

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛАЗМЫ, ПУЧКОВ ЧАСТИЦ И ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ

УДК 524.834

ДИНАМИКА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ГРАВИТАЦИОННО- СВЯЗАННЫХ ОБЪЕКТОВ В РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ВСЕЛЕННОЙ

© 2021 г. П. М. Петрякова*

Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Каширское шоссе 31, Москва, 115409 Россия

*E-mail: petriakovapolina@gmail.com

Поступила в редакцию 25.09.2020 г.

После доработки 25.09.2020 г.

Принята к публикации 25.09.2020 г.

В данной работе рассматривается кластер первичных черных дыр (ПЧД), отделившийся от космологического расширения. Характерной особенностью образовавшейся области является повышенная температура относительно окружающего пространства, которая может быть причиной образования новых цепочек ядерных реакций, существенно влияющих на химический состав рассматриваемой области. Распространение температуры описывается в рамках релятивистской процедуры Чепмена—Энскога.

Ключевые слова: первичные черные дыры, кластер первичных черных дыр

DOI: 10.56304/S2079562920060445

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] обсуждается механизм формирования первичных черных дыр в результате коллапса доменных стенок, которые образуются во время инфляционного периода эволюции Вселенной за счет квантовых флуктуаций скалярного поля вблизи седловой точки. После завершения инфляционной стадии стенки начинают заходить под горизонт, флуктуировать и “сбрасывать” энергию, тем самым нагревая окружающее пространство. В данной работе рассматривается динамика температуры области, образованной в результате нагрева всеми стенками. Для этого предлагается решить релятивистское уравнение теплопроводности без конвективных слагаемых с учетом расширения окружающего пространства.

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ПРОЦЕДУРА ЧЕПМЕНА—ЭНСКОГА

Релятивистская процедура Чепмена—Энскога [2] позволяет получить линейные законы, связывающие потоки, термодинамические силы и выражения для коэффициентов переноса на базе решения линеаризованного уравнения переноса. Характерным допущением данной процедуры является то, что в гидродинамическом режиме функцию распределения можно представить в виде функции от гидродинамических переменных и от их градиентов. Линейные законы вводятся в уравнение непрерывности, уравнение движения и энергетическое уравнение. Это приводит к релятивист-

ским уравнениям Навье—Стокса, которые образуют замкнутую систему для гидродинамических переменных. В первом приближении различные необратимые потоки линейно связаны с неоднородностями, присутствующими в системе. В этом случае релятивистское обобщение закона Фурье для теплового потока и выражение для тензора вязкого давления имеют вид ($c = \hbar = k_B = 1$):

$$I_q^\mu = \lambda \left(\nabla^\mu T - \frac{T}{h n} \nabla^\mu p \right), \quad (1)$$

$$\Pi^{\mu\nu} = 2\eta \overline{\nabla^\mu u^\nu} + \eta_\nu \Delta^{\mu\nu} \nabla_\sigma u^\sigma, \quad (2)$$

где λ — коэффициент теплопроводности, η — скалярный коэффициент вязкости, η_ν — коэффициент объемной вязкости, h — энтальпия, p — давление, $\nabla^\mu = \Delta^{\mu\nu} \partial_\nu$, где проекционный оператор $\Delta^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu$ и действует на гидродинамическую 4-скорость как $\Delta^{\mu\nu} u_\nu = 0$, а первое слагаемое в определении $\Pi^{\mu\nu}$ является тензором давления с нулевым следом. Полученные выражения приводятся для двух выборов гидродинамической 4-скорости, предложенных Экартом и Ландау с Лифшицем. Воспользуемся определением Экарта [3]. В данной схеме гидродинамическая 4-скорость выражается через 4-поток частиц N^μ как

$$u^\mu = \frac{N^\mu}{\sqrt{N^\nu N_\nu}}. \quad (3)$$

Релятивистское уравнение движения и уравнения для энергии [4]:

$$hnDu^\mu = \nabla^\mu p - \Delta^\mu_\nu \nabla_\sigma \Pi^{\nu\sigma} + (hn)^{-1} \Pi^{\mu\nu} \nabla_\nu p - (\Delta^\mu_\nu D I^\nu_q + I^\mu_q \nabla_\nu u^\nu + I^\nu_q \nabla_\nu u^\mu), \quad (4)$$

$$nDe = -p \nabla_\mu u^\mu + \Pi^{\mu\nu} \nabla_\nu u_\mu - \nabla_\mu I^\mu_q + 2I^\mu_q Du_\mu. \quad (5)$$

Уравнение для энергии (5) в силу линейных законов (1) и (2) имеет вид:

$$\frac{DT}{T} = \frac{1}{c_v} \left[\nabla_\mu u^\mu - \frac{\lambda}{p} \left(\nabla^2 T - \frac{T}{hn} \nabla^2 p \right) \right], \quad (6)$$

где $\nabla^2 = \nabla^\mu \nabla_\mu$ и $D = u^\mu \partial_\mu$.

