing-magnet, и в этих ячейках квадруполь QFE1 и QFE2 также имеют отличные градиенты от основных квадрупольных арки и подбираются таким образом, чтобы подавить дисперсию.

2) Подавление дисперсии всей аркой, при помощи выбора градиентов квадрупольных двух семейств.

На рис. 2 и 3 снизу (Arc Suppressor – AS) изображена принципиальная схема данной магнитооптической структуры. Этот случай отличается тем, что все квадрупольные арки принадлежат первому, либо второму семейству, и подавление дисперсии также обеспечивается только двумя семействами.

Дефокусирующие же квадрупольные как в первом, так и во втором случае принадлежат только одному семейству QD.

3.1. Подавление дисперсии крайними ячейками арки

3.1.1. Выбор градиентов квадрупольных

Выбор значения градиентов квадрупольных арки определяется двумя факторами:

1) получение необходимого значения критической энергии на всем кольце коллайдера, что соответствует $\gamma_{tr} \sim 15-16$;

2) обеспечение количества бетатронных колебаний на арке $\nu_{arc} = 3$ в обоих плоскостях, тем самым удовлетворяя резонансному условию при количестве суперпериодов $S = 4$.

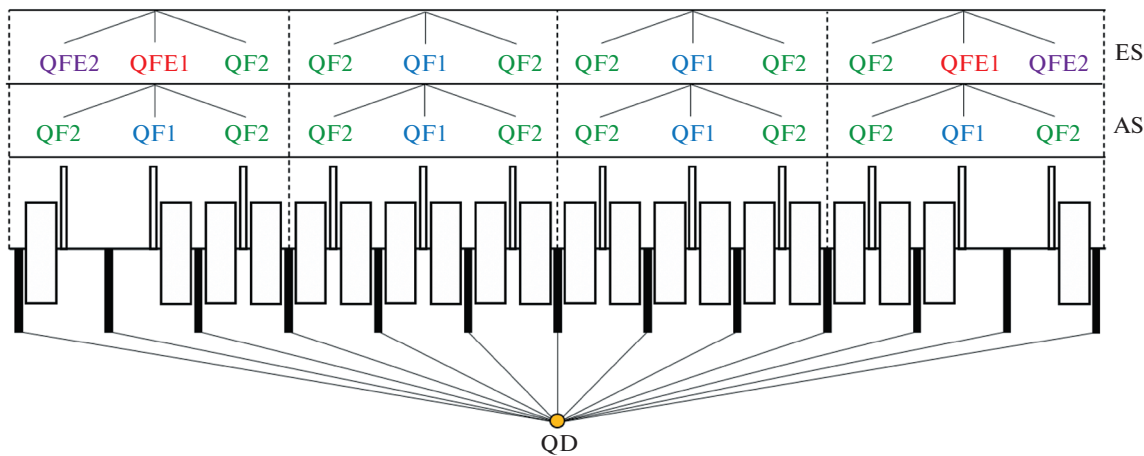


Рис. 3. Схемы арки кольца, обеспечивающие вариацию критической энергии и выполняющие функцию подавления дисперсии на прямых участках. Сверху изображен случай с возможностью подавления дисперсии крайними суперпериодами (Edge Suppressor). Снизу – подавление дисперсии только при помощи подбора градиентов двух семейств квадруполов (Arc Suppressor).

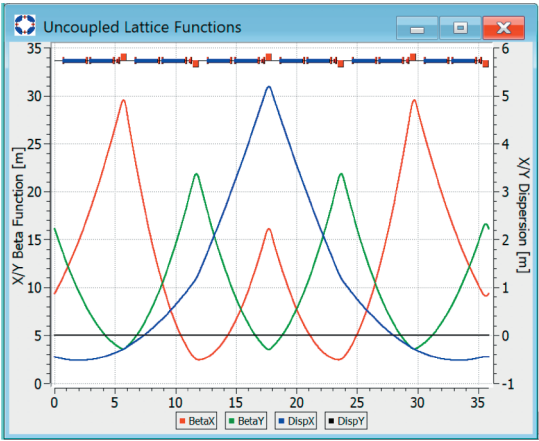


Рис. 4. Модулированный суперпериод $\nu_S = 0.75$.

