

ИНЖЕНЕРНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЯДЕРНО-ФИЗИЧЕСКОЙ АППАРАТУРЫ

УДК 538.955

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНЫХ И МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ СИСТЕМЫ ТОРОИДАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ СФЕРИЧЕСКОГО ТОКАМАКА

© 2025 г. И. В. Мартиросян^а, *, Д. А. Александров^а, М. А. Осипов^а, Е. А. Веницкий^а, С. А. Крат^а

^аНациональный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, 115409 Россия

*E-mail: mephizic@gmail.com

Поступила в редакцию 01.10.2024 г.

После доработки 03.10.2024 г.

Принята к публикации 07.10.2024 г.

Разработана численная модель для расчета магнитных и механических характеристик сверхпроводящей системы тороидального магнитного поля сферического токамака. Рассмотрены три конфигурации: соленоид Принстона-D и две различные винтообразные непрерывные конфигурации соленоида. Получены распределения магнитного поля соленоидов и распределения механических напряжений, которым они подвержены. Показано, что соленоид Принстона-D является наименее оптимальным: модуль индукции магнитного поля на его обмотках на порядок превосходит модуль индукции в случае непрерывных соленоидов, что приводит к значительно меньшему — на 34% — максимально возможному пропускаемому току. Механические напряжения в первом случае также заметно выше. Также показано, что два варианта винтообразной конфигурации отличаются друг от друга незначительно.

Ключевые слова: ВТСП, критический ток, соленоид, сила Лоренца, токамак

DOI: 10.56304/S2079562925020046

1. ВВЕДЕНИЕ

Токамаки — это тороидальные установки с магнитным удержанием плазмы являются одним из возможных способов имплементации управляемого термоядерного синтеза. На данный момент существуют несколько проектов по созданию экспериментальных термоядерных реакторов, которые находятся на разной стадии готовности, в том числе: ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor) и CFETR (China Fusion Engineering Test Reactor) [1]. Для тестирования различных систем и режимов этих будущих реакторов задействованы ряд токамаков: TFTR [2], TCV [3], EAST [4], T-15 [5], и другие. В последних двух установках используются сверхпроводящие обмотки. Применение обмоток из высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) в конструкции термоядерных реакторов позволяет достичь сверхсильных и стабильных магнитных полей. При этом, в сравнении с установками на основе медных проводников, токамаки с обмотками из ВТСП потребляют меньше энергии.

Существуют несколько конфигураций тороидальных обмоток для магнитного удержания плазмы. В сечении — о-образные и d-образные [6]; секционные [7] и винтовые [7–9]. На данный момент в большинстве сверхпроводящих токамаках исполь-

зуются обмотки из низкотемпературных сверхпроводников (НТСП) [4, 5]. Высокотемпературные сверхпроводники обладают следующими преимуществами над НТСП: значительная большая плотность критического тока в высоких магнитных полях и более удобная для теплоотвода рабочая температура (порядка 20 K) [10]. Для кабелей в сверхпроводящих магнитах используются такие способы их намотки как CORC (Conductor On Round Core), RACC (Roebel Assembled Coated Conductor) а также кабели Резерфорда [11].

Цель настоящей работы — подбор оптимальной конфигурации для тороидальной магнитной системы сферического токамака МИФИ. Так как величина плотности критического тока в ВТСП зависит от магнитного поля, необходима следующая оптимизация конфигурации тороидальных обмоток токамака: магнитное поле на самих обмотках должно быть минимально возможным с сохранением однородности магнитного поля и его величины, необходимой для удержания плазмы. Также необходим расчет механических напряжений, которым подвержен токамак. Основная часть настоящей работы структурирована следующим образом. Во втором разделе представлены описания геометрий сверхпроводящих обмоток. В третьем разделе описан подход для комплексного мульти-

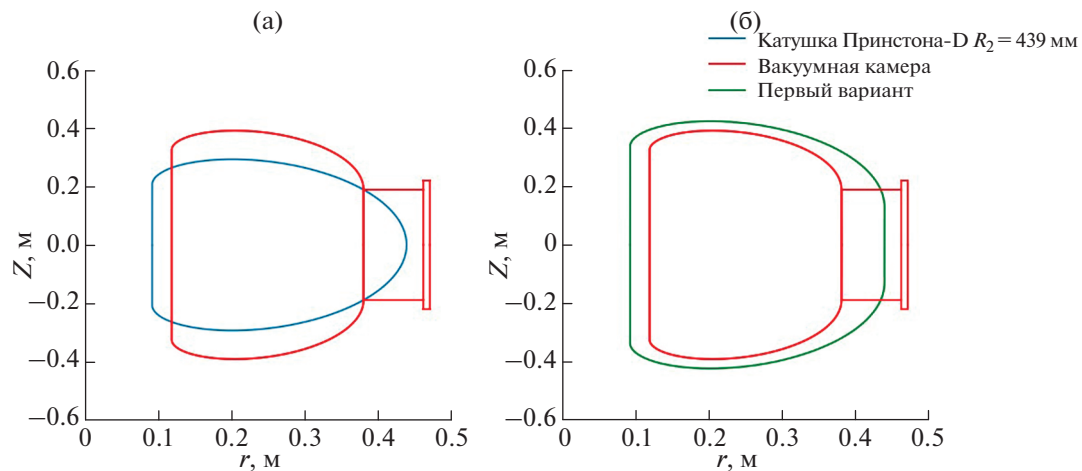


Рис. 1. Полоидальное сечение катушки Принстона-D с $R_1 = 93$ мм и $R_2 = 439$ мм (а); первый вариант полоидального сечения НТС с вертикальным сегментом (б). На обоих рисунках красным цветом отмечено полоидальное сечение вакуумной камеры МИФИСТ-1.

