

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
В ЯДЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ

УДК 538.945

КОНФИГУРАЦИИ МАГНИТНОГО ПОТОКА И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ
ВИХРЕЙ ПО СКОРОСТЯМ В ВТСП ПРИ ПРОТЕКАНИИ
ТРАНСПОРТНОГО ТОКА

© 2026 г. В. П. Ленков^{а, *}, А. Н. Максимова^{а, **}, А. Н. Мороз^{а, ***}, В. А. Кашурников^{а, ****}

^аНациональный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, 115409 Россия

*E-mail: valerii.lenkov25@gmail.com

**E-mail: ANMaksimova@mephi.ru

***E-mail: ANMoroz@mephi.ru

****E-mail: VAKashurnikov@mephi.ru

Поступила в редакцию 12.05.2025 г.

После доработки 28.07.2025 г.

Принята к публикации 31.07.2025 г.

Методом Монте-Карло в рамках двумерной модели слоистого ВТСП получено распределение магнитного поля в плоскости образца, формирующееся при протекании транспортного тока. Рассчитаны скорости вихрей в каждой точке образца. Получена зависимость максимальной скорости вихрей от количества центров пиннинга в образце. Результаты будут использованы в дальнейших расчетах отклика сверхпроводника на импульсное воздействие тока, превышающего критический.

Ключевые слова: ВТСП, пиннинг, транспортный ток

DOI: 10.56304/S2079562926010239

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время активно идет процесс внедрения сверхпроводниковых технологий во все сферы промышленности и науки, такие как электроника, спинтроника, перспективные функциональные материалы. Прослеживается тенденция к использованию высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП), поскольку они требуют меньших затрат на создания специальных условий для возникновения сверхпроводимости. При этом наиболее часто применяемыми на практике являются ВТСП-купраты на основе иттрия — $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$. Преимущество ВТСП обусловлено их высокими критическими параметрами — критический ток, критическая температура и второе критическое поле [1–3]. В зависимости от уровня допирования кислородом критическая температура может достигать практически 100 К, что позволяет получать сверхпроводящее состояние при температуре жидкого азота. Кроме того, величина критического тока может быть существенно повышена путем введения искусственных дефектов — центров пиннинга для Абрикосовских вихрей [4, 5]. Данная задача и в настоящее время остается одной из наиболее важных для экспериментальных и теоретических исследований.

Важнейшей для практики характеристикой является величина критического тока. При протека-

нии через сверхпроводник тока, превышающего критический, происходит срыв вихрей с центров пиннинга и движение под действием силы Лоренца. Наличие течения вихревой решетки вызывает появление электрического поля в образце и переход образца в резистивное состояние. Таким образом, критический ток сверхпроводника определяется вихревой решеткой и особенностями ее взаимодействия с дефектной структурой образца [6]. При не слишком высоких магнитных полях и температурах критический ток определяют экспериментально из вольт-амперной характеристики по критерию 1 мкВ/см [7, 8]. В высоких магнитных полях, однако, получить стационарную вольт-амперную характеристику невозможно из-за разогрева образца протекающим током [9–11]. Поэтому для исследования транспортных характеристик применяется импульсное воздействие, как током, так и магнитным полем. Импульсный режим является ключевым также при работе сверхпроводниковых устройств, таких как токоограничители [12–14]. Формирование отклика сверхпроводника на токовый импульс обусловлено в том числе вихревой решеткой. Поэтому детальное исследование движения вихрей под действием изменяющегося тока является важной задачей. В эксперименте отсутствует возможность проследить за движением отдельного вихря, по-

этому ценность представляет численный эксперимент. Надежным методом для моделирования вихревой системы является метод Монте-Карло.

