

РАЗДЕЛЕНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ ИЗОТОПОВ. МАСС-СПЕКТРОМЕТРИЯ

УДК 621.039.31

К ВОПРОСУ О ПОВЫШЕНИИ РАЗДЕЛИТЕЛЬНОЙ СПОСОБНОСТИ ГАЗОВОЙ ЦЕНТРИФУГИ

© 2026 г. Д. Н. Джуля^а, *, С. В. Боговалов^а, И. В. Тронин^а^аНациональный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, 115409 Россия

*E-mail: denis.dzhulya@mail.ru

Поступила в редакцию 11.06.2025 г.

После доработки 11.06.2025 г.

Принята к публикации 24.06.2025 г.

Несмотря на тщательную оптимизацию, разделительная способность газовых центрифуг (ГЦ) всегда была меньше верхнего предела, определяемого формулой Дирака. Недавно было показано, что этот предел был сильно завышен. Тем не менее, разделительная способность современных ГЦ остается в несколько раз ниже уточненного нами верхнего предела. Целью данной работы является определение причин дефицита разделительной способности и определение мер, которые бы позволили ее повысить. Наш анализ показывает, что подавление разделения происходит в разреженных областях газа, где скорость радиальной диффузии превосходит скорость осевой конвекции. Это приводит к твердотельному распределению концентрации и подавлению разделения. Мы предположили, что увеличение плотности потока массы в разреженной области должно приводить к повышению разделительной способности ГЦ. В модели прямоточной ГЦ мы получили увеличение разделительной способности оптимальной ГЦ до величины всего в три раза меньше Дираковского верхнего предела за счет увеличения плотности потока массы в разреженной области.

Ключевые слова: разделение изотопов, газодинамика, разделительная способность, газовые центрифуги

DOI: 10.56304/S2079562926010100

1. ВВЕДЕНИЕ

Повышение эффективности газовых центрифуг является актуальной задачей для ядерного топливного цикла. Еще в прошлом веке Дирак [1] сделал оценку максимальной разделительной способности газовых центрифуг (ГЦ):

$$\delta U_{\text{Dirac}} = \frac{\pi}{8} \left(\frac{\Delta M}{M} \right)^2 \rho D \left(\frac{\gamma V^2}{C^2} \right)^2 L. \quad (1)$$

Здесь M – молярная масса изотопной смеси, ΔM – разность масс изотопов, ρD – произведение плотности на коэффициент диффузии изотопной смеси, C – скорость звука в газе, γ – адиабатическая постоянная, $V = \omega a$ – линейная скорость ротора ГЦ, L – длина ГЦ, ω – угловая скорость вращения ГЦ, a – радиус ротора ГЦ.

Из нее следует, что разделительная способность ГЦ должна зависеть линейно от длины ГЦ и пропорциональна V^4 . Экспериментальные данные, полученные на российских ГЦ, показывают [2]

$$\delta U = 12 \left(\frac{V}{700 \text{ м/с}} \right)^2 \frac{L}{1 \text{ м}} \left(\frac{2a}{12 \text{ м}} \right)^{0.4}, \quad (2)$$

что $\delta U \propto V^2$.

Численные эксперименты по моделированию разделения и течения газа в гиперсверхзвуковых ГЦ ($V = 1000\text{--}1500$ м/с) [3] подтверждают это

$$\delta U = 13.7 \left(\frac{V}{700 \text{ м/с}} \right)^2 \frac{L}{1 \text{ м}}. \quad (3)$$

Зависимость V^4 в дираковской формуле (1) существенно отличается от зависимости V^2 , полученной в экспериментах (2) и численных расчетах (3). Эта разница имеет принципиальный характер. Если Дирак прав, тогда современные ГЦ имеют огромный потенциальный резерв для повышения эффективности. Если же Дирак сильно переоценивает эффективность ГЦ, то необходима более реалистичная оценка максимальной разделительной способности ГЦ. В любом случае эта проблема имеет важное практическое значение.

Трониным и др. [4] был получен новый верхний предел разделительной способности ГЦ с учетом вакуумного ядра

$$\delta U = \frac{\pi}{2} \rho D L \left(\frac{\Delta M}{M} \right)^2 \frac{\gamma V^2}{C^2} \ln \left(\frac{p_w}{p_v} \right), \quad (4)$$

где p_w — давление на стенке ротора ГЦ, p_v — давление на границе вакуумного ядра p_v (0.1–1) Па, на которой длина свободного пробега молекул становится сравнима с радиусом ГЦ. Вакуумное ядро — это область ГЦ, в которой длина свободного пробега молекулы больше характерного пространственного масштаба изменения давления в радиальном направлении.