физического моделирования ВТСП устройств — А-формализм. В четвертом разделе представлены результаты численных расчетов и их обсуждение.

2. ОПИСАНИЕ ГЕОМЕТРИИ ВСТП ОБМОТОК

В настоящее время в НИЯУ МИФИ ведется разработка нового сферического токамака МИФИСТ-1 [12], являющегося усовершенствованной версией токамака МИФИСТ-0 [13]. Исследуется возможность изготовления системы тороидального поля (ТП) в виде непрерывного тороидального соленоида (НТС) [14], состоящего из 12 витков и использующего ВТСП обмотки, с внутренним радиусом $R_1 = 93$ мм и внешним радиусом $R_2 = 439$ мм. Ключевой особенностью этой установки является новая вакуумная камера, оснащенная многочисленными диагностическими портами [15]. Эта особенность требует изменения формы полоидального сечения системы ТП.

В качестве нулевого подхода было использовано оптимальное с точки зрения механической прочности полоидальное сечение, известное также как катушка Принстона-D [16]. Однако НТС с таким полоидальным сечением не может быть имплементирован ввиду размеров вакуумной камеры токамака (рис. 1а). В результате были предложены два варианта полоидального сечения установки. Первый вариант предполагает добавление вертикального сегмента, который позволяет увеличить высоту катушки, избежав тем самым потенциального пересечения вакуумной камеры и тороидального соленоида (рис. 1б). Высота вертикального сегмента подбиралась таким образом, чтобы расстояние до камеры составляло не менее 10 мм, что

обеспечивает запас прочности, исключающий контакт между камерой и НТС.

Второй вариант предполагает увеличение внешнего радиуса тороидального соленоида до $R_2 = 580$ мм (обеспечивает необходимое расстояние между вакуумной камерой и тороидальным соленоидом) с последующим его обрезанием до необходимого внешнего радиуса $R_2 = 439$ мм (рис. 2а). На последнем этапе кривая закруглена полиномом степени 4 с условием непрерывности первой и второй производной на границах (рис. 2б). Минимальный радиус закругления — 60 мм — учитывает особенности ВТСП лент, которые планируется использовать при изготовлении соленоида.

Для обоих вариантов полоидального сечения угол наклона тороидальной петли соленоида определялся из условия минимального полоидального поля внутри вакуумной камеры установки. Наличие таких полоидальных полей в плазменной области может негативно повлиять на плазму и даже привести к ее диспропорционированию. Угол наклона для обоих вариантов полоидального сечения показан на рис. 3.

Из полученных данных извлечены составляющие обмотки тороидального соленоида в цилиндрических координатах: координаты r и z из полоидального сечения тороидального соленоида и угол наклона петли тороидального соленоида из предыдущих расчетов. Эти параметры позволяют построить трехмерную модель СТС для токамака МИФИСТ-1. Поперечный размер НТС для обоих вариантов составляет 30 мм. Пример трехмерной модели для второго полоидального сечения показан на рис. 4. Катушка Принстона-D в настоящей работе далее будет именоваться конфигурацией 3.

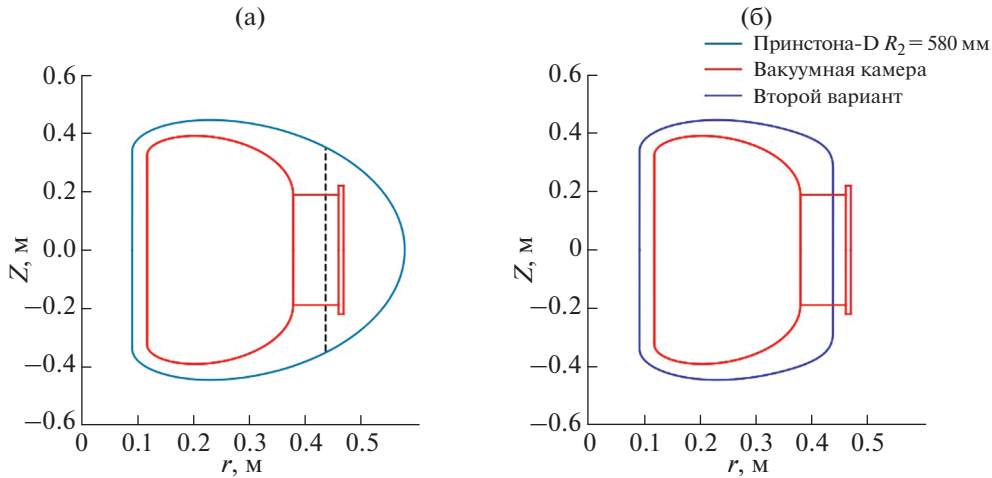


Рис. 2. Полоидальное сечение катушки Принстона-D с $R_1 = 93$ мм и $R_2 = 580$ мм, пунктиром показана линия среза кривой (а); второй вариант полоидального сечения НТС со скруглением (б). На обоих рисунках красным отмечено полоидальное сечение вакуумной камеры МИФИСТ-1.