Метод Монте-Карло (МК) — итерационный метод, позволяющий наблюдать поведение системы многих частиц с учетом различных процессов и взаимодействий в процессе термализации, при этом возможно получение как качественных результатов, так и количественных, которые можно сравнить с экспериментом. Целью представляемой работы является рассчитать распределение магнитного поля и скоростей движения вихрей в сверхпроводнике при протекании транспортного тока. Ключевой особенностью работы является моделирование распределений физических величин, что позволяет наблюдать локальные эффекты, что особенно актуально в случае, если сверхпроводящий образец содержит искусственные центры пиннинга.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

В сверхпроводнике второго рода, какими являются ВТСП, магнитное поле внутри образца определяется конфигурацией вихревой решетки. В данной работе расчет вихревых конфигураций при протекании транспортного тока выполнены методом Монте-Карло для вихревой системы. Расчетная модель основана на модели Лоренса—Доника [15]; в рамках данной модели вихревая нить может быть представлена в виде стопки плоских вихрей — панкейков, существующих в сверхпроводящем слое. Панкейки связаны межплоскостным взаимодействием, имеющим электромагнитную и джозефсоновскую компоненты. В общем случае вихревая решетка в ВТСП — существенно трехмерная система. Однако, в предельном случае сильной анизотропии и температуры, близкой к температуре 3D–2D перехода, межплоскостной связью можно пренебречь и рассматривать один слой как средний отклик всего образца. Ограничиться двумерной моделью можно и в другом предельном случае низкой анизотропии (параметр анизотропии $\gamma \sim 10$). Этот случай характерен для ВТСП на основе иттрия (например, $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$) и принят в данной работе. С учетом вышесказанного, свободная энергия вихревой системы может быть записана следующим образом:

$$G = \sum_i \left(\frac{1}{2} \sum_{j \neq i} U_{ij} + \varepsilon + \delta(U_M + U_T) + U_{\text{surf}} + \sum_k U_p \right). \quad (1)$$

Первое слагаемое обусловлено попарным взаимодействием вихрей Абрикосова, $U_{ij} = U_0 K_0 \left(\frac{r_{ij}}{\lambda} \right)$,

где $U_0 = \frac{(\Phi_0)_1(\Phi_0)_2}{8\pi^2\lambda^2} \delta$, второе — собственной энергией вихря, приходящуюся на один слой, $\varepsilon = \delta \left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda} \right)^2 \lg \left(\frac{\lambda(T)}{\xi(T)} + 0.52 \right)$, третье слагаемое описывает энергию взаимодействия с мейсснеровским и транспортным токами, рассчитываемую как работу по перемещению вихря вглубь сверхпроводящего образца (в точку с координатой x),

$$U_M + U_T = -\Delta W_I = \frac{\Phi_0}{4\pi} \cdot \left(\mathbf{H}_0 \left(1 - \frac{\text{ch}(x/\lambda)}{\text{ch}(d/2\lambda)} \right) + \mathbf{H}_I \left(\frac{\text{ch}(x/\lambda)}{\text{ch}(d/2\lambda)} \mp 1 \right) \right), \quad (2)$$

где минус выбирается при рождении вихря в положительной области оси x , плюс — в отрицательной. Направление оси x параллельно направлению силы Лоренца и, соответственно, линиям входа вихрей в образец. Ось y параллельна направлению транспортного тока, и в направлении y действуют периодические граничные условия. Внешнее магнитное поле и собственное поле тока направлены вдоль оси z . В данной работе рассматривается случай нулевого внешнего магнитного поля.

Четвертое и пятое слагаемые описывают взаимодействие с плоской границей образца и взаимодействие с центрами пиннинга (дефектами). Потенциал взаимодействия вихря с центром пиннинга выбирается в виде потенциальной ямы с эффективной глубиной α и радиусом $\sim \xi$. Именно такие дефекты обеспечивают наиболее эффективный пиннинг. Таким образом,

$$U_p = -\alpha \frac{1}{1 + r_{ij}/\xi} \exp \left(-\frac{r_{ij}}{2\xi} \right). \quad (3)$$

Более подробное описание модели можно найти в работах [16–18].

Для моделирования были выбраны значения λ и ξ , характерные для купратов: $\lambda(T=0) = 180$ нм, $\xi(T=0) = 2$ нм.