Квадруполь	Градиент, Тл/м
QF1	28.26481
QF2	20.9276
QD	22.622313
QFE1	30.9342
QFE2	19.58429

Исходя из этих условий, модулируем суперпериод с набегом фазы на суперпериоде $\nu_S = 0.75$ в обеих плоскостях (рис. 4).

Коллайдер также состоит из двух арок и двух прямых участков, соединяющих арки. Посередине прямых участков имеются точки столкновения, где нужно обеспечить малое значение бета-функции для достижения требуемой светимости.

На рис. 5 изображены параметры Твисса всего кольца коллайдера без введения крайних квадруполов QFE1 и QFE2; наглядно видно, что дисперсия не подавлена на прямых участках. Крайний суперпериод имеет missing-magnet в двух ячейках, тем самым делая арки коллайдера не регулярными, и возникает необходимость подавления дисперсии на прямых участках при помощи введения двух дополнительных семейств квадруполов QFE1 и QFE2 на краю арки; параметры Твисса изображены на рис. 6.

В результате значение критической энергии подобрано таким образом, что $\gamma_{tr} = 15.6$, а количество колебаний на арке: $\nu_{x\text{ arc}} = 3.01, \nu_{y\text{ arc}} = 3.01$.

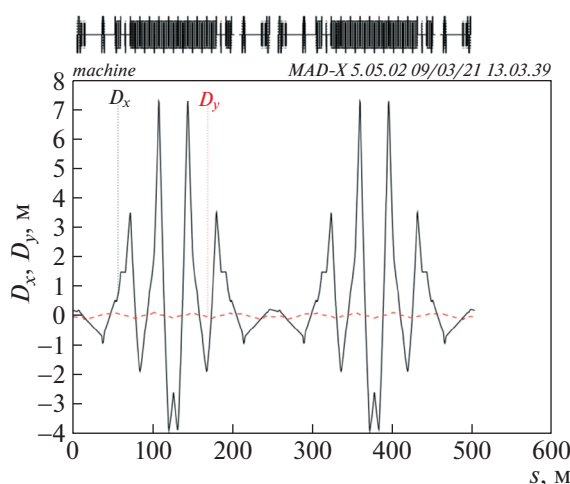


Рис. 5. Дисперсионная функция без введения подавителей дисперсии на двух крайних ячейках.

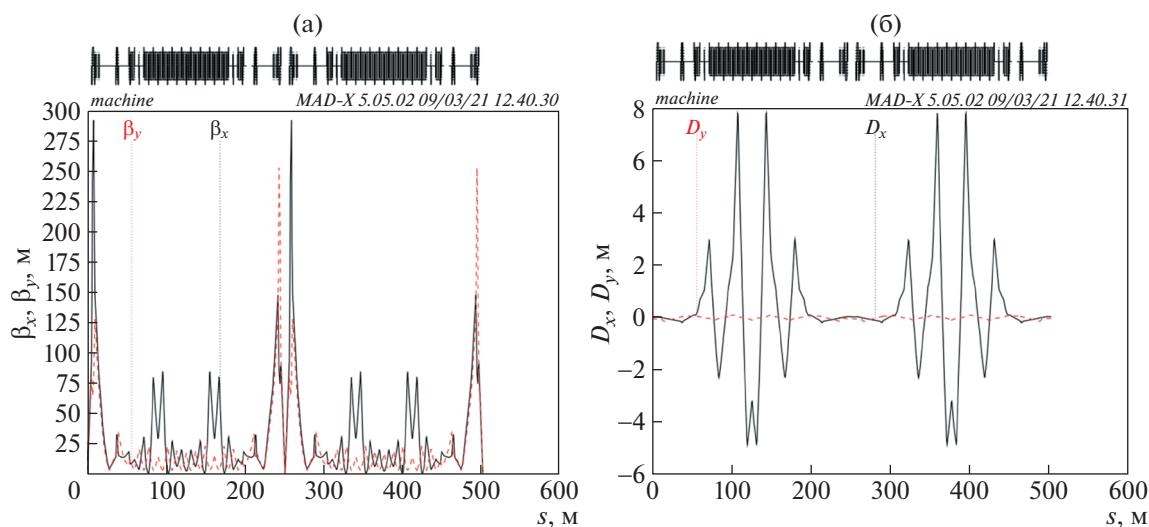


Рис. 6. Подавление дисперсии крайними ячейками арки: (а) бета-функции; (б) дисперсионные функции.