3. ПОСТАНОВКА ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ В ТЕРМИНАХ МАГНИТНОГО ВЕКТОРНОГО ПОТЕНЦИАЛА (А-ФОРМАЛИЗМ)

В основе описания формализма заложена двухжидкостная модель, в рамках которой все свободные электроны сверхпроводящего домена разделены на два ансамбля — сверхпроводящие электроны с плотностью n_s и нормальные электроны с плотностью n_n . Соответственно, плотность тока также разделяется на две компоненты:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + \mathbf{J}_s, \quad (1)$$

где $\sigma \mathbf{E}$ — ток нормальных электронов, \mathbf{J}_s — ток куперовских пар. Вычисление \mathbf{J}_s происходит на основе решения уравнений Максвелла для вектора напряженности электрического поля:

$$\mathbf{E} = \frac{-\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi, \quad (2)$$

где ϕ — электростатический потенциал, \mathbf{A} — векторный потенциал магнитного поля.

Связь между напряженностью электрического поля и плотностью тока описывается степенным законом:

$$\mathbf{E} = E_c \left(\frac{\mathbf{J}}{J_{c0}} \right)^n, \quad (3)$$

Подставляя (2) в уравнение (3), находим выражение, описывающее связь плотности тока и векторного потенциала:

$$\mathbf{J} = J_{c0} \sqrt[n]{\frac{-\partial \mathbf{A}}{\partial t E_c}}. \quad (4)$$

Полученная функция является гладкой в нуле, а в случае отрицательных аргументов определяется только для нечетного n , в связи с чем использование данной функциональной зависимости при моделировании зачастую становится затруднительным. В случае жестких сверхпроводников, когда $n \gg 1$, выражение (4) можно свести к функции знака:

$$\mathbf{J} = J_{c0} \text{sign} \left(\frac{-\partial \mathbf{A}}{\partial t E_c} \right). \quad (5)$$

В итоге функция, соответствующая определению плотности критического тока в модели критического состояния, имеет вид:

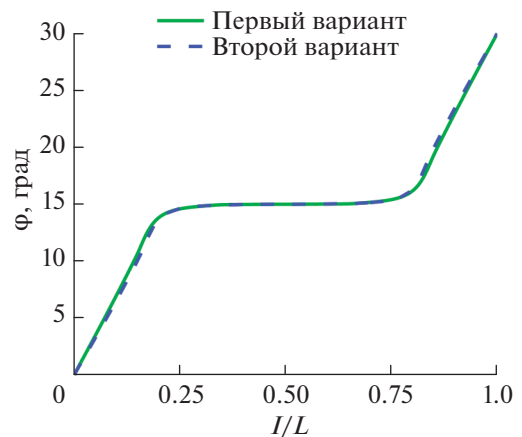


Рис. 3. Угол наклона тороидальной петли соленоида для обоих вариантов. По горизонтальной оси — относительная длина одной петли НТС. Зеленая линия — для первого полоидального сечения с вертикальным сегментом, пунктирная синяя линия — для второго полоидального сечения с закруглением.

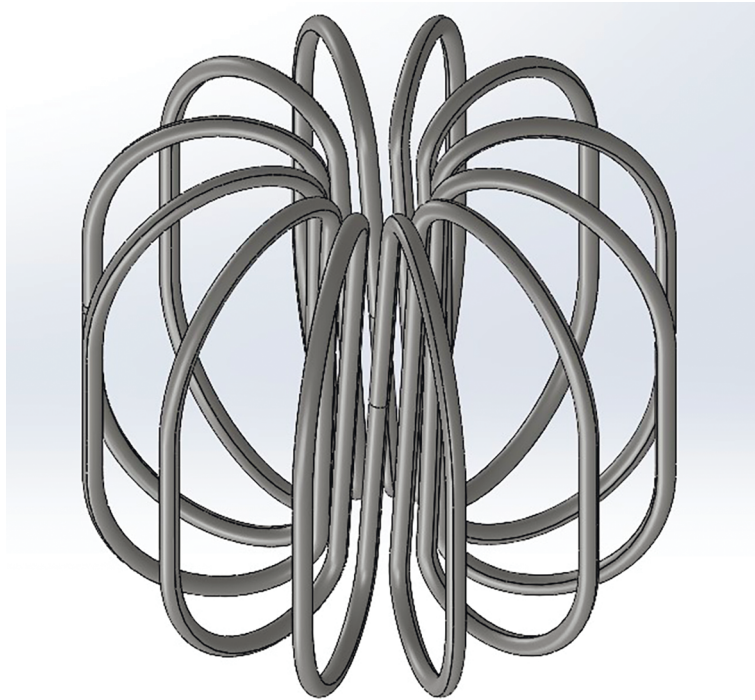


Рис. 4. Модель НТС для МИФИСТ-1 с первым вариантом полоидального сечения.

