

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛАЗМЫ, ПУЧКОВ ЧАСТИЦ И ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ

УДК 539.171.4

ТЕОРИЯ МНОГОКРАТНОГО МАЛОУГЛОВОГО РАССЕЙЯНИЯ НЕЙТРОНОВ С УЧЕТОМ ПСЕВДОМАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

© 2026 г. Ф. С. Джепаров^{а, б}, Д. В. Львов^{а, б, *}

^аНациональный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, 123182 Россия

^бНациональный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, 115409 Россия

*E-mail: lvov@itep.ru; nrcki@nrcki.ru

Поступила в редакцию 29.05.2025 г.

После доработки 29.05.2025 г.

Принята к публикации 10.06.2025 г.

Проведен анализ многократного малоуглового рассеяния нейтронов с учетом псевдомагнитного взаимодействия. Построено кинетическое уравнение, справедливое в главном порядке для рассеяния на одном рассеивающем центре. Показано, что при коллинеарной ориентации начальной поляризации нейтронов и ядер спиновая часть рассеяния нейтронов определяется средней величиной псевдомагнитного ядерного поля, а флуктуации поля приводят к деполяризации нейтронов.

Ключевые слова: многократное малоугловое рассеяние нейтронов, динамическая поляризация ядер, псевдомагнитное взаимодействие

DOI: 10.56304/S2079562926010094

1. ВВЕДЕНИЕ

Многие из свойств веществ, находящихся в конденсированном состоянии, обусловлены неоднородностями состава, имеющими надатомные размеры $a \sim (10^2 - 10^4) \text{ \AA}$: выделением фаз, присутствием в объеме пор (пустот), зерен, скоплений дислокаций и т.д. Для получения соответствующей информации широко используется метод малоуглового рассеяния нейтронов (МУРН) [1]. Важным преимуществом малоуглового рассеяния нейтронов перед рассеянием синхротронного излучения является наличие у нейтрона магнитного момента, что позволяет исследовать магнитные свойства вещества. Кроме того, наличие у нейтрона спина при рассеянии на ядрах, также обладающих ненулевым спином, приводит к наличию дополнительного слагаемого в выражении для потенциала сильного взаимодействия, зависящего от взаимного направления спинов нейтрона и ядра (псевдомагнитное взаимодействие). Для получения поляризованных мишеней используется метод динамической поляризации [2], что дает возможность варьирования контраста при проведении экспериментов по малоугловому рассеянию поляризованных нейтронов и существенно увеличивает разрешающую способность метода МУРН [3]. В настоящее время метод динамической поляризации ядер в однократном малоугловом рассеянии нейтронов активно используется и развивается [4–7].

При исследовании твердотельных материалов толщину образца часто невозможно сделать настолько малой, чтобы МУРН было однократным, в этом случае необходимо анализировать угловые спектры многократного малоуглового рассеяния нейтронов (ММУРН). Однако при построении теории многократного МУРН [8–10] (теории Мольтера) спиновая часть взаимодействия нейтронов с неоднородностями вещества не учитывалась. Естественное развитие экспериментальных исследований ММУРН ведет к изучению плотных образцов, в которых координаты центров рассеивателей оказываются скоррелированными. В обобщении [11, 12] теории Мольтера для образцов с высокой плотностью неоднородностей, учитывающем корреляции в пространственном расположении рассеивающих центров, также не учитывалось наличие спина нейтрона. В данной работе мы провели анализ многократного МУРН с учетом псевдомагнитного взаимодействия. Это дает возможность проводить описание экспериментов по многократному малоугловому рассеянию поляризованных нейтронов на поляризованных мишенях.

При построении теории амплитуда рассеяния выбирается в приближении эйконала. В данном случае решение выражается через упорядоченную экспоненту вдоль классической траектории (типа Т-экспоненты). Поэтому, в отличие от [11, 12], решение не представимо в квадратурах, и для получения наблюдаемых следствий мы построили кинетическое уравнение, справедливое в главном

порядке для рассеяния на одном рассеивающем центре. При коллинеарной ориентации начальной поляризации нейтронов и ядер спиновая часть рассеяния нейтронов определяется средней величиной псевдомагнитного ядерного поля, а флуктуации поля приводят к деполяризации нейтронов.

