ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА И ИНЖИНИРИНГ, 2020, том 11, № 4, с. 216–218

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЯДЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ

УДК 530.145

О РАСПАДЕ СИЛЬНОГО СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ В КМ И КТП

© 2020 г. Е. Н. Ланина[a, b, *], Д. А. Трунин[a, b], Э. Т. Ахмедов[a, b]

[a] *Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Москва, 141701 Россия*

[b] *Институт теоретической и экспериментальной физики им. А.И. Алиханова, Москва, 117218 Россия*

**E-mail: lanina.lena@mail.ru*

Поступила в редакцию 08.05.2020 г.
После доработки 03.08.2020 г.
Принята к публикации 03.08.2020 г.

Сначала рассматривается случай (0 + 1)-мерной неравновесной квантовой механики на примере модели Юкавы во внешнем скалярном поле $\phi_{cl}(t) = \frac{m}{\lambda} + \frac{\alpha}{\lambda} t$. Показывается, что точные фермионные пропагаторы не меняются со временем, а рост бозонных пропагаторов определяется вкладом в квантовое среднее поля ϕ и отвечает так называемым диаграммам типа “головастик”. Затем рассматривается теория Юкавы взаимодействующего массивного дираковского поля и безмассового действительного скалярного поля в (1 + 1)-мерном пространстве Минковского с сигнатурой (+1, –1). В этой теории находится сначала классический ток, а затем и квантовые поправки для дираковского поля во внешнем зависящем от координаты скалярном поле с взаимодействием Юкавы. Изучается отклик рождения пар фермионов на внешнее линейно зависящее от координаты бозонное поле.

Ключевые слова: модель Юкавы, скалярное поле, фермионное поле, пропагатор, квантовое среднее, функция грина, диаграммная техника Швингера–Келдыша, теория возмущений, населенность энергетических уровней, аномальное квантовое среднее

DOI: 10.1134/S2079562920040119

Сначала мы рассматриваем случай (0 + 1)-мерной неравновесной квантовой механики на примере модели Юкавы во внешнем скалярном поле $\phi_{cl}(t) = \frac{m}{\lambda} + \frac{\alpha}{\lambda} t$, где m – масса скалярного фермионного поля ψ, λ – константа взаимодействия. Мы показываем, что точные фермионные пропагаторы не меняются со временем в силу того, что $[\bar{\psi}\psi, H_{\text{full}}] = 0$, где H_{full} – полный гамильтониан нашей теории. Квантовые средние берутся по вакууму для бозонов и по двум состояниям для фермионов: в первом случае – по вакууму (по состоянию, которое зануляется оператором уничтожения фермиона), а во втором случае – по состоянию, которое зануляется оператором рождения фермиона.

Далее, в первом случае мы получаем, что древесное выражение для бозонного пропагатора является точным. А во втором случае сначала мы показываем, что поправка второго порядка по константе связи определяется вкладом в квантовое среднее поля ϕ, а именно:

$$\Delta D(t_1, t_2) = \Delta D^K(t_1, t_2) = \Delta\langle\phi(t_1)\rangle \Delta\langle\phi(t_2)\rangle = = \frac{\lambda^2}{4}(t_1 - t_0)^2 (t_2 - t_0)^2,$$

где t_0 – момент времени, после которого взаимодействие $\lambda\phi\bar{\psi}\psi$ адиабатически включается, а индекс K обозначает келдышевскую функцию Грина. Поправки же к запаздывающей (индекс R) и опережающей (индекс A) функциям Грина в том же порядке по константе связи равны нулю.