$$\mathbf{J} = \begin{cases} +J_{c0}, & \frac{\partial A}{\partial t} < 0, \\ -J_{c0}, & \frac{\partial A}{\partial t} > 0, \\ 0, & \frac{\partial A}{\partial t} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Основной недостаток полученной функции заключается в том, что ее производная расходится в нуле. Функция, наиболее близкая к данной, но обделенная таким недостатком — гиперболический тангенс. Данное приближение было предложено А. Кэмпбеллом в работе [17]. Таким образом, получаем:

$$\mathbf{J} = J_{c0} \operatorname{tgh} \left(\frac{-\partial A}{\partial t E_c} \right). \quad (7)$$

Для обеспечения сходимости задачи и осуществления корректного расчета необходимо определение величины магнитного поля за пределами расчетного домена. Система помещается в конечное замкнутое пространство, называемое внешним “воздушным” доменом. Для устранения влияния на результаты анализа краевых эффектов ко внешнему домену добавляются граничные условия бесконечных элементов (*infinite elements domain*).

Принцип работы бесконечных элементов заключается в следующем: строится слой виртуальных доменов (бесконечных элементов), окружа-

ющих рассматриваемое расчетное пространство. Когда зависимые переменные (в нашем случае — векторный потенциал магнитного поля \mathbf{A}) медленно изменяются с расстоянием от центра расчетной области, виртуальные слои могут быть растянуты в радиальном направлении. При такой деформации слоев граничные условия снаружи слоя бесконечных элементов задаются на большом расстоянии от воздушной области. Для рассматриваемой системы использование бесконечных элементов является физически обоснованным: поле постоянного магнита, заданное в качестве краевых условий, вообще говоря, распространяется на расстояния большие, чем размеры расчетной области. Так что задание граничных условий на бесконечности является необходимым для корректной постановки задачи.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Обмотки сферического токамака в настоящей работе представляют из себя CORC кабель и соответствуют геометрии, представленным в разделе 3. Расчет проводился при температуре кипения жидкого азота 77 К при пропускании тока через обмотку величиной 10 кА. Характеристики ВТСП ленты, использованные при расчетах, соответствуют характеристиками промышленной ВТСП ленты фирмы СуперОкс шириной 4 мм [18].

На рис. 5 представлены результаты расчетов индукции магнитного поля в полоидальной плос-

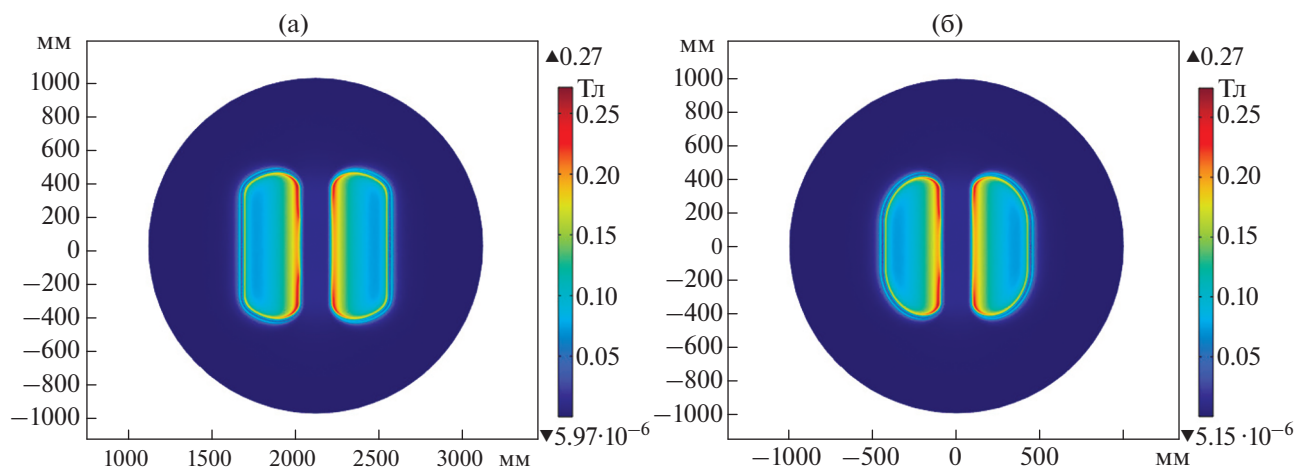


Рис. 5. Распределение модуля индукции магнитного поля в полоидальном сечении: (а) геометрия 1, (б) геометрия 2.