3.1.2. Расстановка секступолей

При расстановке секступолей также нужно учесть несколько параметров:

1) во-первых, необходимо подавить хроматичность на всем кольце коллайдера;

2) во-вторых, для достижения большего значения динамической апертуры нужно добиться взаимной компенсации секступолей и сделать ахромат второго порядка.

Для выполнения первого условия, нужно подавить натуральную хроматичность, обусловленную линейными элементами – квадрупольями и дипольями. Для этого необходимо установить секступоли в области ненулевой дисперсии – на арках вблизи квадрупольей.

Так как набег фазы на арке $\nu_{x \text{ arc}} = 3.01$, $\nu_{y \text{ arc}} = 3.01$. Таким образом на каждом суперпериоде набег фазы 0.75π , в том числе и на крайних. В описанном случае возникают пики β -функции на арке на квадрупольях QF2. Тем самым разность фаз между квадрупольями QF2 первого и третьего (второго и четвертого суперпериода) не кратна $\pi/2$. При этом количество бетатронных колебаний между центральными квадрупольями (QF1 или QFE1) 1 и 3 или 2 и 4 суперпериодов $\nu_{1-3} = \nu_{2-4} = 1.5$. Таким образом, расставив секступоли одного семейства рядом с центральными квадрупольями, получится обеспечить взаимное подавление секступолей. На рис. 7 изображена принципиальная схема расстановки секступолей.

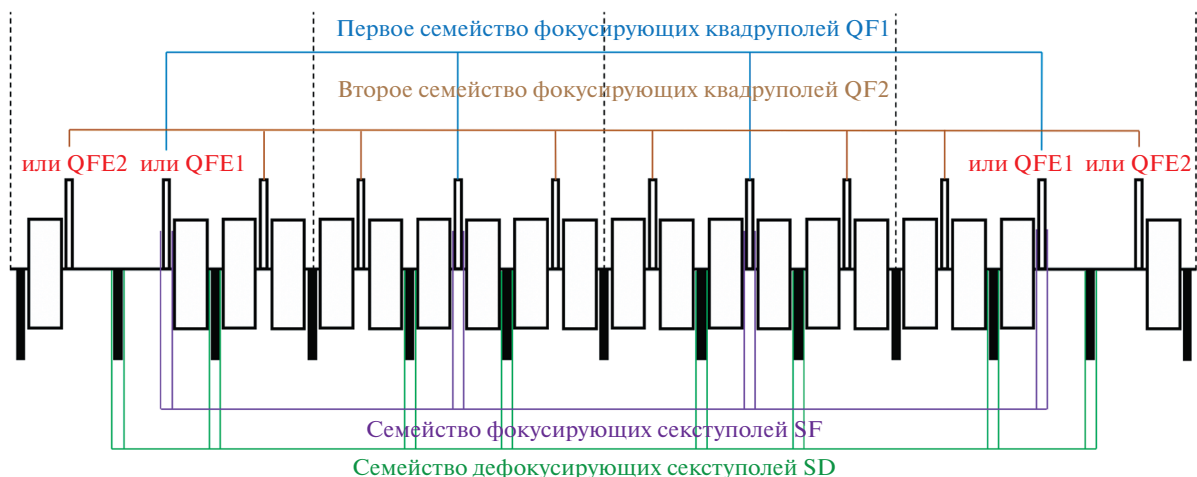


Рис. 7. Принципиальная схема расстановки секступолей в случае подавления дисперсии крайними суперпериодами.

В данном случае необходимо убедиться, что секступоли скомпенсированы. На рис. 8 соответствующие градиенты изображены в виде векторов, при этом поворот вектора отражает набег фазы между соответствующими секступолями и равно количеству бетатронных колебаний умноженных на 2π (в качестве реперного был взят первый секступоль арки). Видно, что для каждого вектора находится вектор, который направлен в противоположную сторону и компенсирует его.

3.1.3. Динамическая апертура и рабочая точка

Рабочая точка для всего кольца 9.44×9.44 , такая же как и для регулярной структуры. На рис. 9 изображены динамические апертуры для этой рабочей точки в обеих плоскостях для разных dp/p .

Динамическая апертура в x -плоскости: 300 мм мрад; в y -плоскости: 100 мм мрад.

3.2. Подавление дисперсии двумя семействами квадруполь арки

3.2.1. Выбор градиентов квадруполь

Данный способ показывает возможность подавления дисперсии на прямых участках при помощи только двух семейств фокусирующих квадруполь.

