
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
В ЯДЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ

УДК 530.145

**ФАЗОВАЯ ДИАГРАММА КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКИ
В ПРОСТРАНСТВЕ ТЕМПЕРАТУРА–БАРИОННАЯ
ПЛОТНОСТЬ–МАГНИТНОЕ ПОЛЕ**

© 2020 г. А. Ю. Котов^{а, *}, А. А. Николаев^{а, б}

^аИнститут теоретической и экспериментальной физики имени А.И. Аликханова Национального исследовательского центра “Курчатовский институт”, Б. Черемушкинская ул. 25, Москва, 117218 Россия

^бDepartment of Physics, College of Science, Swansea University, Swansea SA2 8PP, United Kingdom

*E-mail: kotov@itep.ru

Поступила в редакцию 08.05.2020 г.

После доработки 31.07.2020 г.

Принята к публикации 31.07.2020 г.

В данной статье изучается фазовая диаграмма Квантовой Хромодинамики при таких внешних параметрах, как температура, барионный химический потенциал и магнитное поле с помощью метода решеточного суперкомпьютерного моделирования. Вычисления проводятся с тремя легкими кварками u, d, s при мнимом химическом потенциале. Для действительных значений химического потенциала μ результаты получены методом аналитического продолжения. С помощью перенормированного кирального конденсата и петли Полякова были определены положение (критическая температура) и ширина фазовых переходов конфайнмент–деконфайнмент и нарушение–восстановление киральной симметрии в зависимости от магнитного поля и барионной плотности.

Ключевые слова: квантовая хромодинамика, фазовая диаграмма, решеточное Монте Карло моделирование, магнитное поле, барионная плотность

DOI: 10.1134/S2079562920040077

1. ВВЕДЕНИЕ

Свойства теории сильных взаимодействий, квантовой хромодинамики, в экстремальных внешних условиях являются объектом исследований современных экспериментов по столкновению тяжелых ионов. На релятивистском коллайдере тяжелых ионов RHIC и большом адронном коллайдере LHC изучаются свойства квантовой хромодинамики при больших температурах, при которых образуется новое состояние сильновзаимодействующего вещества, кварк-глюонная плазма [1, 2]. В то же время планируемые эксперименты на мегаустановках NICA в Дубне и в Центре по исследованию ионов и Антипротонов FAIR в Дармштадте направлены на изучение свойств КХД при высокой барионной плотности [3]. Помимо данных параметров, в нецентральных столкновениях тяжелых ионов может возникать большое магнитное поле, создаваемое пролетающими заряженными фрагментами ядер, не участвующими в столкновениях [4]. В данной работе проводится изучение свойств квантовой хромодинамики при ненулевых температуре, барионной плотности и магнитном поле с помощью численного решеточного моделирования [5].

Ранее в решеточных вычислениях влияние ненулевой температуры, барионной плотности и магнитного поля на свойства КХД были изучены в различных комбинациях. Свойства КХД при конечной температуре хорошо изучены: при температуре $T_c = 156.5 \pm 1.5$ МэВ происходит переход из фазы с нарушенной киральной симметрией в фазу с восстановленной киральной симметрией [6]. Эффекты небольшой барионной плотности на температуру фазового перехода конфайнмент–деконфайнмент также довольно подробно изучены [6–8] — барионная плотность приводит к уменьшению температуры перехода конфайнмент–деконфайнмент.

При нулевой барионной плотности влияние магнитного поля на переход конфайнмент–деконфайнмент также было довольно подробно изучено в решеточных расчетах — при физических массах кварков магнитное поле приводит к уменьшению температуры перехода конфайнмент–деконфайнмент [9]. Данное явление носит название обратного магнитного катализа и, несмотря на многочисленные численные подтверждения, его механизм до конца не ясен.

В представленной работе изучено влияние ненулевого магнитного поля и барионной плотности на

свойства фазового перехода конфайнмент-деконфайнмент, его критическую температуру и ширину перехода. Поскольку расчеты при действительном химическом потенциале в решеточной КХД невозможны из-за так называемой проблемы знака [10], то в данной работе применен метод аналитического продолжения. Расчеты проведены при мнимом химическом потенциале $\mu \rightarrow i\mu$, при котором фермионный детерминант остается положительно определенным, а затем полученная зависимость от мнимого химического потенциала аналитически продолжена в область действительных значений: $O(i\mu) = O_0 + O_1\mu^2 + O_2\mu^4 + \dots \rightarrow O(\mu) = O_0 - O_1\mu^2 + O_2\mu^4 + \dots$ (в случае аналитического продолжения критической температуры из физических соображений остаются только четные степени ряда Тейлора).