2. ММУРН ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ БЕЗ УЧЕТА ПСЕВДОМАГНИТНОГО ВЗИМОДЕЙСТВИЯ

Представим нейтронооптический потенциал среды, в которой распространяются нейтроны, как

$$V(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} V_0(\mathbf{r} - \mathbf{x}, \alpha_{\mathbf{x}}), \quad (1)$$

где $V_0(\mathbf{r}, \alpha)$ — потенциал зерна с “центром” в $\mathbf{r} = \mathbf{0}$, $\alpha_{\mathbf{x}}$ — совокупность “внутренних” параметров, дающих достаточно полное описание потенциала, а $n_{\mathbf{x}}$ — число заполнения узла $\mathbf{x}$. Здесь и далее предполагается, что центры зерен могут располагаться в узлах некоторой решетки, элементарная ячейка которой имеет объем Ω , а среднее значение $\langle n_{\mathbf{x}} \rangle = f$. В пределе $f \rightarrow 0$, $\Omega \rightarrow 0$, $f/\Omega = c = \text{const}$ получается случайное распределение зерен в непрерывном пространстве, а наличие корреляций в расположении зерен соответствует соотношению $\Omega^{-2} \langle n_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{y}} \rangle = C_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \neq c^2$ (где $C_2(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ — парная функция распределения) и его очевидные обобщения для высших функций распределения.

В приближении эйконала [13] амплитуда рассеяния

$$f(\mathbf{q}) = \frac{p_0}{2\pi i} \int d^2 \rho [S(\rho) - 1] \exp(-i\mathbf{q}\rho), \quad (2)$$

$$S(\rho) = \exp \left(-i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{v} V(\mathbf{r}) \right), \quad \mathbf{r} = (\rho, z). \quad (3)$$

Здесь начальный импульс нейтрона $\mathbf{p}_0 = (0, 0, p_0)$, v — его скорость, ρ — прицельный параметр, $\mathbf{q}$ — импульс рассеяния, $\mathbf{q}\rho_0 = 0$ и $q \ll p_0$. Границы применимости концепции амплитуды рассеяния в задачах малоуглового рассеяния были рассмотрены в работах [14, 15].

Нормированное угловое распределение нейтронов по импульсу

$$D(\mathbf{q}) = \Sigma(\mathbf{q})/\Sigma_0, \quad \Sigma(\mathbf{q}) = |f(\mathbf{q})|^2, \quad \Sigma_0 = \int d^2 q \Sigma(\mathbf{q}). \quad (4)$$

Как обычно, здесь предполагается, что $\Sigma(\mathbf{q})$ сосредоточено при малых q и поэтому пределы интегралов в (4) и далее считаются бесконечными. Для теоретического анализа удобно ввести Фурье-образ

$$D(\xi) = \Sigma(\xi)/\Sigma_0, \quad \Sigma(\xi) = \int d^2 q \exp(-i\mathbf{q}\xi) \Sigma(\mathbf{q}), \quad (5)$$

$$\Sigma_0 = \Sigma(\xi = 0).$$

Далее мы будем предполагать размеры образца столь большими, что $\Sigma(\mathbf{q})$ является самоусредняющейся величиной относительно случайного распределения зерен, т.е. $\Sigma(\mathbf{q}) = \langle \Sigma(\mathbf{q}) \rangle$ и вычислим

$$\Delta \Sigma(\xi) = \langle \Sigma(\xi) - \Sigma_0 \rangle.$$

Полагая $\mathbf{r} = (\rho, z)$ получаем

$$\Delta \Sigma(\xi) = p_0^2 \int d^2 \rho \left[\left\langle \exp \left(\sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} R_{\mathbf{x}}(\rho, \xi, \alpha) \right) \right\rangle - 1 \right], \quad (6)$$

$$R_{\mathbf{x}}(\rho, \xi, \alpha) =$$

$$= -i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{v} [V_0(\mathbf{r} - \mathbf{x} - \xi/2, \alpha) - V_0(\mathbf{r} - \mathbf{x} + \xi/2, \alpha)].$$

В пренебрежении граничными эффектами

$$\Delta \Sigma(\xi) = p_0^2 S_s \left[\left\langle \exp \left(\sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} R_{\mathbf{x}}(\mathbf{0}, \xi, \alpha) \right) \right\rangle - 1 \right], \quad (7)$$

где S_s — площадь поперечного сечения образца.