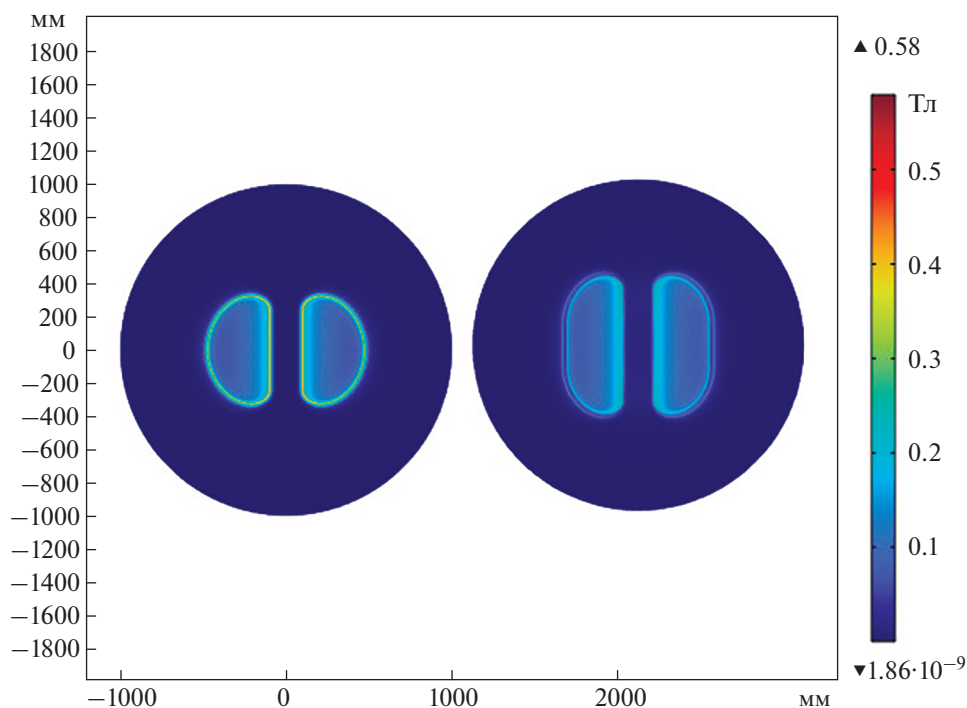


Рис. 6. Распределение модуля индукции магнитного поля в полоидальном сечении: слева — геометрия 3, справа — геометрия 2.

кости для геометрий 1 и 2 соответственно. Полученные величины индукции B тороидального магнитного поля в центральной области катушек отличается незначительно. Магнитное поле на обмотках превышает магнитное поле на оси тора в несколько раз. Это приводит к подавлению критического тока сверхпроводника. В случае же третьей конфигурации (рис. 6) максимальная величина индукции магнитного поля (0.58 Тл) на обмотках

более чем в два раза больше, чем во второй конфигурации (0.27 Тл).

Для наглядности на рис. 7 представлены аналогичные рис. 5 распределения индукции магнитного поля только на сверхпроводящих обмотках. Видно, что максимальные величины одинаковы.

Также был построен профиль B вдоль отрезка, лежащего в плоскости XU и направленного из центра вдоль одной из обмоток (рис. 8). Как мож-

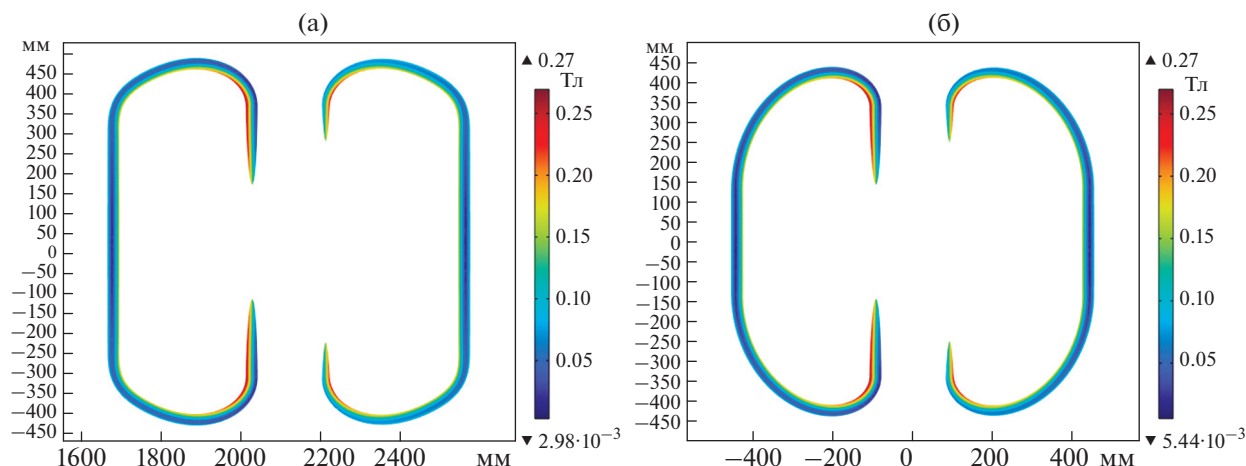


Рис. 7. Распределение модуля индукции магнитного поля на ВТСП обмотках в полоидальном сечении: (а) геометрия 1, (б) геометрия 2.