Если гидродинамическая скорость постоянна, а $p = nT$, то уравнение для энергии сводится к релятивистскому уравнению теплопроводности

$$nc_v DT = -\lambda \left(\nabla^2 T - \frac{T}{hn} \nabla^2 p \right). \quad (7)$$

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Определим неизвестные величины, входящие в уравнение (7). При рассмотрении случая отсутствия внешнего поля, равновесная функция распределения переходит в функцию распределения Ютнера, т.е. функцию распределения по импульсам

$$f(p) = \frac{1}{(2\pi)^3} \exp \left(\frac{\mu - p^\mu u_\mu}{T} \right). \quad (8)$$

Далее, используя данную функцию, находим плотность числа частиц, плотность энергии и выражение для энтальпии [5]. Энергия на одну частицу и теплоемкость по определению соответственно

$$e = m \frac{K_3(m/T)}{K_2(m/T)} - T, \quad c_v = \partial e / \partial T. \quad (9)$$

Выражение для энтальпии на одну частицу с учетом $p = nT$

$$h = e + pn^{-1} = m \frac{K_3(m/T)}{K_2(m/T)}. \quad (10)$$

Найденные величины (9) и (10) содержат модифицированные функции Бесселя второго рода, которые в зависимости от величины аргумента имеют различные асимптотики [6]. При достаточно больших аргументах ($w = m/T$):

$$K_n(w) \simeq \frac{1}{e^w} \sqrt{\frac{\pi}{2w}} \times \left[1 + \frac{4n^2 - 1}{8w} + \frac{(4n^2 - 1)(4n^2 - 9)}{2!(8w)^2} + \dots \right]. \quad (11)$$

Следовательно в случае низких температур получаем следующие выражения

$$h = m + \frac{5}{2}T + \frac{15T^2}{8m} + \dots; \quad e = m + \frac{3}{2}T + \frac{15T^2}{8m} + \dots; \quad (12)$$

$$c_v = \frac{\partial e}{\partial T} = \frac{3}{2} + \frac{15T}{4m} + \dots$$

При рассмотрении безмассовых частиц, которые играют роль в релятивистской кинетической теории, модифицированная функция Бесселя второго рода и соответствующие термодинамические величины

$$\lim_{w \rightarrow 0} w^n K_n(w) = 2^{n-1} (n-1)!; \quad (13)$$

$$e = 3T; \quad h = 4T; \quad c_v = 3.$$

Для достаточно низких значений температуры коэффициент теплопроводности приближенно [4]

$$\lambda = \frac{4x_\gamma}{5x_e} \frac{1}{\sigma_T}, \quad (14)$$

где x_i — доля частиц, σ_T — сечение Комптона и электрон-фотонное отношение плотностей задается барион-фотонным соотношением, в предположении электронейтральности Вселенной [7]

$$\eta_B = \frac{n_B}{n_\gamma} = 0.610^{-9}. \quad (15)$$

ЗАВИСИМОСТЬ ОТ ТЕМПА РАСШИРЕНИЯ ОКРУЖАЮЩЕГО ПРОСТРАНСТВА

Определимся с видом операторов, входящих в уравнение (7). Если материя в целом неподвижна, то 4-скорость $u_\mu = (1, 0, 0, 0)$ тогда $D = u^\mu \partial_\mu = \partial_t$. Заменяя частные производные на ковариантные в операторах $\nabla^\mu = \Delta^{\mu\nu} \partial_\nu \rightarrow \Delta^{\mu\nu} \mathcal{D}_\nu$, получаем

$$\nabla^2 = \nabla^\mu \nabla_\mu = \nabla^\mu g_{\mu\nu} \nabla^\nu = \Delta^{\mu\nu} \mathcal{D}_\nu g_{\mu\nu} \Delta^{\nu k} \mathcal{D}_k, \quad (16)$$

где для ковариантного вектора $\mathcal{D}_\mu A_\nu = \partial_\mu A_\nu - \Gamma^\alpha_{\mu\nu} A_\alpha$ и для контрвариантного $\mathcal{D}_\mu A^\nu = \partial_\mu A^\nu + \Gamma^\nu_{\alpha\mu} A^\alpha$, символы Кристоффеля второго рода в свою очередь: $\Gamma^\alpha_{\mu\nu} = g^{\alpha\sigma} (\partial_\mu g_{\nu\sigma} + \partial_\nu g_{\mu\sigma} - \partial_\sigma g_{\mu\nu})/2$.