Затем, используя диаграммную технику Швингера–Келдыша [1, 2], показывается, что данный рост бозонных пропагаторов отвечает так называемым диаграммам типа “головастик”, а также что поправки высших степеней по λ зануляются во всех порядках теории возмущений. И таким образом, мы имеем:

$$D^K_{\text{exact}}(t_1, t_2) = D^K_0(t_1, t_2) + \Delta\langle\phi(t_1)\rangle \Delta\langle\phi(t_2)\rangle = = \frac{1 + t_1 t_2}{2} + \frac{\lambda^2}{4}(t_1 - t_0)^2 (t_2 - t_0)^2,$$

$$D^{R/A}_{exact}(t_1, t_2) = D^{R/A}_0(t_1, t_2) = \pm i\theta(\pm t_1 \mp t_2)(t_2 - t_1).$$

Затем рассматривается теория Юкавы взаимодействующего массивного дираковского поля и безмассового действительного скалярного поля в (1 + 1)-мерном пространстве Минковского с сигнатурой (+1, −1):

$$S = \int d^2x \left[\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - \lambda\phi\bar{\psi}\psi\right].$$

Классические решения уравнений движения:

$$\psi_{cl} = 0, \quad \phi_{cl} = \mathcal{F}(t-x) + \tilde{\mathcal{F}}(t+x),$$

где $\mathcal{F}$ и $\tilde{\mathcal{F}}$ — произвольные гладкие функции. Здесь мы возьмем фоновое скалярное поле, линейно зависящее от координаты:

$$\psi_{cl} = 0, \quad \phi_{cl} = \frac{m}{\lambda} + Ex,$$

без ограничения общности рассматривая случай $E > 0$, так как случай $E < 0$ достигается заменой $x \to -x$. Заметим, что в пределе $E \to 0$ этот фон воспроизводит массивное фермионное поле.

Решение уравнения движения для квантовой части поля ψ находим, сделав преобразование Фурье по времени, в виде разложения по функциям параболического цилиндра [3]:

$$\psi_1(x,\omega) = C_1(\omega)D_{\nu-1}(z) + C_2(\omega)D_{-\nu}(iz),$$

$$\psi_2(x,\omega) = B_1(\omega)D_{\nu}(z) + B_2(\omega)D_{-\nu-1}(iz),$$

где $C_{1,2}$, $B_{1,2}$ — константы интегрирования, и мы определили для удобства

$$\nu = \frac{\omega^2}{2\alpha}, \; z(x) = \sqrt{\frac{2}{\alpha}}(m + \alpha x),$$

введя $\alpha = \lambda E$.

Теперь, чтобы зафиксировать константы интегрирования, мы наложим на моды дополнительные условия. Посмотрим на предел $|\omega| \gg \sqrt{\alpha}$. Он всегда имеет место для свободной теории ($\alpha = 0$). Мы ожидаем, что моды во взаимодействующей и свободной теориях имеют одинаковое поведение при больших частотах. Поэтому будем искать моды, которые будут плоскими при $\omega \to \infty$. Обозначим за $\psi_{1,2}$ моды, которые будут отвечать $e^{-i\omega t + i|\omega|x}$ (т.н. положительно-частотные моды), а за $\tilde{\psi}_{1,2}$ — моды, которые будут отвечать $e^{i\omega t - i|\omega|x}$ (т.н. отрицательно-частотные моды). Также потребуем выполнения стандартного антикоммутационного соотношения на фермионные поля:

$$\left\{\psi(t,x), \psi^\dagger(t,y)\right\} = \delta(x-y)\cdot 1_{2\times 2}.$$

Тогда из метода нормировки по асимптотикам [4] получаем:

$$\psi_1(x,\omega) = \frac{e^{i|\omega|x}}{\sqrt{2}}e^{i\varphi(\omega)} \quad \text{при} \quad \omega \to \infty,$$

где $\varphi(\omega)$ — произвольная фаза. Отсюда затем с использованием асимптотик функций параболического цилиндра при большом значении параметра находятся константы интегрирования $C_{1,2}$, $B_{1,2}$.

Далее, рассматриваем уравнение движения на бозонное поле:

$$\partial_\mu\partial^\mu\phi = -\lambda\bar{\psi}\psi.$$

Из него следует, что надо посчитать классический ток $j_{cl}(x) = \bar{\psi}\psi$, чтобы найти отклик классического поля $\phi_{cl} = \phi$. Для простоты вычисляем только лидирующий в пределе $x \to +\infty$ вклад:

$$\langle\bar{\psi}\psi\rangle = -\int\frac{d\omega}{2\pi}\frac{M(x)}{\sqrt{\omega^2 - M(x)^2}} \approx \frac{M(x)}{\pi}\lg\frac{M(x)}{\Lambda},$$

где Λ — ультрафиолетовое обрезание, и мы обозначили по аналогии $M(x) = m + \alpha x \gg \Lambda$. Заметим, что этот результат согласуется с точным выражением для тока в отсутствие внешнего поля.