Для расчета конфигурации магнитного поля плоскость образца разбивалась на клетки, характерный размер которых 50 нм, после установления равновесия в системе в каждой клетке с интервалом 100 МК шагов вычислялось значение магнитного поля, создаваемого вихревой системой, после чего производилось усреднение по числу измерений. В конце к полученным результатам добавлялась постоянная компонента — поле транспортного тока. При расчете распределения скоростей учитывались только их проекции на ось x , поскольку вдоль оси x на вихри действует сила Лоренца со стороны транспортного тока. Использовалось то же разбиение на клетки, что и

при расчете полей, но для большей точности мгновенные скорости, вычисляемые как изменение координаты вихря за один МК шаг, рассчитывались каждый МК шаг после термализации, а затем усреднялись по числу шагов.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

В рамках данной модели был детально исследован режим протекания транспортного тока в сверхпроводнике, содержащем дефекты. Важными параметрами являются конфигурация локального магнитного поля в образце, а также скорости, с которыми движутся вихри под действием силы Лоренца. Расчет скорости вихрей необходим для дальнейшего расчета напряженности электрического поля в образце.

В работе была проанализирована зависимость распределения скоростей от числа центров пиннинга в образце. Для этого была выбрана квадратная решетка дефектов, при этом все они находились в пределах $[-L_y : L_y]$ по оси y и $\left[-\frac{d}{2} + 0.4\lambda_0 : \frac{d}{2} - 0.4\lambda_0\right]$. (Такой отступ был взят, поскольку в противном случае пиннинг происходил бы в приграничной области, что препятствовало бы рождению новых вихрей и входу их в образец). Расчет был выполнен для значений тока через образец, превышающих критический. Рождение вихрей в сверхпроводнике обусловлено не током, а магнитным полем на границе образца; в случае транспортного тока таким полем является собственное поле тока H_1 . Внешнее магнитное поле в расчете отсутствует. При добавлении большего числа дефектов росла их концентрация и уменьшалось расстояние между ними, что приводило к тому, что при одинаковом значении поля наступал момент, когда вихри переставал двигаться вглубь образца. Данная ситуация соответствует достижению критического тока.

На первом этапе был выполнен тестовый расчет для сверхпроводника, не содержащего центров пиннинга. В этом случае формируется равномерное распределение магнитного поля вихрей (в левой части пластины) и антивихрей (в правой части пластины) с областью аннигиляции в центре, где наблюдается практически скачкообразная смена знака магнитного поля. Скорости одинаковы для всех вихрей и не меняются вдоль образца. Результат показан на рис. 1, изображение в левом верхнем углу — равномерное распределение скоростей в бездефектном образце.

Будем далее увеличивать число дефектов. Рассмотрим сначала регулярную квадратную решетку. На остальных изображениях рис. 1 показано протекание вихрей по линиям между рядами дефектов при небольшом значении N_d , отсутствие тока вихрей при большой концентрации дефек-

тов ($N_d = 30 \times 30$), не считая отдельных локальных переходов. Это связано с тем, что при данном значении поля вихри активно закрепляются на ближайших дефектах, образуя своеобразную стену, не позволяющую новым вихрям проникать вглубь образца.

Представляет интерес исследовать не только распределение вихрей по скоростям при данной конфигурации центров пиннинга, но и зависимость скорости вихрей от числа дефектов. В представленной работе определена зависимость максимальной скорости вихрей от числа дефектов в образце. Для этого брались решетки вида $n \times n$, где для n были выбраны значения от 5 до 30, при этом для исключения возможных ошибок бралось среднее от 5 максимальных скоростей в клетке. По рис. 2 видно, что при небольшом числе дефектов в образце скорости вихрей достигают больших значений (в бездефектном образце максимальные скорости ~ 20 см/с), чем в чистом образце, что обусловлено ускорением вихрей вблизи центров пиннинга, занятых вихрями (рис. 3). Это обусловлено дополнительным отталкиванием свободных вихрей от вихрей, закрепленных на дефектах. Однако, начиная с решетки 14×14 , наблюдается резкий спад — свободные вихри полностью или почти полностью перестают проникать вглубь образца, занимая лишь ближайшие к границам дефекты, тем самым создавая “барьер” для новых вихрей (рис. 4). В этой ситуации средние скорости вихрей практически равны 0, что соответствует нулевому значению электрического поля в образце. Таким образом, при данном размере образца решетка 14×14 дефектов обеспечивает протекание тока через сверхпроводник без сопротивления.