Как и в первом случае, важно обеспечить:

- 1) получение необходимого значения критической энергии на всем кольце коллайдера, что соответствует $\gamma_{tr} \sim 15-16$;
- 2) подавление дисперсии на прямых участках только при помощи квадруполь двух семейств.

Изначально выбирается суперпериод, как и в первом случае с набегом на суперпериоде $\nu_s = 0.75$. Тем самым получаем значения квадруполь QF1 и QF2 для всей арки, в том числе и на краях.

Однако, получается, что дисперсия на прямых участках оказывается не подавленной (рис. 10). Для подавления дисперсии значения градиентов

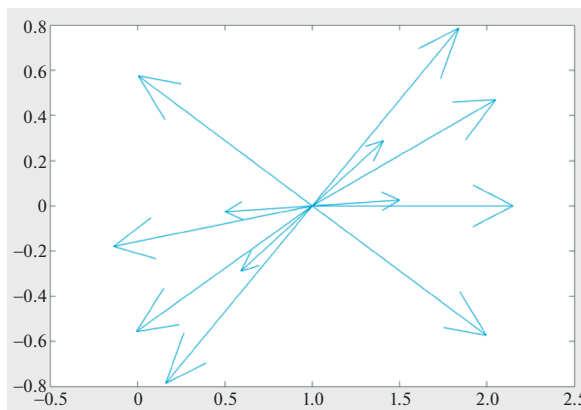


Рис. 8. Векторы секступольных градиентов, повернутые друг относительно друга с учетом фазы.