Отметим, что в классическом пределе

$$R_{\mathbf{x}}(\rho, \xi, \alpha) \rightarrow R_{\mathbf{x}}^{cl}(\rho, \xi, \alpha) = i\xi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{v} \frac{\partial V_0(\mathbf{r} - \mathbf{x}, \alpha)}{\partial \mathbf{r}}.$$

Рассмотрим сначала случайное некоррелированное распределение зерен. В этом случае возможен точный расчет на основе соотношения

$$\left\langle \exp \left(\sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} R_{\mathbf{x}} \right) \right\rangle = \exp \left[c \int_V d^3 x \langle e^{R_{\mathbf{x}}} - 1 \rangle_{\alpha} \right], \quad (8)$$

справедливого в континуальном пределе [16] для функции $R_{\mathbf{x}}$ достаточно общего вида. Здесь V — объем, занимаемый образцом, а $\langle \dots \rangle_{\alpha}$ означает усреднение по распределению внутренних параметров, которые предполагаются независимыми для разных зерен.

Производя усреднение в (7) с учетом (8), получаем

$$D(\xi) = D_0(\xi) = \exp \left[-cl(\sigma_0 - \sigma(\xi))/p_0^2 \right]. \quad (9)$$

где l — толщина образца, а $\sigma(\xi)$ и $\sigma_0 = \sigma(\xi = 0) = p_0^2 \sigma_i$ аналогичны $\langle \Sigma(\xi) \rangle$ и $\langle \Sigma_0 \rangle$ для случая однократного рассеяния. Формула (9) совпадает со стандартным результатом теории Мольер, применимой в пределе малой плотности зерен.

При большой плотности зерен многочастичная функция распределения не факторизуется в произведение одночастичных и прямой переход от (7) к (8) невозможен. Тем не менее, согласно общей теории кумулянтных разложений [17], мы должны ожидать, что если корреляции в расположении зерен исчезают с ростом расстояния, то

$$D(\xi) = \exp(-lM(\xi, l)),$$

где $M(\xi, l)$ имеет конечный предел при $l \rightarrow \infty$. В этом случае естественно разложить $D(\xi)$ в ряд по числам заполнения по правилу [16]

$$\begin{aligned} \exp\left(\sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} R_{\mathbf{x}}\right) &= \prod_{\mathbf{x}} [1 + n_{\mathbf{x}}(e^{R_{\mathbf{x}}} - 1)] = \\ &= 1 + \sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}}(e^{R_{\mathbf{x}}} - 1) + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{x} \neq \mathbf{y}} n_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{y}} (e^{R_{\mathbf{x}}} - 1)(e^{R_{\mathbf{y}}} - 1) + \dots \end{aligned} \quad (10)$$

Вводя

$$Q_{\mathbf{x}}(\xi, \alpha) = \exp(R_{\mathbf{x}}(0, \xi, \alpha)) - 1$$

и усредняя (10) почленно по числам заполнения и по распределению α получаем, что в континуальном пределе

$$\left\langle \exp\left(\sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} R_{\mathbf{x}}\right) \right\rangle = \exp(B), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} B &= c \int d^3x \langle Q_{\mathbf{x}} \rangle_{\alpha} + \frac{c^2}{2} \int d^3x d^3y \kappa(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \langle Q_{\mathbf{x}} Q_{\mathbf{y}} \rangle_{\alpha} + \\ &+ \frac{c^2}{2} \int d^3x d^3y (\langle Q_{\mathbf{x}} Q_{\mathbf{y}} \rangle_{\alpha} - \langle Q_{\mathbf{x}} \rangle_{\alpha} \langle Q_{\mathbf{y}} \rangle_{\alpha}) + O(c^3). \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь

$$C_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = c^2 (\kappa(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + 1). \quad (13)$$

Очевидно, что в приложении этих соотношений к $D(\xi)$ первый (линейный по c) член из B воспроизведет $D_0(\xi)$.