2. ДЕТАЛИ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Расчеты были проведены в формализме Квантовой Хромодинимики с тремя легкими кварками u, d, s в решеточной регуляризации. Действие в рассматриваемой теории имеет вид:

$$S = S_g + S_f, \quad (1)$$

где S_g представляет собой улучшенное действие Вильсона для калибровочных полей:

$$S_g = -\frac{\beta}{3} \sum_{x, \mu \neq \nu} \left(\frac{5}{6} U_{\mu\nu}^{1 \times 1}(x) - \frac{1}{12} U_{\mu\nu}^{1 \times 2}(x) \right), \quad (2)$$

где $U_{\mu\nu}^{n \times m}(x)$ — произведение линковых переменных вдоль прямоугольника $n \times m$ в направлениях (μ, ν) , который начинается в точке x . В случае фермионного действия S_f использовалась дискретизация Когута—Сасскинда:

$$S_f = \bar{\psi}_u M^u \psi_u + \bar{\psi}_d M^d \psi_d + \bar{\psi}_s M^s \psi_s, \\ M_{x,y}^f = m^f a \delta_{x,y} + \\ + \sum \frac{\eta_{x,v}}{2} \left(e^{i\mu a \delta_{v,4}} u_{x,v} U_{x,v}^{(2)} - e^{-i\mu a \delta_{v,4}} u_{x-v,v}^* U_{x-v,v}^{(2)\dagger} \right), \quad (3)$$

где $m^f a$, μa — масса соответствующего кварка (u , d или s) и химический потенциал, измеренные в единицах шага решетки a , $\eta_{x,v} = (-1)^{x_0 + \dots + x_{\mu-1}}$ — стандартные множители для данной фермионной дискретизации, $U_{x,v}^{(2)}$ — сглаженные путем stout smearing [11] калибровочные $SU(3)$ переменные, а $u_{x,v}$ — $U(1)$ -переменные, соответствующие постоянному магнитному полю [12]. Поскольку дискретизация Когута—Сасскинда соответствует четырем ароматам фермионов, то для получения физического числа ароматов в вычислениях была использована процедура извлечения корня чет-

вертой степени из фермионного детерминанта, а для генерации конфигураций был применен рациональный гибридный Монте-Карло алгоритм (RHMC) [13]. Основные вычисления были проведены для решетки размером 6×24^3 , параметры линии постоянной физики брались из работы [14]. Для проверки эффектов конечного объема и дискретизации также были проведены вспомогательные расчеты на решетках размером 8×32^3 и 6×32^3 при двух значениях магнитного поля, $eB = 0.1 \text{ ГэВ}^2$ и $eB = 1.5 \text{ ГэВ}^2$, и в той же области температур — полученные результаты в пределах ошибок не зависят как от пространственного размера решетки, так и от протяженности по времени, что позволяет ожидать пренебрежимо малых эффектов конечного объема и конечного шага решетки. Детальное исследование предельного перехода $a \rightarrow 0$ планируется провести в следующих работах.

Для определения положения фазового перехода были измерены приблизительные параметры порядка, а именно петля Полякова L и киральный конденсат легких (u, d)-кварков $\langle \bar{\psi}\psi \rangle_l$, как функции температуры:

$$L = \frac{1}{V} \sum_{\vec{x}} \text{tr} \left(\prod_{x_0=0}^{N_t-1} U_{\vec{x}, x_0, 4} \right), \quad (4) \\ \langle \bar{\psi}\psi \rangle_l = \frac{T \partial Z}{V \partial m_l} = \frac{T}{4V} (\langle \text{tr} M_u^{-1} \rangle + \langle \text{tr} M_d^{-1} \rangle).$$

Обе физические величины были перенормированы. Петля Полякова чувствительна к переходу “конфайнмент–деконфайнмент”, в то же время киральный конденсат является приблизительным параметром порядка для перехода нарушения–восстановления киральной симметрии.

Положение перехода было определено, как точка перегиба зависимости соответствующего приблизительного параметра порядка от температуры. Было обнаружено, что в окрестности критической температуры T_c зависимость параметра порядка O от температуры может быть прекрасно описана формулой

$$O(T) = O_0 + O_1 \arctg \frac{T - T_c}{\delta T_c}. \quad (5)$$

Результат фитирования данных для петли Полякова $L(T)$ и кирального конденсата $\langle \bar{\psi}\psi \rangle(T)$ позволил определить как положение перехода T_c , так и ширину перехода δT_c , как функции магнитного поля и мнимого химического потенциала μ_l . Поскольку переходы “конфайнмент–деконфайнмент” и нарушения–восстановления киральной симметрии являются кроссоверами, то зависимость всех величин от мнимого химического потенциала может быть аналитически продолжена в