Кроме того, был исследован вопрос о зависимости распределения скоростей от общего числа дефектов при постоянном числе рядов. Для рассмотрения были выбраны массивы дефектов 5×10 , 10×10 , 20×10 и 30×10 . На рис. 5 представлены распределения полей и скоростей для таких решеток. Видно, что при увеличении числа дефектов вдоль оси x движение вдоль линии дефектов останавливается, вихри начинают течь строго вдоль “каналов” между дефектами, поскольку все дефекты заняты вихрями и отталкивают текущие поперек вихри. Тем не менее, при достаточно большой концентрации дефектов вдоль оси x вихри перестают закреплять всю решетку, таким образом, остаются открытыми не все “каналы”, а ближе к центру образца появляется возможность движения вихрей из одного “канала” к другому, поскольку не все дефекты оказываются закрепленными вихрями. Что касается максимальных скоростей, зависимости от числа дефектов в продольном направлении не обнаруживается (везде они составляют ~ 40 см/с), хотя при усреднении

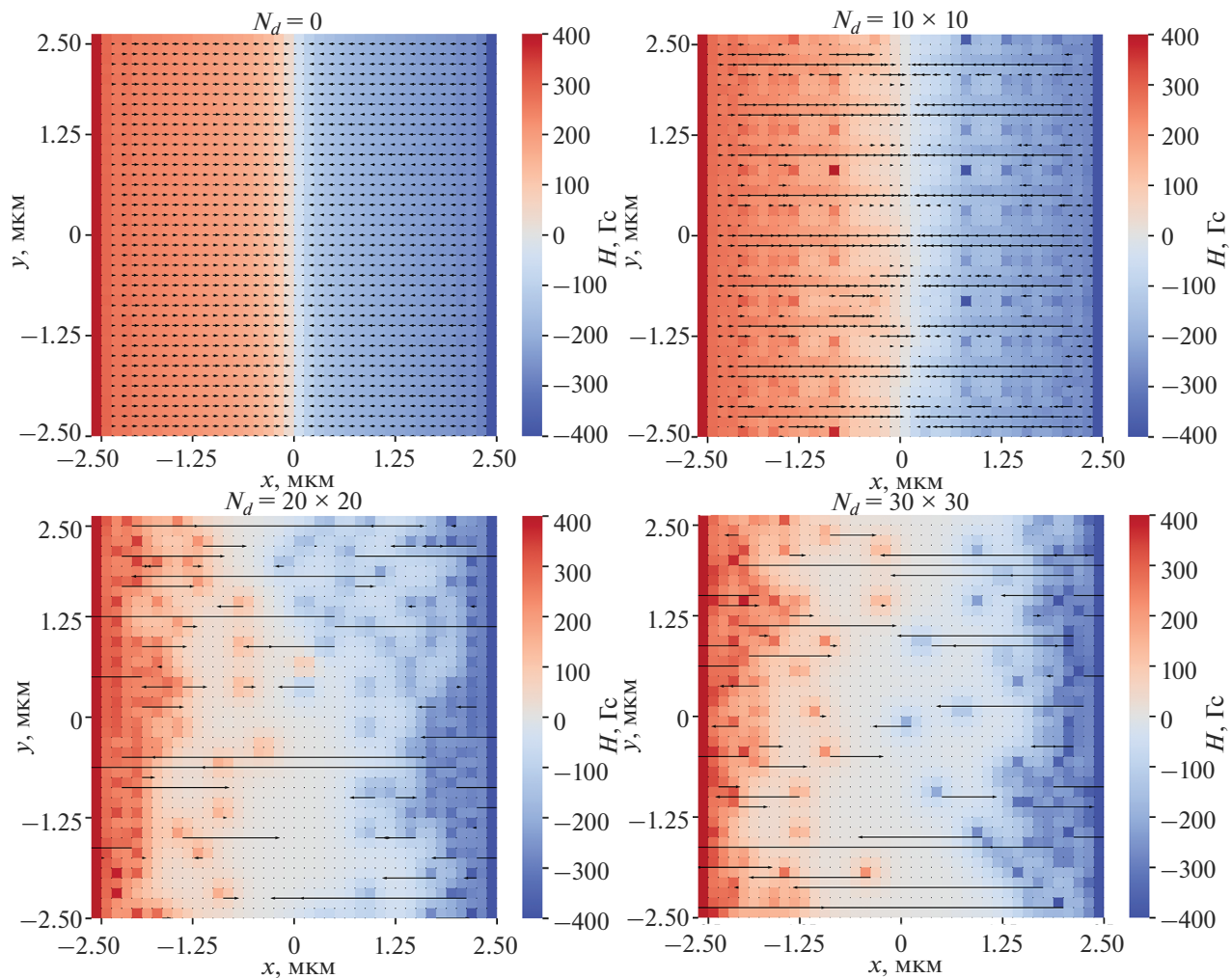


Рис. 1. Распределение полей и скоростей для образцов с различным числом дефектов. Поле тока $H_I = 500$ Гс.