3. ММУРН С УЧЕТОМ ПСЕВДОМАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НЕЙТРОНОВ С ЯДРАМИ

Потенциал Ферми взаимодействия нейтронов со средой

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}) &= V_q(\mathbf{r}) + V_s(\mathbf{r}) = \sum_R n_R \sum_{\mathbf{x}} \theta(\mathbf{x} \in V_R) \times \\ &\times \frac{2\pi}{m} \delta_{\epsilon}(\mathbf{r} - \mathbf{x}) (b_{\mathbf{x}}^0 + b_{\mathbf{x}}^1 \mathbf{S}_{\mathbf{x}} \mathbf{I}), \end{aligned} \quad (14)$$

где V_q — не зависящая от спинов нейтрона и ядра часть взаимодействия, рассмотренная выше, V_s — псевдомагнитное ядерное взаимодействие, n_R — числа заполнения, $\mathbf{S}_{\mathbf{x}}$ — оператор спина ядра, расположенного в узле $\mathbf{x}$, который находится внутри рассеивателя объемом V_R , $\mathbf{I}$ — оператор спина нейтрона. Здесь $\delta_{\epsilon}(\mathbf{r})$ — “размазанная” дельта-функция, которую можно выбрать, например, в форме $\delta_{\epsilon}(\mathbf{r}) = (2\pi\epsilon^2)^{-3/2} \exp(-r^2/(2\epsilon^2))$, причем радиус ϵ потенциала Ферми ядра удовлетворяет условиям

$|f| < \epsilon < \lambda$, где f — амплитуда рассеяния нейтрона на ядре, $\lambda = \lambda/2\pi$, λ — длина волны нейтрона. Оценки показывают, что приближение эйконала применимо к псевдопотенциалу Ферми при выполнении условия $\frac{f}{\epsilon} \ll \frac{\epsilon^2}{2}$.

Мы пренебрегаем здесь мнимыми частями длин рассеяния $b_{\mathbf{x}}^0$ и $b_{\mathbf{x}}^1$, которые могут быть корректно учтены согласно [18]. При использовании взаимодействия (14) вместо (7) получается

$$\Delta\Sigma(\xi, z) = p_0^2 S_s \langle U(\xi, z) \rho_0 U^+(\xi, z) - \rho_0 \rangle, \quad (15)$$

где ρ_0 — начальная спиновая матрица плотности нейтронов и среды. Оператор эволюции U ищем в приближении эйконала. При этом решение стационарного уравнения Шредингера выбирается в форме $\psi = e^{ikz} U(\mathbf{r})$, где функция $U(\mathbf{r})$ медленно меняется по сравнению с множителем e^{ikz} . Аналогичное приближение применимо и для временного уравнения Шредингера [19]. Для расчета $U(\mathbf{r})$ удерживаются главные члены по $1/k$, в результате получаем уравнение первого порядка $i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{mV(\mathbf{r})}{k} U$. Так как $V(\mathbf{r})$ является матрицей, то при решении данного уравнения вводим упорядочение по траектории нейтрона, аналогичное стандартному временному упорядочению

$$U(\mathbf{r}) = T \exp \left(-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^z V(\mathbf{r}) dz \right). \quad (16)$$

Соответственно в (15) имеем

$$\begin{aligned} U(\xi, z) &= U_q(\xi, z) U_s(\xi, z) \\ U_q(\xi, z) &= \exp \left(-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^z V_q(\mathbf{r} - \xi/2) dz \right), \\ U_s(\xi, z) &= T \exp \left(-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^z V_s(\mathbf{r} - \xi/2) dz \right). \end{aligned}$$

Здесь для U_s введено упорядочение вдоль траектории и надо усреднить результат по спинам кристалла.

При динамической поляризации ядер со спином $S = 1/2$ имеем

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{S}_{\mathbf{x}} \rangle &= \mathbf{n}_z p/2, \quad \langle \Delta S_{\mathbf{x}}^{\alpha} \Delta S_{\mathbf{y}}^{\beta} \rangle = \delta_{\alpha\beta} \delta_{\mathbf{x}\mathbf{y}} \kappa_{\alpha}, \\ \kappa_z &= \frac{1}{4} (1 - p^2), \quad \kappa_x = \kappa_y = \frac{1}{4}, \end{aligned} \quad (17)$$

где $\mathbf{n}_z$ — единичный вектор, направленный вдоль оси z , p — поляризация ядер среды.