Затем мы делаем поле ϕ динамическим и считаем петлевые поправки, используя диаграммную технику Келдыша [1, 2]. Здесь мы рассматриваем две постановки задачи. Ранее мы рассмотрели внешнее поле $\phi_{cl}(x)$ и нашли моды $\psi(t,x)$. Т.е. так, будто фон $\phi_{cl}(x)$ задан во всем пространстве-времени. Это соответствует задаче, в которой отклик ищется в случае, когда внешнее поле всегда чем-то снаружи поддерживается. Другая ситуация, которую мы также рассматриваем, соответствует тому, что в какой-то момент времени было сформировано состояние $|\phi_{cl}\rangle$, которое отвечает наличию внешнего поля $\phi_{cl}(x)$. А затем это состояние отпущено (не поддерживается), и наша задача — найти, как оно будет меняться во времени.

Однако оказывается, что в двух этих постановках задачи поведение пропагаторов схожее: ни населенности энергетических уровней, ни аномальные квантовые средние скалярных и фермионных полей не растут со временем в пределе фиксированной разницы между двумя моментами времени и большом среднем времени, если одновременно с этим считать, что $\lambda \to 0$. Следовательно, в пределе малых констант связи поправки к древесным выражениям незначительны, несмотря на силу фона. Это поведение не совпадает с поведением сильных электрических [5, 6] или гравитационных [7] полей, в которых петлевые поправки к этим величинам бесконечно растут.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERESCES

1. *Kamenev A.* Many-Body Theory of Non-Equilibrium Systems. 2011. Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press.
2. *Berges J.* // AIP Conf. Proc. 2004. No. 1. P. 3.
3. *Olver F.W.J.* // J. Res. Natl. Bur. Stand. (U.S.). 1959. V. 63B. P. 131–169.
4. *Landau L.D., Lifshitz E.M.* Course of Theoretical Physics, Vol. 3: Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory. 1989. Moscow: Nauka [1977. Oxford: Pergamon].
5. *Akhmedov E.T., Popov F.K.* // J. High Energy Phys. 2015. V. 1509. P. 085.
6. *Akhmedov E.T., Astrakhantsev N.* // J. High Energy Phys. 2014. V. 1409. P. 071.
7. *Akhmedov E.T., Godazgar H., Popov F.K.* // Phys. Rev. D: Part. Fields. 2016. V. 93. P. 024029.

On the Strong Scalar Field Decay in QM and QFT

E. N. Lanina[1, 2, *], D. A. Trunin[1, 2], and E. T. Akhmedov[1, 2]

[1] *Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudnyi, Moscow oblast, 141701 Russia*

[2] *Alikhanov Institute for Theoretical and Experimental Physics, National Research Center "Kurchatov Institute", Moscow, 117218 Russia*

**e-mail: lanina.lena@mail.ru*

Received May 8, 2020; revised August 3, 2020; accepted August 3, 2020

First, the case of (0 + 1)-dimensional nonequilibrium quantum mechanics is considered by solving the Yukawa model in an external scalar field $\phi_{cl}(t) = \frac{m}{\lambda} + \frac{\alpha}{\lambda}t$. It is shown that the exact fermion propagators do not change with time, and the growth of bosonic propagators is determined by the contribution to the quantum average of the field ϕ and corresponds to the so-called "tadpole" diagrams. Then, the Yukawa theory of the interacting massive Dirac field and the massless real scalar field in the (1 + 1)-dimensional Minkowski space with the signature (+1, −1) is considered. In this theory we first calculate a classical current, and then quantum corrections for the Dirac field in an external coordinate-dependent scalar field with Yukawa interaction. We study the response of the production of fermion pairs to an external bosonic field linearly dependent on the coordinate.

Keywords: Yukawa model, scalar field, fermionic field, propagator, quantum mean, green's function, Schwinger–Keldysh diagram technique, perturbation theory, level population, anomalous quantum mean