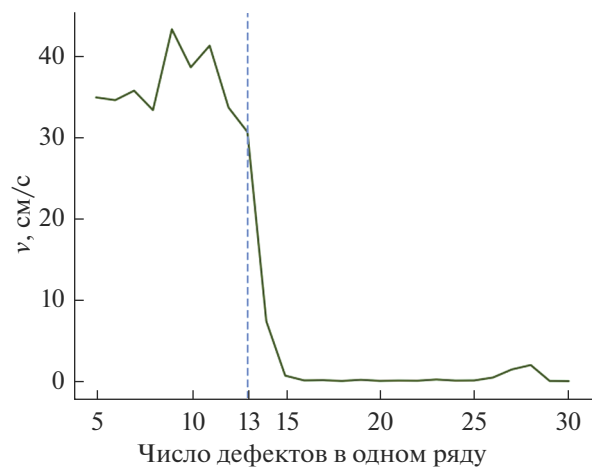


Рис. 2. Зависимость максимальной скорости вихрей от числа дефектов в квадратных решетках вида $n \times n$.

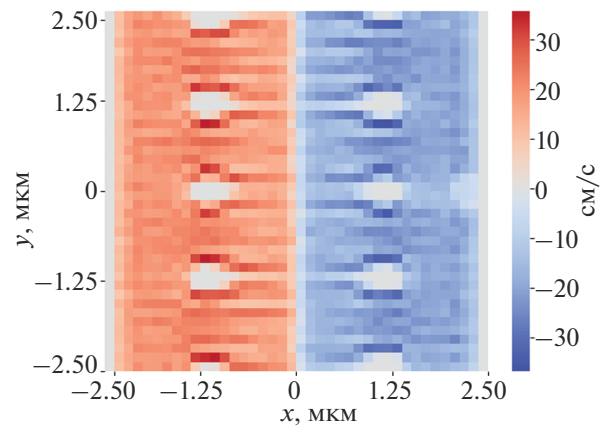


Рис. 3. Распределение скоростей в решетке дефектов 5×5 .

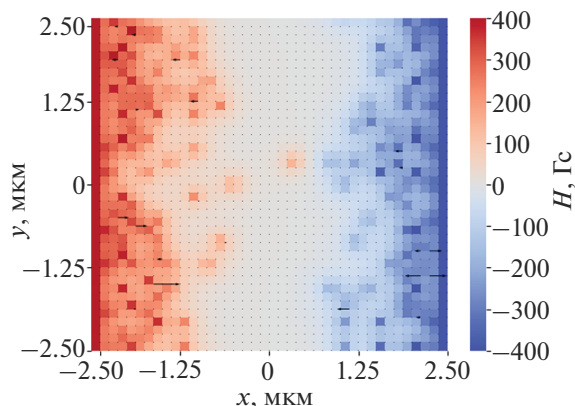


Рис. 4. Распределение полей (цветом) и скоростей (стрелками) в решетке дефектов 29×29 .

наблюдается падение абсолютной величины скоростей (рис. 6).

Таким образом, показано, что под действием силы Лоренца вихри движутся равномерно к центру образца. Максимальная скорость вихрей имеет убывающую зависимость от расстояния между дефектами вдоль оси x . Для квадратной решетки дефектов наблюдается резкий спад скорости вихрей до нуля при достижении критического тока. Предметом дальнейшего исследования является определение конфигурации сверхпроводящего тока в образце, а также изучение динамики вихревой системы под действием токовых импульсов.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методом Монте-Карло в рамках двумерной модели слоистого высокотемпературного сверхпроводника выполнен детальный анализ конфигураций и скоростей вихрей в ВТСП-образце при протекании постоянного транспортного тока. В расчете учтено наличие искусственных центров пиннинга в образце; расчет выполнен для прямо-