Для расчета фурье-образа интенсивности введем величину

$$F(\xi, z) = U_s(\xi, z)\rho_0 U^+(\xi, z)$$

и запишем для нее дифференциальное уравнение

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial t} &= v \frac{\partial F}{\partial z} = -iLF \\ LF &= V_s(\mathbf{r} - \xi/2)F - FV_s(\mathbf{r} + \xi/2). \end{aligned} \quad (18)$$

Для получения величины $\langle F \rangle$, являющейся средним от F по спинам среды, применим проекционную технику Накаджимы—Цванцига. Для этого введем проектор

$$\pi f = \frac{\rho_m Tr_m f}{Tr \rho_m},$$

где ρ_m — спиновая матрица плотности среды $\rho_m = e^{-\beta \sum_q S_q^z} / Tr e^{-\beta \sum_q S_q^z}$. Тогда $\rho_0 = \rho_m \rho_n^0$, где ρ_n^0 — спиновая матрица плотности нейтронов в падающем пучке. Умножив (18) на π и $\bar{\pi} = 1 - \pi$, получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \pi \frac{\partial F}{\partial t} &= -i\pi L \pi F - i\pi L \bar{\pi} F, \\ \bar{\pi} \frac{\partial F}{\partial t} &= -i\bar{\pi} L \pi F - i\bar{\pi} L \bar{\pi} F. \end{aligned}$$

Выражая из второго уравнения $\bar{\pi} F$ и подставляя в первое, а также учитывая, что за время столкновения ларморовский набег фазы много меньше 1, получаем

$$\frac{\partial \pi F}{\partial t} = -i\pi L \pi F - \int_0^t d\tau \pi L(\tau) \bar{\pi} L(\tau) \pi F(\tau).$$

Здесь $t = 0$ соответствует моменту пересечения нейтроном входной поверхности образца. Таким образом получаем, что $\langle F \rangle = \pi F$ удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \langle F \rangle &= -i\langle L \rangle \langle F \rangle - M \langle F \rangle, \\ M \langle F \rangle &= \int_0^\infty d\tau \langle \Delta L(\tau) \Delta L \rangle \langle F \rangle. \end{aligned} \quad (19)$$

Величину $F_s = \langle F \rangle$ удобно разложить по матрицам Паули

$$F_s = \sum_{\mu=0}^3 g_\mu I_\mu, \quad I_0 = 1/2, \quad I_i = \sigma_i/2, \quad (20)$$

где g_i — “поляризация” нейтрона вдоль i -ой оси.

Первый член в (19), отвечающий среднему значению псевдомагнитного потенциала, равен

$$\begin{aligned} \langle L \rangle F_s &= \frac{p}{2} \sum_R n_R \sum_x \theta(\mathbf{x} \in V_R) (v_x(\mathbf{r} - \xi/2) I_z F_s - \\ &\quad - v_x(\mathbf{r} + \xi/2) F_s I_z) \\ v_x(\mathbf{r}) &= \frac{2\pi}{m} b_x^1 \delta_\varepsilon(\mathbf{r} - \mathbf{x}). \end{aligned} \quad (21)$$

Второй член в (19), содержащий флуктуации псевдомагнитного потенциала, имеет вид

$$\begin{aligned} M(\rho, \xi, z) F_s &= \sum_R n_R \sum_x \theta(\mathbf{x} \in V(R)) \left\{ (W_x(\rho - \xi - 2, \right. \\ &\quad \left. \rho - \xi/2) + W_x(\rho + \xi/2, \rho + \xi/2)) 2Z_0 F_s - \right. \\ &\quad \left. - (W_x(\rho + \xi/2, \rho - \xi/2) + \right. \\ &\quad \left. + W_x(\rho - \xi/2, \rho + \xi/2)) \sum_{\mu=0}^3 g_\mu Z_\mu \right\}. \end{aligned} \quad (22)$$

$$W_x(\rho, \xi, z) = \int_0^\infty \frac{d\zeta}{v} v_x(\rho_1, z + \zeta) v_x(\rho_2, z)$$

$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{1}{4}(\kappa_z + 2\kappa_x) I_0 = \bar{Z}_0 I_0, \quad Z_x = -\frac{\kappa_z}{4} I_x = \bar{Z}_x I_x, \\ Z_y &= -\frac{\kappa_z}{4} I_y = \bar{Z}_y I_y, \\ Z_z &= -\frac{1}{4}(\kappa_z - 2\kappa_x) I_z = \bar{Z}_z I_z. \end{aligned} \quad (23)$$

Умножая уравнение (19) последовательно на I_0, I_x, I_y, I_z и вычисляя след, получаем систему уравнений на поляризации