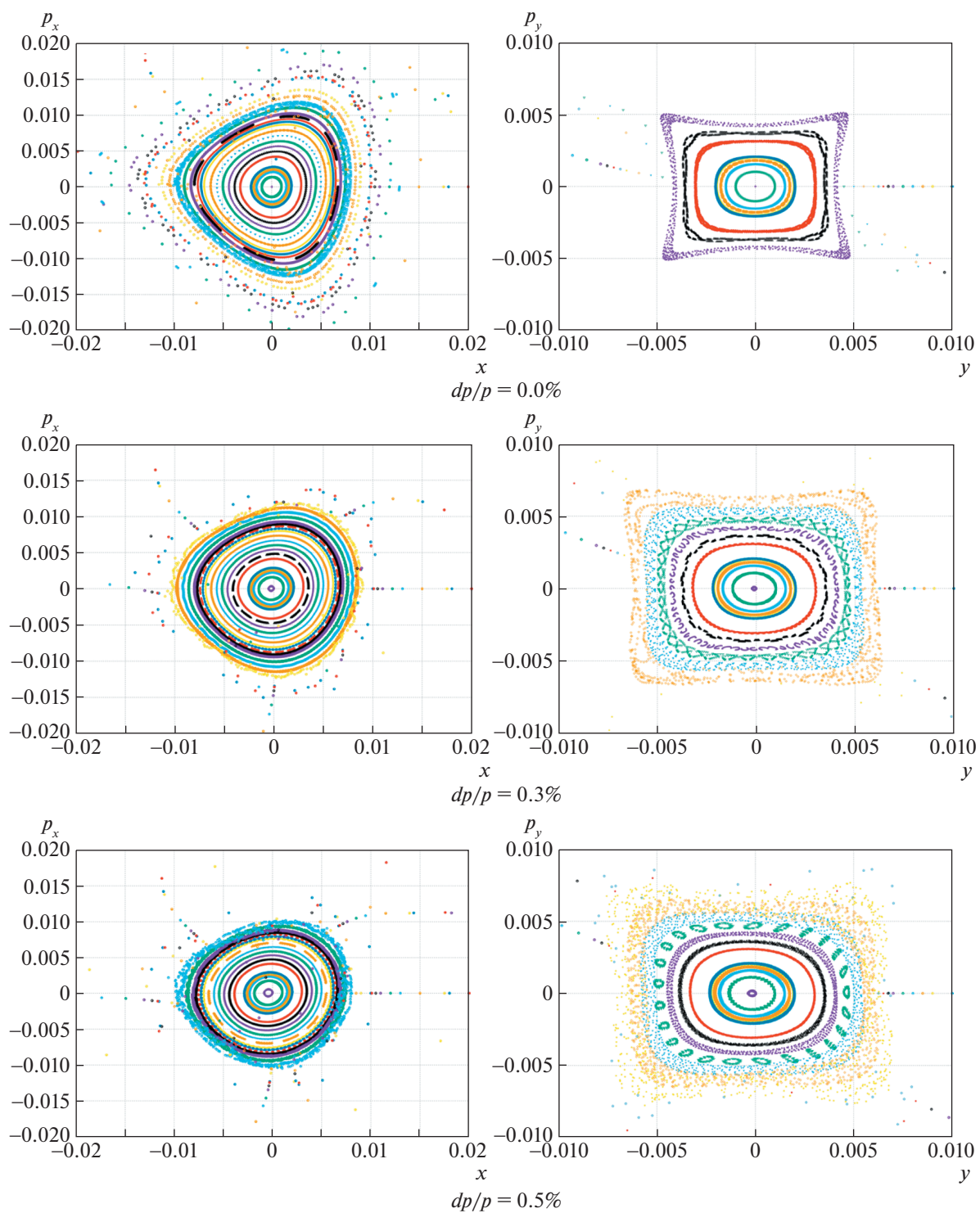


Рис. 9. Динамическая апертура для случая подавления дисперсии крайними квадрупольями. Слева — x -плоскость; справа — y -плоскость.

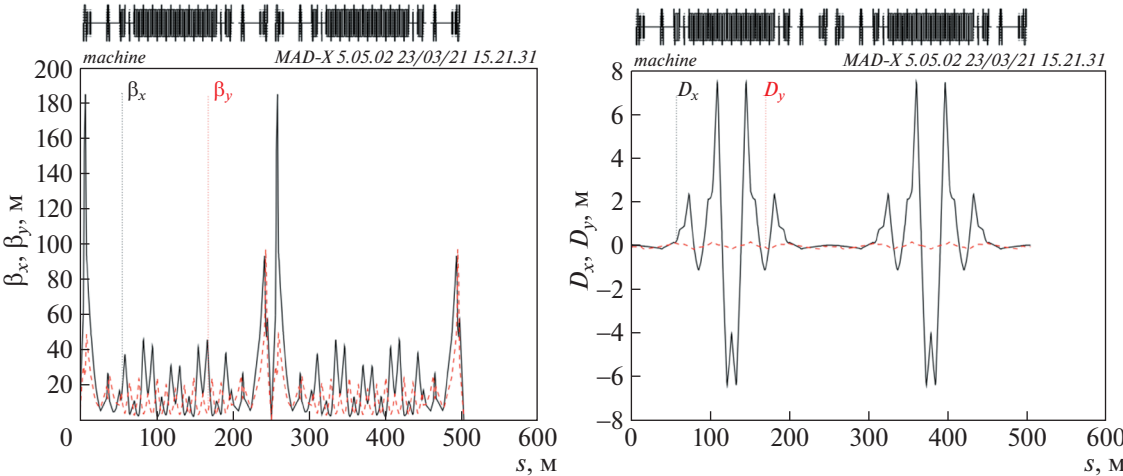


Рис. 10. Подавление дисперсии двумя семействами квадруполов. Слева – бета-функции; Справа – дисперсионные функции.