В дальнейших вычислениях используется метрика Фридмана–Робертсона–Уокера [7]

$$g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -a^2(t), -a^2(t)r^2, -a^2(t)r^2 \sin^2 \theta), \quad (17)$$

где масштабный фактор получен с учетом следующих условий $a(t_0) = 1$, $\rho(t_0) = 0.53 \cdot 10^{-5}$ ГэВ/см³, $t_0 \simeq 14 \cdot 10^9$ лет — возраст Вселенной и имеет вид

$$a(t) = \left[1 + \frac{3\xi}{2} \sqrt{\frac{8\pi G \rho_0}{3}} (t - t_0) \right]^{2/3\xi}, \quad (18)$$

где $\xi = 4/3$ для стадии радиационного доминирования во Вселенной (далее RD-стадии) и $\xi = 1$ для эпохи доминирования вещества (далее MD-стадии).

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Кластер первичных черных дыр предположительно вириализуется на завершении RD-стадии. Поэтому имеет смысл рассмотреть насколько успеет охладиться расстриваемая область до момента перехода на MD-стадию. Пусть начальный профиль температуры задан нормальным распределением, при этом параметры задачи:

- радиус нагретой области $r_0 = 1$ пк;
- температура внутри области $T_{in} = 100$ кэВ;
- температура окружающего пространства $T_{out} = 1$ кэВ;
- зависимость масштабного фактора $a(t)$ выбрана для RD-стадии;
- для энтальпии и теплоемкости на одну частицу используем выражения (12).

Исходя из полученного численного решения, можем сделать вывод, что гравитационно-связанная область практически полностью сохраняет температуру, которая была получена при формировании на RD-стадии, более подробные численные результаты представлены в работе автора [5]. Следующим шагом является определение того, что происходит с этой нагретой областью на MD-стадии.

ОЦЕНКА ДЛЯ MD-СТАДИИ

Рассматривая внутреннюю температуру гравитационно-связанной области на MD-стадии, мы можем найти зависимость теплопроводности от температуры в нерелятивистском случае.

Температуропроводимость по определению [8] в единицах $\left[\frac{\text{пк}^2}{\text{год}} \right]$

$$\chi = \frac{\lambda}{n_e c_v} = 3.16 \frac{T_e \tau_e}{m_e c_v} =$$

$$= \frac{3.16}{2\sqrt{2}\pi\sqrt{m_e} q_e^4 Z n_e(T) \ln(6Tr_D/\alpha)} T_e^{5/2} \simeq \frac{2.3 \cdot 10^{-14}}{\sqrt{T_e}(\text{эВ})}. \quad (19)$$

Полученное значение позволяет сохранить повышенную температуру внутри кластера до начала рекомбинации. Этот факт является существенной предпосылкой для аномалий в химическом составе рассматриваемой области, поэтому имеет смысл рассмотреть в будущем происходящие процессы более детально.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате вычислений в данной работе получено, что гравитационно-связанная область практически полностью сохраняет температуру, полученную во время формирования кластера первичных черных дыр. Таким образом, существуют значительные предпосылки для аномалий в химическом составе рассматриваемой области. Представляет интерес изучить возможные аномалии химического состава и сравнить с наблюдаемыми данными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. Belotsky K.M., Dokuchaev V.I., Eroshenko Y.N. et al. // Eur. Phys. J. C. 2019. V. 79. P. 246. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-6741-4>
2. Chapman S., Cowling T.G. The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases: An Account of the Kinetic Theory of Viscosity, Thermal Conduction and Diffusion in Gases. 1970. Cambridge: Cambridge Univ. Press.
3. Eckart C. Phys. Rept. 1929.
4. Groot S.R., Leewen W.A., Weert Ch.G. // Relativistic Kinetic Theory: Principles and Applications. 1980. Amsterdam: North-Holland.
5. Petriakova P.M., Rubin S.G. // Bled Workshops in Physics. 2019. V. 20. P. 237–246. <http://bsm.fmf.uni-lj.si/bled2019bsm/talks/BledVol20No2proc19-Dec23.pdf>
6. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. // Специальные функции: Формулы, графики, таблицы. Пер. с нем. под. ред. Л.И. Седова. 1977. Москва: Наука.
7. Gorbunov D.S., Rubakov V.A. // Introduction to the Theory of the Early Universe: Hot Big Bang Theory. 2017. New Jersey: World Scientific.
8. Брагинский С.И. // Вопросы теории плазмы. 1963. Москва: Госатомиздат.

Dynamics of Temperature Distribution of Gravitationally Bound Objects in the Expanding Universe

P. M. Petryakova*

National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia

*e-mail: petriakovapolina@gmail.com

Received September 25, 2020; revised September 25, 2020; accepted September 25, 2020

Abstract—We consider a cluster of Primordial Black Holes (PBH) which is decoupled from the cosmological expansion (Hubble flow) and this region is heated as compared to the surrounding matter. The increased temperature inside the region can be explained by several mechanisms of PBH formation. The temperature dynamics is described by the appropriate equations in the framework of the Chapman–Enskog procedure

Keywords: primordial black holes, cluster of primordial black holes