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_0}{\partial t} &= -iL_0 g_3 - \bar{Z}_0 (W_1 - W_2) g_0, \\ \frac{\partial g_3}{\partial t} &= -iL_0 g_0 - (\bar{Z}_0 W_1 - \bar{Z}_z W_2) g_3, \\ \frac{\partial g_1}{\partial t} &= -L_1 g_2 - (\bar{Z}_0 W_1 - \bar{Z}_x W_2) g_1, \\ \frac{\partial g_2}{\partial t} &= L_1 g_1 - (\bar{Z}_0 W_1 - \bar{Z}_x W_2) g_2, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} L_0 &= \frac{p}{4} \sum_R n_R \sum_x \theta(\mathbf{x} \in V_R) (v_x(\mathbf{r} - \xi/2) - v_x(\mathbf{r} + \xi/2)) \\ L_1 &= \frac{p}{4} \sum_R n_R \sum_x \theta(\mathbf{x} \in V_R) (v_x(\mathbf{r} - \xi/2) + v_x(\mathbf{r} + \xi/2)) \\ W_1 &= \sum_R n_R \sum_x \theta(\mathbf{x} \in V_R) \times \\ &\quad \times \{ (W_x(\mathbf{r} - \xi/2, \mathbf{r} - \xi/2) + W_x(\mathbf{r} + \xi/2, \mathbf{r} + \xi/2)) \} \\ W_2 &= \sum_R n_R \sum_x \theta(\mathbf{x} \in V_R) \times \\ &\quad \times \{ (W_x(\mathbf{r} - \xi/2, \mathbf{r} + \xi/2) + W_x(\mathbf{r} + \xi/2, \mathbf{r} - \xi/2)) \}. \end{aligned} \quad (25)$$

Оценим первое и второе слагаемые в правой части системы уравнений (24). Первое слагаемое по порядку величины равно среднему потенциалу

$$\bar{V} = \frac{2\pi|f|}{m\Omega} \sim 10^8 \text{ с}^{-1},$$

где $\Omega = a_l^3$ — объем элементарной ячейки.

Второе слагаемое, приводящее к деполяризации нейтрона, имеет порядок

$$\bar{V}^2 \tau_c = \bar{V}^2 \frac{a_l}{v} \sim 10^3 \text{ с}^{-1}.$$

Опуская второе слагаемое, находим решение

$$\begin{aligned} g_1(t) + ig_2(t) &= (g_1^0 + ig_2^0) \exp\left(i \int_0^t L_1(\tau) d\tau\right), \\ g_0(t) + g_3(t) &= (g_0^0 + g_3^0) \exp\left(-i \int_0^t L_0(\tau) d\tau\right), \\ g_0(t) - g_3(t) &= (g_0^0 - g_3^0) \exp\left(i \int_0^t L_0(\tau) d\tau\right). \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь $g_i^0 = g_i(t=0)$. Пусть падающий на образец пучок нейтронов полностью поляризован вдоль оси OZ в положительном направлении. Тогда $g_0^0 = g_3^0 = 1$, $g_1^0 = g_2^0 = 0$, и

$$g_0(t) = g_3(t) = \exp\left(-i \int_0^t L_0(\tau) d\tau\right). \quad (27)$$

Переходя от псевдомагнитного потенциала отдельных ядер к среднему потенциалу гранулы по правилу $\sum_{\mathbf{x}} \theta(\mathbf{x} \in V_R) v_{\mathbf{x}}(\mathbf{r}) \rightarrow U_p(\mathbf{r} - \mathbf{R})$, получаем

$$D_+(\xi) = \left\langle \exp\left(\sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} \left(R_{\mathbf{x}} + \frac{p}{4} P_{\mathbf{x}}\right)\right) \right\rangle \left(\frac{1}{2} + I_z\right). \quad (28)$$

где

$$P_{\mathbf{x}}(\rho, \xi) = -i \int_0^\infty d\tau (U_p(\mathbf{r} - \mathbf{x} - \xi/2) - U_p(\mathbf{r} - \mathbf{x} + \xi/2)).$$

Если спин нейтрона направлен против оси OZ, т.е. $g_0^0 = 1$, $g_3^0 = -1$, $g_1^0 = g_2^0 = 0$, получаем

$$D_-(\xi) = \left\langle \exp\left(\sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} \left(R_{\mathbf{x}} - \frac{p}{4} P_{\mathbf{x}}\right)\right) \right\rangle \left(\frac{1}{2} - I_z\right). \quad (29)$$

Легко видеть, что выражение для $P_{\mathbf{x}}$ получается из выражения для $R_{\mathbf{x}}$ заменой среднего ядерного потенциала U_0 на средний псевдомагнитный ядерный потенциал U_p . Далее, проводя усреднение по числам заполнения аналогично (10)–(11), получаем выражение для интенсивности ММУРН.