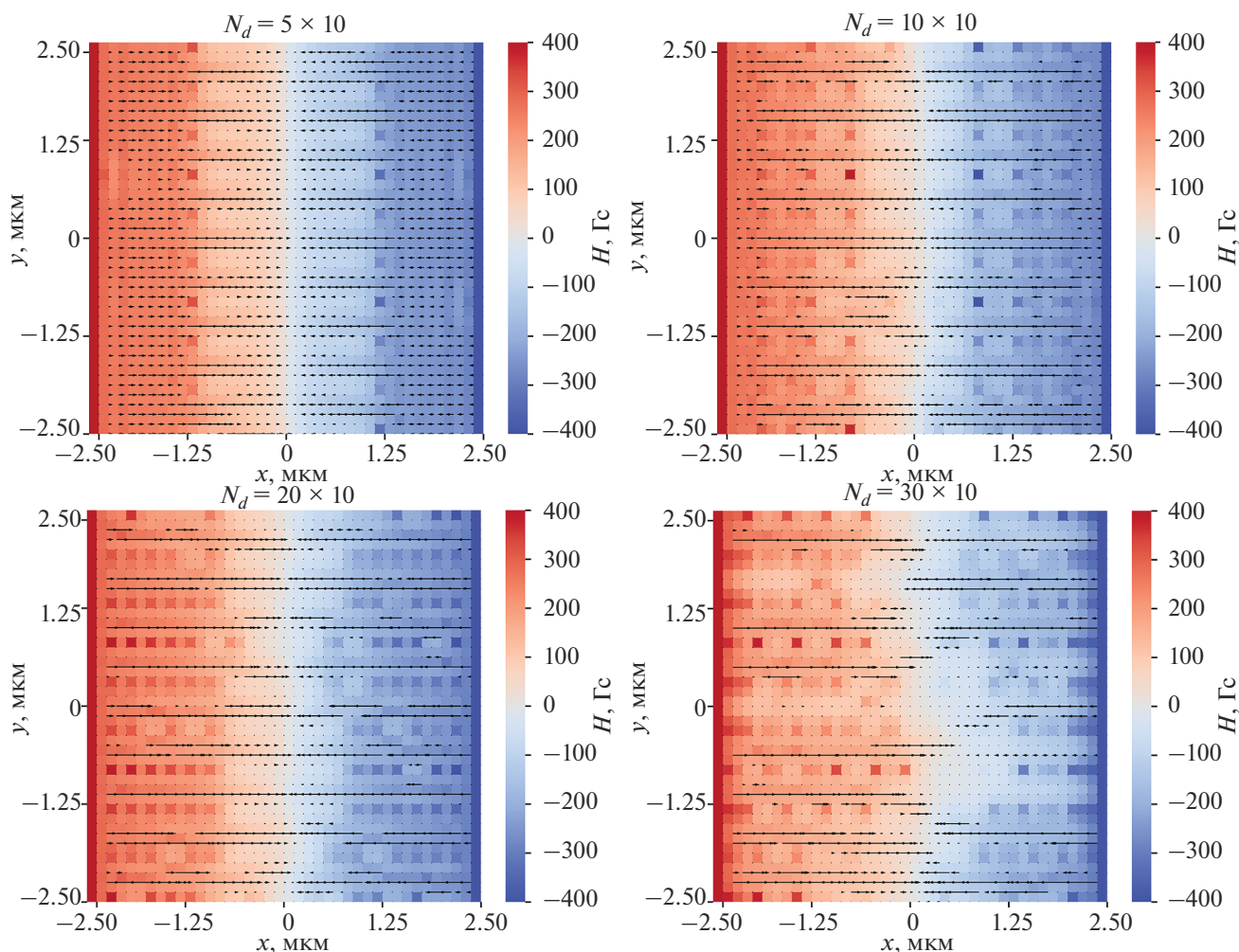


Рис. 5. Распределение полей и скоростей при одинаковом числе рядов дефектов.