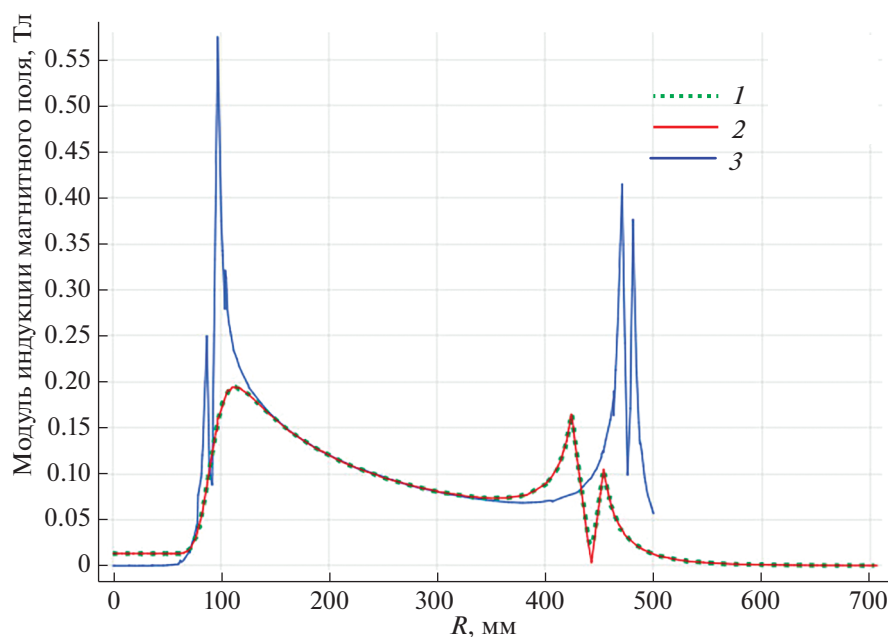


Рис. 8. Профиль модуля индукции магнитного поля: 1 – геометрия 1, 2 – геометрия 2, 3 – геометрия 3.

но заметить профили конфигураций 1 и 2 (зеленая штриховая и красная сплошная линии соответственно) практически совпадают (незначительно отличаются на внешней части обмоток). При этом, в случае третьей конфигурации (синяя сплошная) магнитное поле заметно менее однородно и больше по величине.

Наконец, был оценен максимально возможный ток, который можно пропустить через обмотки магнитных систем винтообразного типа. Оценка произведена следующим образом. Критический ток в нулевом магнитном поле при 77 К $I_c = J_c S$. Здесь

$J_c = 1.8 \text{ MA/cm}^2$ – средняя критическая плотность тока [21], S – общая площадь ВТСП слоя лент. Далее были построены две зависимости: критического тока и пропускаемого тока от величины индукции магнитного поля (рис. 9). Точка пересечения двух зависимостей и является оценкой максимально возможного пропускаемого тока. Он равен $I_{\max} = 15.1 \text{ kA}$. Для секционной конфигурации он оказался равен $I_{\max} = 9.95 \text{ kA}$.

Исходя из полученных результатов, учитывая подавление критического тока ВТСП магнитным полем, можно сказать, что третья конфигурация

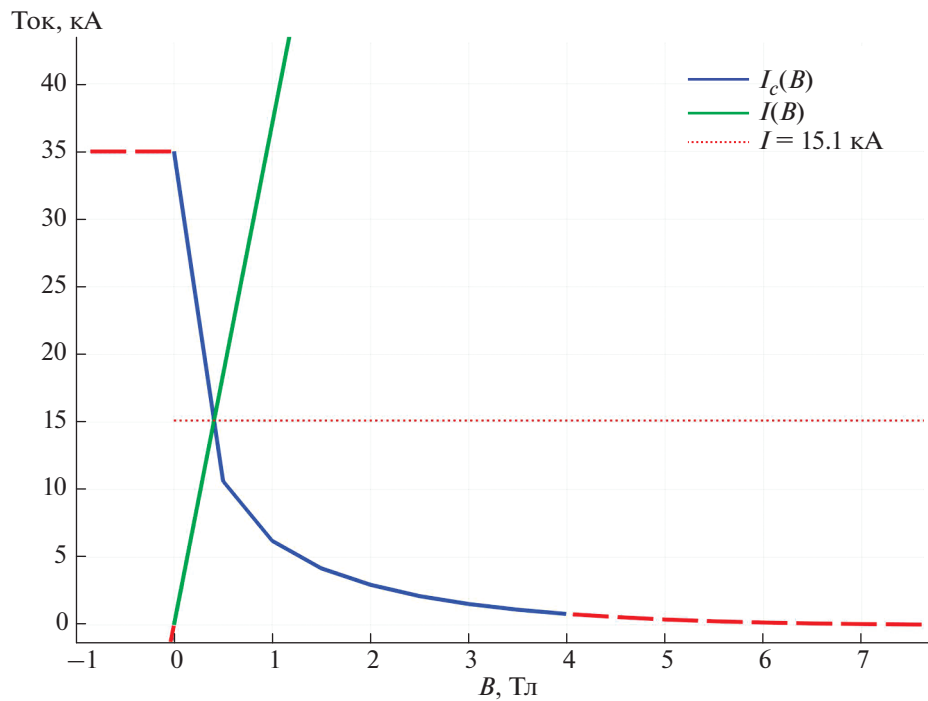


Рис. 9. Зависимости критического тока и пропускаемого тока от магнитного поля.