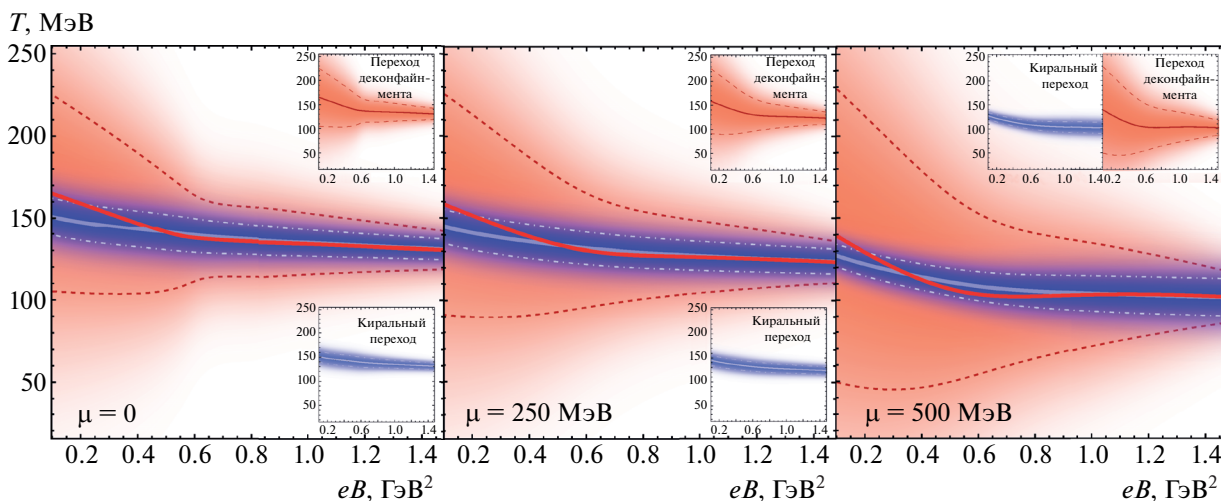


Рис. 1. Критическая температура перехода конфайнмент–деконфайнмент (красный) и восстановления–нарушения киральной симметрии (синий) как функция магнитного поля для нескольких значений барионного химического потенциала: $\mu = 0$, $\mu = 250$ МэВ и $\mu = 500$ МэВ. Ширина полосы соответствующего цвета соответствует ширине перехода δT_c .

область действительных значений химического потенциала $i\mu \rightarrow \mu$.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На рис. 1 изображены полученные положение и ширина фазовых переходов “конфайнмент–деконфайнмент” (красный) и нарушения–восстановления киральной симметрии (синий) как функции магнитного поля eB для трех значений барионного химического потенциала: $\mu = 0$, 250 и 500 МэВ. Важным является вопрос о том, до какой величины μ можно доверять результатам, полученным при помощи аналитического продолжения. Расчеты в решеточной КХД, проведенные другими группами без магнитного поля, предполагают, что метод аналитического продолжения работает, как минимум, до $\mu \sim 300$ МэВ для температур в окрестности фазового перехода [7]. Мы предполагаем, что включение магнитного поля не должно значительно изменить данную оценку. Для более точной оценки необходимы дополнительные расчеты, чтобы учесть члены следующих порядков в разложении, что потребует огромное количество компьютерного времени. Несмотря на это, мы представляем результаты до максимального значения $\mu = 500$ МэВ, по мере приближения к которому, возможно, возникнут дополнительные артефакты, связанные с процедурой аналитического продолжения, но все нижеприведенные заключения и наблюдаемые эффекты останутся качественно верными.

На основе полученных данных можно заключить следующее:

- При нулевой барионной плотности температура фазового перехода конфайнмент–деконфайнмент падает с магнитным полем, то есть подтверждается явление обратного магнитного катализа.
- При нулевой барионной плотности оба перехода становятся более резкими с увеличением магнитного поля, причем при магнитном поле $eB \sim 0.6$ ГэВ² положение обоих переходов начинает совпадать.¹
- Конечная барионная плотность приводит к уменьшению температуры обоих фазовых переходов для всех значений магнитного поля.
- Переход “конфайнмент–деконфайнмент” становится менее резким по мере увеличения магнитного поля.
- Переход восстановления–нарушения киральной симметрии обладает нетривиальными свойствами: при малых магнитных полях $eB < 0.6$ ГэВ² он становится более резким при увеличении барионной плотности (возможно, при достаточно

¹ Следует отметить, что различие в положениях обоих переходов при маленьком и нулевом магнитном поле можно объяснить тем фактом, что переход “конфайнмент–деконфайнмент” является очень широким (из рис. 1 видно, что его ширина при небольших значениях поля составляет около 50–100 МэВ). По данной причине положение перехода “конфайнмент–деконфайнмент” является плохо определенной величиной и сильно зависит от наблюдаемой и способа измерения (например, температура перехода, полученная из энтропии одного кварка, оказывается ближе к киральному переходу, но данный способ требует значительно большей статистики [15]). С другой стороны, при больших магнитных полях оба перехода становятся достаточно резкими, тогда таких трудностей не возникает.