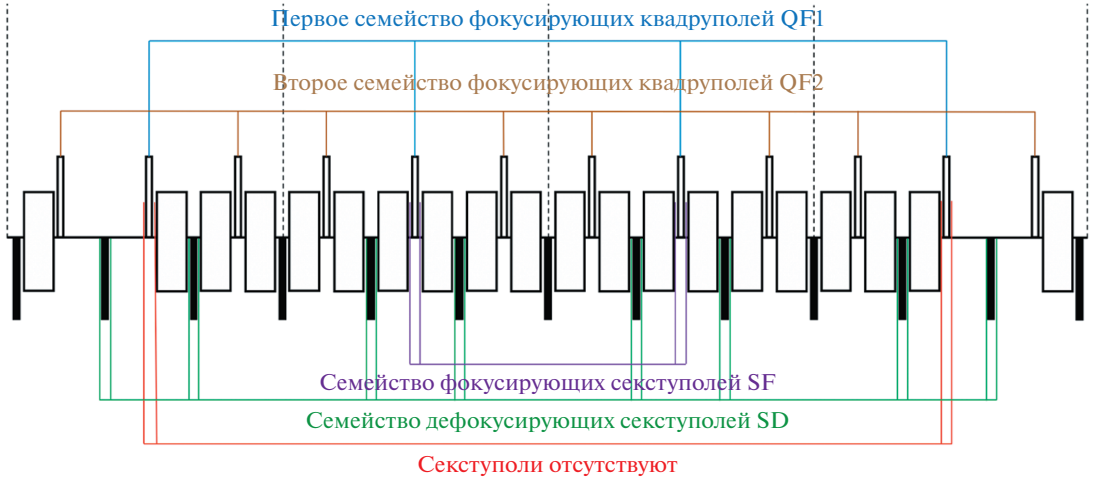


Рис. 11. Принципиальная схема расстановке секступолей в случае подавления дисперсии двумя семействами квадруполов.

квадруполов изменяются, но в таком случае набег фазы на арке становится равен $\nu_{\text{хarc}} = 2.72178, \nu_{\text{yarc}} = 2.99884$, то есть в x -плоскости – кратен 2π .

В этом случае для достижения требуемого значения критической энергии необходимо обеспечить большую модуляцию градиентов квадруполов, чем в случае подавления дисперсии крайними суперпериодами.

Квадруполы	Градиент, Тл/м
QF1	28.95
QF2	19.91
QD	–22.6

3.2.2. Расстановка секступолей

В силу того, что набег фазы на арке не кратен 2π , а также между центральными квадруполями набег не кратен $\pi/2$, а равен 1.41, получается что секступоли не компенсируют друг друга в точности. Расстановка секступолей для этого случая отлична от расстановки секступолей при наличии подавителей дисперсии на краях арки. Семейство SF устанавливаться рядом с центральными квадруполями суперпериода QF1, а SD рядом с дефокусирующими квадруполями QD, но только теми, которые окружают QF1 слева и справа. Однако, в крайних суперпериодах секступоли фокусирующего семейства отсутствуют (рис. 11). Это сделано для уменьшения влияния секступолей на динамическую апертуру.