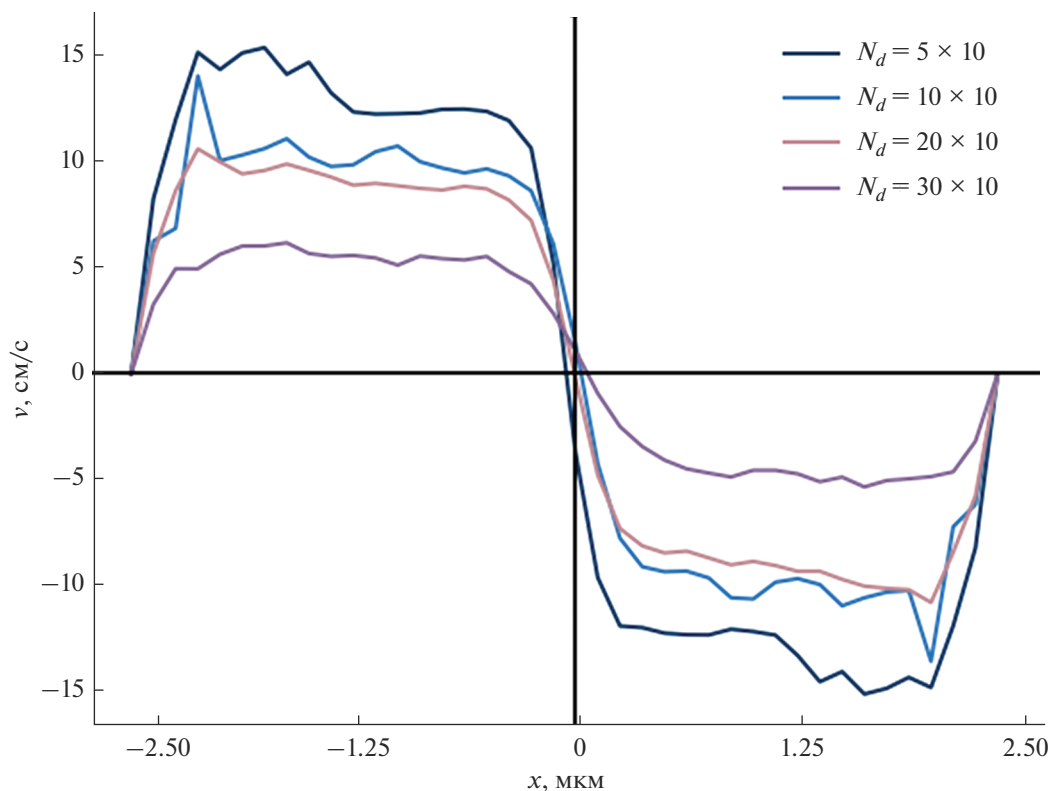


Рис. 6. Усредненный по оси y профиль скоростей.

угольной решетки дефектов и проанализировано влияние концентрации дефектов на распределение вихрей по скоростям. Показано, что в отсутствие центров пиннинга скорости всех вихрей одинаковы и не зависят от координаты x (ось x параллельна направлению входа вихрей с границы в образец). Для дефектного образца продемонстрировано формирование “вихревых рек” из вихрей, не закрепленных на дефектах. Показано, что средняя скорость течения вихрей не зависит от концентрации дефектов. Получены профили магнитного поля вдоль оси x . Развитый метод расчета скоростей вихрей будет использован в дальнейшем при расчете отклика вихревой системы в сверхпроводнике на импульс транспортного тока.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках Госзадания (проект FSWU-2025-0008) при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. Aye M.M., Rivasto E., Huhtinen H., Paturi P. Enhanced critical current density in heterostructural YBCO/Ca-doped YBCO multilayers // *Cryst. Growth Des.* 2024. V. 24 (11). P. 4545–4555.
2. Hussein A.A., Hussein A.A., Hasan N.A. Study of the properties of YBCO superconductor compound in various preparation methods: a short review // *J. Appl. Sci. Nanotechnol.* 2023. V. 3 (1). P. 65–79.
3. Gaffoor M.Z., Jarvis A.L.L., Archer J.C. Investigating the critical transitional temperature increase in graphene oxide doped bulk YBCO // *Results Phys.* 2023. V. 44. P. 106140.
4. Huang D., Gu H., Shang H., Li T., Xie B., Zou Q., Chen D., Chu W.-k., Ding F. // Enhancement in the critical current density of BaTiO₃-doped YBCO films by low-energy (60 keV) proton irradiation // *Supercond. Sci. Technol.* 2021. V. 34 (4). P. 045001.
5. Kumar G., Dahiya M., Kumar R., Kumar D., Khare N. Enhanced critical current density and pinning properties in KNbO₃ nanoparticles added YBCO superconductor // *Appl. Phys. A.* 2023. V. 129 (4). P. 291.
6. Blatter G., Feigel'man M.V., Geshkenbein V.B., Larkin A.I., Vinokur V.M. Vortices in high-temperature superconductors // *Rev. Mod. Phys.* 1994. V. 66 (4). P. 1125.
7. Durrell J. Critical current anisotropy in high temperature superconductors. PhD Diss. 2001. Cambridge: Cambridge Univ.
8. Davidson B.A., Redwing R.D., O'Callaghan J., et al. Magnetic field sensitivity of variable thickness microbridges in TBCCO, BSOCO, and YBCO // *IEEE Trans. Appl. Supercond.* 1994. V. 4 (4). P. 228–235.
9. Riva N., Richard S., Sirois F., Lacroix C., Dutoit B., Gril-li F. Overcritical current resistivity of YBCO-coated conductors through combination of PCM and finite-