Из (28)–(29) видно, что эффективный потенциал среды равен $U_0 \pm (p/4)U_p$, т.е. при поляризации ядер образца имеется возможность варьирования контраста.

Если пучок нейтронов поляризован вдоль оси OX, то $g_0^0 = g_1^0 = 1$, $g_2^0 = g_3^0 = 0$. В этом случае имеем

$$\begin{aligned} g_1(t) &= \cos\left(\int_0^t L_1(\tau) d\tau\right), \quad g_2(t) = \sin\left(\int_0^t L_1(\tau) d\tau\right), \\ g_0(t) &= \frac{1}{2} \left\{ \exp\left(i \int_0^t L_0(\tau) d\tau\right) + \exp\left(-i \int_0^t L_0(\tau) d\tau\right) \right\}, \\ g_3(t) &= \frac{1}{2} \left\{ \exp\left(-i \int_0^t L_0(\tau) d\tau\right) - \exp\left(i \int_0^t L_0(\tau) d\tau\right) \right\}. \end{aligned} \quad (30)$$

Фурье-образ интенсивности равен

$$\begin{aligned} D(\xi) &= \frac{1}{2} \left\langle \exp\left(\sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} \left(R_{\mathbf{x}} - \frac{p}{4} P_{\mathbf{x}}\right)\right) \right\rangle \left(\frac{1}{2} - I_z\right) + \\ &+ \frac{1}{2} \left\langle \exp\left(\sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} \left(R_{\mathbf{x}} + \frac{p}{4} P_{\mathbf{x}}\right)\right) \right\rangle \left(\frac{1}{2} + I_z\right) + \\ &+ \left\langle \exp\left(\sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} R_{\mathbf{x}}\right) \times \right. \\ &\times \left[\cos\left(\frac{p}{4} \sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} S_{\mathbf{x}}\right) I_x + \sin\left(\frac{p}{4} \sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} S_{\mathbf{x}}\right) I_y \right] \right\rangle, \end{aligned} \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned} S_{\mathbf{x}}(\rho, \xi) &= -i \int_0^\infty d\tau (U_p(\mathbf{r} - \mathbf{x} - \xi/2) + \\ &+ U_p(\mathbf{r} - \mathbf{x} + \xi/2)). \end{aligned} \quad (32)$$

Здесь $S_{\mathbf{x}}$ отвечает среднему псевдомагнитному полю гранул, а соответствующий оператор эволюции $\exp(\sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} S_{\mathbf{x}})$ описывает вращение спина нейтрона вокруг оси OZ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено обобщение теории многократного малоуглового рассеяния на случай рассеяния поляризованных нейтронов на поляризованных мишенях.

Показано, что при учете спиновых эффектов общая структура теории остается прежней. Рассеяние нейтронов на отдельном рассеивающем центре определяется средней величиной псевдомагнитного ядерного поля, а флуктуации поля приводят к деполяризации нейтронов.

Показано, что использование метода динамической поляризации для создания поляризованных мишеней, дает возможность варьирования контраста и увеличения информативности способности метода многократного МУРН.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят проф. Х. Глэттли за полезные обсуждения применения поляризации ядер в малоугловом рассеянии нейтронов.