оказалась самой неудачной. Величина индукции магнитного поля на обмотках тора значительно выше, чем во второй и первой конфигурациях, которые не отличаются по максимальной B . Как следствие, максимально возможный ток в случае винтовой конфигурации на 34% меньше.

Для трех рассматриваемых конфигураций тороидальной магнитной системы был проведен

расчет механических напряжений. Сила Лоренца была определена следующим образом.

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \tag{14}$$

Результаты вычислений для первой и второй геометрий представлены на рис. 10. Здесь слева изображено распределение силы Лоренца для конфигурации 2, справа для конфигурации 1. Можно

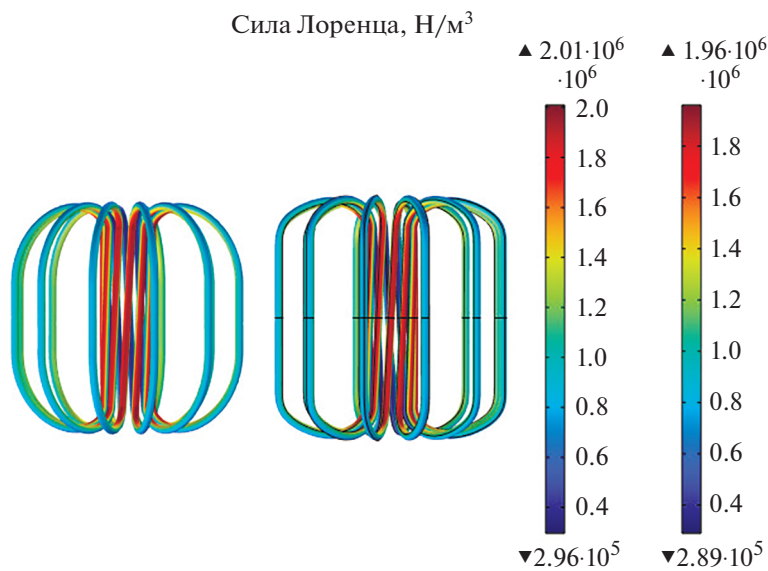


Рис. 10. Распределение величины силы Лоренца на ВТСП обмотках: слева – геометрия 2, справа – геометрия 1.

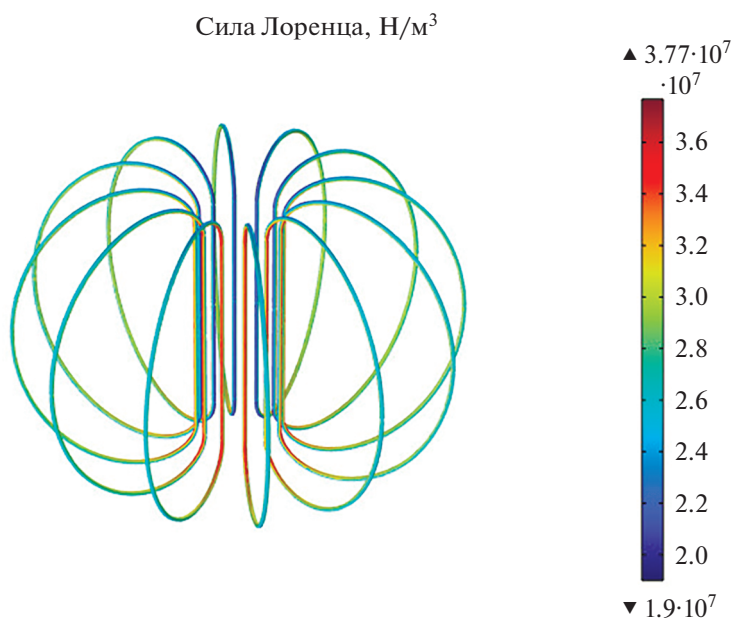


Рис. 11. Распределение величины силы Лоренца на ВТСР обмотках для конфигурации 3.

заметить, что максимальные и минимальные силы на ВТСР кабеле отличаются незначительно (~2%). В случае третьей геометрии минимальная сила Лоренца выше, чем в первой и второй на порядок (рис. 11).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для трех конфигураций ВТСР соленоида на основе А-формализма уравнений Максвелла проведен расчет распределений магнитного поля и механических напряжений. Установлено, что секционная конфигурация является наименее оптимальной. Максимальная величина индукции магнитного поля на обмотках в настоящей геометрии более чем в два раза превосходит величину индукции для винтообразных геометрий, максимально возможный пропускаемый ток на 34% меньше, а минимальная сила Лоренца в случае секционной конфигурации на порядок больше максимальной силы Лоренца в случае винтовой конфигурации. При этом различия между двумя винтовыми геометриями, рассмотренными в настоящей работе, как по величине индукции на обмотках, так и по механическим напряжениям незначительны. Конфигурация 2 обладает меньшим объемом в сравнении с конфигурацией 1 и, следовательно, является более экономически выгодной при имплементации.

6. БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-00749, <https://rscf.ru/project/24-29-00749/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. Zheng J., Qin J., Lu K., et al. // *Innovation*. 2022. V. 3 (4). P. 100269.
2. Bell M.G. // *The Tokamak Fusion Test Reactor. Magnetic Fusion Energy: From Experiments to Power Plants*. Neilson G.H. (Ed.). 2016. New York: Woodhead. P. 119–166.
<https://doi.org/10.1016/b978-0-08-100315-2.00006-4>
3. Reimerdes H., Agostini M., Alessi E., et al. // *Nucl. Fusion*. 2022. V. 62 (4). P. 042018.
4. Gao X., Zhang T., Wu M., et al. // *Plasma Sci. Technol.* 2021. V. 23 (9). P. 092001.
5. Khvostenko P.P., Anashkin I.O., Bondarchuk E.N., et al. // *Fusion Eng. Des.* 2021. V. 164. P. 112211.
6. Marinoni A., Sauter O., Coda S. // *Rev. Mod. Plasma Phys.* 2021. V. 5 (1). P. 6.
7. Gatto R., Bombarda F. // *Fusion Eng. Des.* 2019. V. 147. P. 111232.
8. Gatto R., Bombarda F., Gabriellini S., et al. // *Nucl. Fusion*. 2023. V. 63 (4). P. 046008.
9. Clark A.W., Doumet M., Hammond K.C., et al. // *Fusion Eng. Des.* 2014. V. 89 (11). P. 2732–2737.
10. Sykes A., Gryaznevich M.P., Kingham D., et al. // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2014. V. 42 (3). P. 482–488.
11. Zani L., Bayer C.M., Biancolini M.E., et al. // *IEEE Trans. Appl. Supercond.* 2016. V. 26 (4). P. 4204505.
12. Курнаев В.А., Воробьев Г.М., Николаева В.Е. и др. // *Ядерн. физ. инжинир.* 2019. Т. 10 (1). С. 24.
<https://doi.org/10.1134/S2079562919010135>
[Kurnaev V.A., Vorobyov G.M., Nikolaeva V.E., et al. // *Phys. At. Nucl.* 2019. V. 82 (10). P. 1329–1331.
<https://doi.org/10.1134/s1063778819100144>].

13. *Krat S., Prishvitsyn A., Alieva A., et al.* // Fusion Sci. Technol. 2023. V. 79 (4). P. 446–464.
14. *Крат С.А., Пришвицын А.С., Алиева А.И. и др.* // Ядерн. физ. инжинир. 2022. Т. 13 (1). С. 43. <https://doi.org/10.56304/S2079562922010201> [*Krat S.A., Pryshvitsyn A.S., Alieva A.I., et al.* // Phys. At. Nucl. 2021. V. 84 (12). P. 1995–2003. <https://doi.org/10.1134/s1063778820100257>].
15. *Vorobyov G.M., Krat S.A., Mironov V.D., et al.* // Phys. At. Nucl. 2020. V. 83 (12). P. 1675–1681.
16. *Gralnick S.L., Tenney F.H.* // J. Appl. Phys. 1976. V. 47 (6). P. 2710–2715.
17. *Campbell A.M.* // Supercon. Sci. Technol. 2007. V. 20 (3). P. 292.
18. *Molodyk A., Samoilenkov S., Markelov A., et al.* // Sci. Rep. 2021. V. 11 (1). P. 2084.

Simulation of Magnetic and Mechanical Characteristics of the Superconducting System of a Toroidal Magnetic Field of a Spherical Tokamak

I. V. Martirosian¹, *, D. A. Aleksandrov¹, M. A. Osipov¹, E. A. Vinitskiy¹, and S. A. Krat¹

¹*National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia*

**e-mail: mephizic@gmail.com*

Received October 1, 2024; revised October 3, 2024; accepted October 7, 2024

Abstract—A numerical model for calculating magnetic and mechanical stresses of the superconducting toroidal magnetic field superconducting system of a spherical tokamak is developed. Three configurations are considered: the Princeton-D solenoid and two different helical continuous solenoid configurations. The magnetic field distributions of the solenoids and the mechanical stress distributions to which they are subjected are calculated. It is demonstrated that the Princeton-D solenoid is the least favorable: the modulus of induction of the magnetic field on its windings is an order of magnitude greater than that of the continuous solenoids, resulting in a significantly lower—by 34%—maximum possible current throughput. The mechanical stresses in the first case are also noticeably higher. It is also shown that the two variants of the helical configuration differ insignificantly from each other.

Keywords: HTS tape, critical current, solenoid, Lorentz force, tokamak