- element analysis // IEEE Trans. Appl. Supercond. 2019. V. 29 (5). P. 6601705.
10. Riva N., Sirois F., Lacroix C., Pellerin F., Giguere J., Grilli F., Dutoit B. The eta-beta model: an alternative to the powerlaw model for numerical simulations of REBCO tapes // arXiv:2106.11412. 2021.
 11. Zhao Y., Li Y., He D., Liu H., Ji X., Li Z., Zhang H., Ma J., Shen B. Transient characteristics of YBCO tapes under pulsed current and pressures // IEEE Trans. Appl. Supercond. 2019. V. 30 (2). P. 5600206.
 12. Neumueller H.-W., Schmidt W., Kraemer H.-P., et al. Development of resistive fault current limiters based on YBCO coated conductors // IEEE Trans. Appl. Supercond. 2009. V. 19 (3). P. 1950–1955.
 13. Tixador P. Fault current limiter based on high temperature superconductors // Phys. C (Amsterdam, Neth.). 2023. V. 615. P. 1354398.
 14. Sotelo G.G., dos Santos G., Sass F., et al. A review of superconducting fault current limiters compared with other proven technologies // Superconductivity. 2022. V. 3. P. 100018.
 15. Lawrence W., Doniach S. Proc. 12th Int. Conf. Low Temperature Physics. Kyoto, Japan, 1970. Kanda E. (Ed.). 1971. Tokyo: Keigaku. P. 361.
 16. Kashurnikov V.A., Maksimova A.N., Moroz A.N., Rudnev I.A. A high-temperature superconductor under applied strain: vortex dynamics and critical current density // Supercond. Sci. Technol. 2018. V. 31 (11). P. 115003.
 17. Kashurnikov V., Maksimova A., Rudnev I., Odintsov D. Critical current density in anisotropic superconductors containing columnar defects // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. V. 1238 (1). P. 012016.
 18. Kashurnikov V.A., Maksimova A.N., Rudnev I., Odintsov D.S. Magnetization and transport characteristics of layered high-temperature superconductors with different anisotropy parameters // Phys. Solid State. P. 1505–1512.

Magnetic Flux Configurations and Vortex Velocity Distribution in an HTS with Transport Current

V. P. Lenkov^{1, *}, A. N. Maksimova^{1, **}, A. N. Moroz^{1, ***}, and V. A. Kashurnikov^{a, ****}

¹National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia

*e-mail: valerii.lenkov25@gmail.com

**e-mail: ANMaksimova@mephi.ru

***e-mail: ANMoroz@mephi.ru

****e-mail: VAKashurnikov@mephi.ru

Received May 12, 2025; revised July 28, 2025; accepted July 31, 2025

Abstract—Using the Monte Carlo method, the distribution of the magnetic field in the superconductor plane, which is formed during the flow of a transport current, is obtained within the framework of a two-dimensional layered HTS model. The vortex velocities at each point of the sample are calculated. The dependence of the maximum vortex velocity on the number of pinning centers in the sample is obtained. The results will be used in further calculations of the response of a superconductor to a pulsed current exceeding the critical current.

Keywords: HTS, pinning, transport current