большой плотности данный переход будет переходом первого рода), но при больших магнитных полях $eB > 0.6 \text{ ГэВ}^2$ переход по мере роста барионной плотности становится менее резким.

4. БЛАГОДАРНОСТИ

Работа А.Ю. Котова, состоящая в генерации конфигураций и измерении киральных наблюдаемых, выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект No 18-72-00055). Работа А.А. Николаева, состоящая в изучении свойств перехода конфайнмент-деконфайнмент, поддержана РФФИ (грант 18-02-40126 мега), а также грантом STFC ST/P00055X/1. Работа была выполнена с использованием оборудования центра коллективного пользования “Комплекс моделирования и обработки данных исследовательских установок мега-класса” НИЦ “Курчатовский институт”, <http://ckp.nrcki.ru/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. *Heinz U.W., Jacob M.* // arXiv:nucl-th/0002042. 2000.
2. *Gyulassy M., McLerran L.* // Nucl. Phys. A. 2005. V. 750. P. 30.
3. *Busza W., Rajagopal K., van der Schee W.* // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 2018. V. 68. P. 339.
4. *Skokov V., Illarionov A.Yu., Toneev V.* // Int. J. Mod. Phys. A. 2009. V. 24. P. 5925.
5. *Montvay I., Munster G.* Quantum Fields on a Lattice. Cambridge Monographs on Mathematical Physics. 1997. Cambridge: Cambridge Univ. Press.
6. *Steinbrecher P.* // Nucl. Phys. A. 2019. V. 982. P. 847.
7. *Bellwied R., Borsanyi S., Fodor Z., Gnther J., Katz S.D., Ratti C., Szabo K.K.* // Phys. Lett. B. 2015. V. 751. P. 559.
8. *Bonati C., D'Elia M., Negro F., Sanfilippo F., Zambello K.* // Phys. Rev. D. 2018. V. 98. P. 054510.
9. *Bali G.S., Bruckmann F., Endrodi G., Fodor Z., Katz S.D., Krieg S., Schafer A., Szabo K.K.* // J. High Energy Phys. 2012. V. 1202. P. 044.
10. *Muroya Sh., Nakamura A., Nonaka Ch., Takaishi T.* // Prog. Theor. Phys. 2003. V. 110. P. 615.
11. *Morningstar C., Peardon M.J.* // Phys. Rev. D. 2004. V. 69. P. 054501.
12. *Ilgenfritz E.M., Kalinowski M., Muller-Preussker M., Petersson B., Schreiber A.* // Phys. Rev. D. 2012. V. 85. P. 114504.
13. *Clark M.A.* // PoS (LAT2006). 2006. P. 004.
14. *Borsanyi S., Endrodi G., Fodor Z., Jakovac A., Katz S.D., Krieg S., Ratti C., Szabo K.K.* // J. High Energy Phys. 2010. V. 1011. P. 077.
15. *Weber J.H.* // Mod. Phys. Lett. A. 2016. V. 31. P. 1630040.

Phase Diagram of Quantum Chromodynamics in the Temperature–Baryon Density–Magnetic Field Parameter Space

A. Yu. Kotov^{1, *} and A. A. Nikolaev^{1, 2}

¹ *Alikhanov Institute for Theoretical and Experimental Physics, National Research Center “Kurchatov Institute”, Moscow, 117218 Russia*

² *Department of Physics, College of Science, Swansea University, Swansea SA2 8PP, United Kingdom*

*e-mail: kotov@itep.ru

Received May 8, 2020; revised July 31, 2020; accepted July 31, 2020

The phase diagram of quantum chromodynamics under different external parameters, such as temperature, baryon density, and magnetic field strength is investigated by means of lattice simulations. Calculations are performed with three light quarks u, d, s and imaginary chemical potential. For real values of chemical potential μ , the results are obtained by means of analytical continuation. Using renormalised chiral condensate and Polyakov loop, we determine the position (critical temperature) and width of the confinement–deconfinement and chiral symmetry breaking–restoration phase transitions as functions of magnetic field and baryon density.

Keywords: quantum chromodynamics, phase diagram, lattice Monte Carlo modelling, magnetic field, baryon density