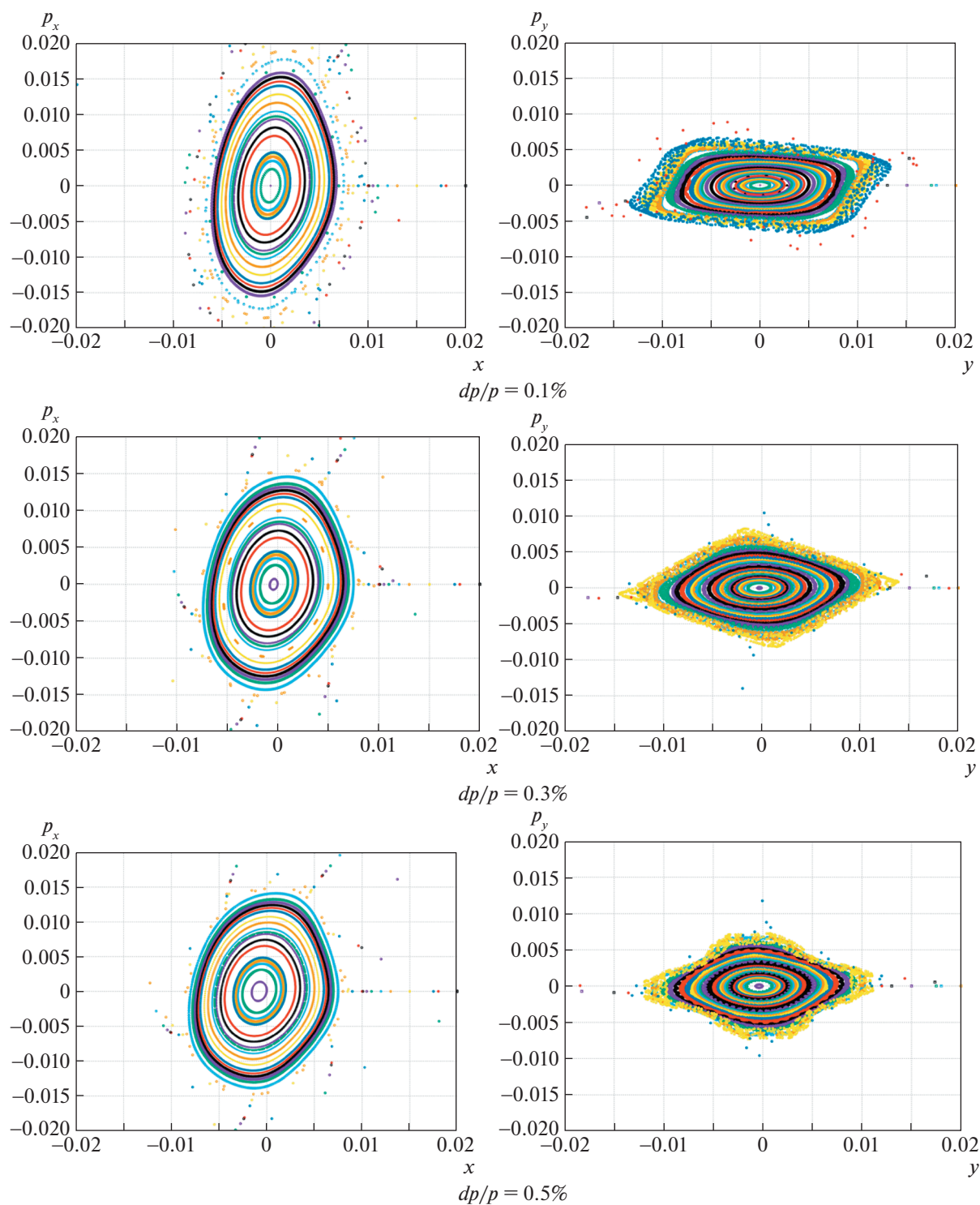


Рис. 12. Динамическая апертура в случае подавление дисперсии двумя семействами квадруполов. Слева — x -плоскость; справа — y -плоскость.

Подавление же хроматичности возможно и без них, так как основной вклад вносят секступоли 2 и 3 суперпериодов.

3.2.3. Динамическая апертура и рабочая точка

Рабочая точка для всего кольца 9.44×9.44 , такая же как и для регулярной структуры. На рис. 12

изображены динамические апертуры для этой рабочей точки в обеих плоскостях для разных dp/p . Динамическая апертура в u -плоскости: 300 мм мрад; в y -плоскости: 200 мм мрад.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. *Senichev Yu.V., Chechenin A.N.* // J. Exp. Theor. Phys. 2007. V. 105. No. 5. P. 988–997.
2. *Senichev Yu.V., Chechenin A.N.* // J. Exp. Theor. Phys. 2007. V. 105. No. 6. P. 1141–1156.
3. *Senichev Yu., Chechenin A., Kostromin S.* // Vestn. SPb. Univ., Ser. 10: Prikl. Mat. Inform. Prots. Upravl. 2011. No. 1. P. 37.
4. *Autin B.* // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1979. V. NS-26. No. 3. P. 3493–3495.
5. *Holzer B.J.* CERN Yellow Report CERN-2013-001. P. 171–206.
6. *Lorentz B., Lehrach A., Maier R., Prasuhn D., Stockhorst H., Tölle R.* HESR Linear Lattice Design. Proc. EPAC08, Genoa, Italy.
7. *Bryant P. J.* Planning Sextupole Families in a Circular Collider. Advanced Accelerator Physics. Proc. 5th Course of the CERN Accelerator School, Rhodes, Greece. Sept. 20–Oct. 1. 1993. V. 1, 2.
8. *Syresin E.M., Butenko A.V., Kozlov O.S., et al.* // Phys. Part. Nucl. 2021. V. 52. No. 5. P. 997–1017.

Magneto-optical Structure of the Nica Collider with High Critical Energy

S. D. Kolokolchikov^{1, *} and Y. V. Senichev²

¹*Institute for Nuclear Research, Russian Academy of Sciences, Moscow, 117312 Russia*

²*Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow Region, 141701 Russia*

**e-mail: sergey.bell13@gmail.com*

Received July 19, 2021; revised August 9, 2021; accepted August 9, 2021

Abstract—Methods of increasing the critical energy for the proton option of the NICA collider are investigated. The method of superperiodic modulation of quadrupole gradients is applied. The selection of sextupoles is carried out to suppress the natural chromaticity and compensate for the sextupole component. The Twiss parameters for the proposed structures are given, as well as the dynamic apertures and working points are investigated.

Keywords: critical energy, superperiodic modulation, magneto-optical structure, dynamic apertures