Работа выполнена в рамках финансирования государственного задания НИЦ “Курчатовский институт”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. *Feigin L.A., Svergun D.I.* Structure Analysis by Small-Angle X-Ray and Neutron Scattering. 1987. New York: Plenum.
2. *Ацаркин В.А.* Динамическая поляризация ядер в твердых диэлектриках. “Наука”, 1980.
3. *Brandt B. van den, Glattli H., Hautle P., Kohlbrecher J., Konter J.A., Michels A., Stuhmann H.B. and Zimmer O.* // J. Appl. Cryst. 2007. V. 40. P. s106.
4. *Noda Y., Maeda T., Oku T., Koizumi S., Masui T., Kishimoto H.* // Quantum Beam Sci. 2020. V. 4. P. 33. <https://doi.org/10.3390/qubs4040033>
5. *Noda Y., Koizumi S., Maeda T., Inada T. and Ishihara A.* // J. Appl. Cryst. 2023. V. 56. P. 1015. <https://doi.org/10.1107/S160057672300465X>
6. *Stuhmann H.B.* // Eur. Phys. J. E. 2023. V. 46. P. 41. <https://doi.org/10.1140/epje/s10189-023-00295-6>
7. *Quan Yifan.* Development of Triplet Dynamic Nuclear Polarization for Polarization Analysis in Small-Angle Neutron Scattering. 2021. Doctoral Thesis. University of Basel. Faculty of Science. <https://edoc.unibas.ch/82083/>.
8. *Abov Yu.G., Denisov D.S., Elyutin N.O., Matveev S.K., Smirnov Yu.I., Eidlin A.O., Dzheparov F.S., L'vov D.V.* // J. Exp. Theor. Phys. 1998. V. 87. P. 1195.
9. *Maleev S.V., Toperverg B.P.* // J. Exp. Theor. Phys. 1980. V. 51. P. 158.
10. *Schelten J., Schmatz W.* // J. Appl. Cryst. 1980. V. 13. P. 385. <https://doi.org/10.1107/S0021889880012356>
11. *Джепаров Ф.С., Львов Д.В.* // Письма в ЖЭТФ. 2000. Т. 72. С. 518 [*Dzheparov F.S., L'vov D.V.* // JETP Lett. 2000. V. 72. P. 360].
12. *Абов Ю.Г., Джепаров Ф.С., Елютин Н.О., Львов Д.В., Тюлюсов А.Н.* // Журн. эксп. теор. физ. 2013. Т. 143. С. 507 [*Abov Yu.G., Dzheparov F.S., Elyutin N.O., Lvov D.V., Tyulyusov A.N.* // J. Exp. Theor. Phys. 2013. V. 116. P. 442. [doi: 10.1134/S1063776113020088](https://doi.org/10.1134/S1063776113020088)].
13. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. 1989. Москва: Наука.
14. *Джепаров Ф.С., Забелин К.С., Львов Д.В.* // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2009. № 9. С. 9 [*Dzheparov F.S., Zabelin K.S., Lvov D.V.* // J. Surf. Invest. 2009. V. 3. P. 665. <https://doi.org/10.1134/S1027451009050024>].
15. *Джепаров Ф.С., Львов Д.В.* // Физика твердого тела. 2014. Т. 56. С. 142 [*Dzheparov F.S., Lvov D.V.* // Phys. Solid State. 2014. V. 56. P. 142. <https://doi.org/10.1134/S1063783414010120>].
16. *Dzheparov F.S., Smelov V.S., Shestopal V.E.* // JETP Lett. 1980. V. 32. P. 47.
17. *Kubo R.* // J. Phys. Soc. Jpn. 1962. V. 17. P. 1100.
18. *Джепаров Ф.С., Львов Д.В.* // Ядерная физика. 2020. Т. 83. С. 356 [*Dzheparov F.S., Lvov D.V.* // Phys. At. Nucl. 2020. V. 83. P. 621. <https://doi.org/10.31857/S004400272003006X>].
19. *Джепаров Ф.С., Львов Д.В., Франк А.И.* // Ядерная физика. 2022. Т. 85. С. 419. <https://doi.org/10.31857/S004400272206006X> [*Dzheparov F.S., Lvov D.V., Frank A.I.* // Phys. At. Nucl. 2022. V. 85. P. 561. <https://doi.org/10.1134/s1063778822060060>].

Theory of Multiple Small-Angle Scattering of Neutrons Including the Pseudomagnetic Interaction

F. S. Dzheparov^{1, 2} and D. V. Lvov^{1, 2, *}

¹National Research Centre “Kurchatov Institute”, Moscow, 123182 Russia

²National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia

*e-mail: lvov@itep.ru; nrcki@nrcki.ru

Received May 29, 2025; revised May 29, 2025; accepted June 10, 2025

Abstract—The multiple small-angle scattering of neutrons has been analyzed taking into account the pseudomagnetic interaction. A kinetic equation that is valid in the principal order for scattering at one scattering center has been derived. It has been shown that the spin part of neutron scattering with the collinear orientation of the initial polarization of neutrons and nuclei is determined by the average value of the pseudomagnetic nuclear field, and field fluctuations lead to neutron depolarization.

Keywords: multiple small-angle scattering of neutrons, dynamic polarization of nuclei, pseudomagnetic interaction