Новая формула максимальной разделительной способности ГЦ описывает квадратичную зависимость разделительной способности от скорости вращения ГЦ, но почти в 3 раза по величине превосходит разделительную способность, наблюдаемую в эксперименте и в численном моделировании.

Возникает закономерный вопрос — почему не удастся достичь максимальной разделительной способности ГЦ?

Мы предполагаем, что разделительная способность подавляется в цилиндрической области большего радиуса, чем радиус вакуумного ядра. Там еще работает гидродинамика, но плотность газа настолько мала, что процесс разделения изотопов уже не идет.

Это легко понять из простых соображений. Стационарное уравнение диффузии легкого компонента изотопной газовой смеси имеет вид

$$\operatorname{div}(\rho v c) = \rho D \operatorname{div} \left(\nabla c + \frac{\Delta M}{M} c(1-c) \nabla \ln p \right). \quad (5)$$

При малых плотностях газа, левая часть уравнения стремится к нулю. Скорость диффузии становится больше скорости переноса газа за счет конвекции. Это приводит к тому что концентрация в ГЦ подчиняется уравнению

$$0 = \rho D \operatorname{div} \left(\nabla c + \frac{\Delta M}{M} c(1-c) \nabla \ln p \right), \quad (6)$$

по-видимому, и становится твердотельной.

Локальной мерой эффективности ГЦ является функция производства ценности σ

$$\sigma = - \frac{\rho D}{c^2(1-c)^2} \cdot \left[(\nabla_r c + \frac{\Delta M}{M} c(1-c) \nabla_r \ln p) \nabla_r c + (\nabla_z c)^2 \right]. \quad (7)$$

Разделительная способность ГЦ вычисляется интегрированием ее по объему ГЦ

$$\delta U = \int_V \sigma dV. \quad (8)$$

При твердотельном распределении концентрации в ГЦ, σ обращается в ноль.

Мы предполагаем, что именно из-за этого происходит “подавление” разделительной способности в реальных центрифугах.

Если это так, то увеличение плотности потока массы в разреженной области должно увеличить разделительную способность ГЦ.

Целью данной работы является проверка этого вывода. Для этого мы используем модель прямооточной центрифуги.

2. МОДЕЛЬ ПРЯМОТОЧНОЙ ГЦ

Прямоточные ГЦ отличаются от классических противоточных ГЦ, которые используются для разделения изотопов. Структура течения в ГЦ и способ организации подачи потоков питания, отбора и отвала в них разные. На рис. 1 показаны схемы противоточной (рис. 1а) и прямоточной (рис. 1б) ГЦ.

В противоточной ГЦ газ подается у оси вращения ГЦ, поток отбора и отвала забирается через газоотборники на торцах ГЦ. В прямоточной ГЦ подача питания происходит из верхнего торца, а отбор и отвал разделены цилиндрической перегородкой на нижнем торце ГЦ. Кроме этого, в противоточной ГЦ специальным образом создается осевая циркуляция газа за счет чего происходит умножение радиального эффекта разделения. Картина течения в противоточной ГЦ обычно имеет сложную структуру и оптимальное течение возникает при достаточно малых потоках питания [3].

В прямоточной ГЦ картина течения значительно проще, она имеет параллельные друг другу линии тока, но из-за отсутствия осевой циркуляции разделение в прямоточных ГЦ ограничено радиальным эффектом разделения. Такая конструкция ГЦ обеспечивает большие потоки питания при малом коэффициенте разделения.

В работе [5] рассмотрена прямоточная ГЦ с равномерным по радиусу распределением аксиальной скорости ГЦ, которое более естественно чем, предложенное Козном [1] распределение. Боговаловым и Борманом получена зависимость оптимальной разделительной способности прямоточной ГЦ, имеющая вид

$$\delta U_{\text{ВВ}} = \frac{\pi}{8} \left(\frac{\Delta M}{M} \right)^2 \rho D \frac{\gamma V^2}{C^2} L \lambda_1^2 \Phi(\delta, c_0). \quad (9)$$

Здесь $\lambda_1 \approx 3.82$ — первый корень уравнения $J_{1-\delta}(\lambda) = 0$, где $J(x)$ — функция Бесселя, $\delta = \frac{\Delta M}{M} (1 - c_0)$, c_0 — начальная концентрация легкого компонента изотопной смеси, $\Phi(\delta, c_0)$ — некоторая функция равная 0.9.

Для разделения урана UF_6 с параметрами $\rho D = 2.3 \cdot 10^{-5}$ м/с², $C = 86$ м/с, $\Delta M = 0.003$ кг/моль, $M = 0.352$ кг/моль, $\gamma = 1.07$, $c_0 = 0.007$, $a = 0.065$ м, оптимальная разделительная способность равна

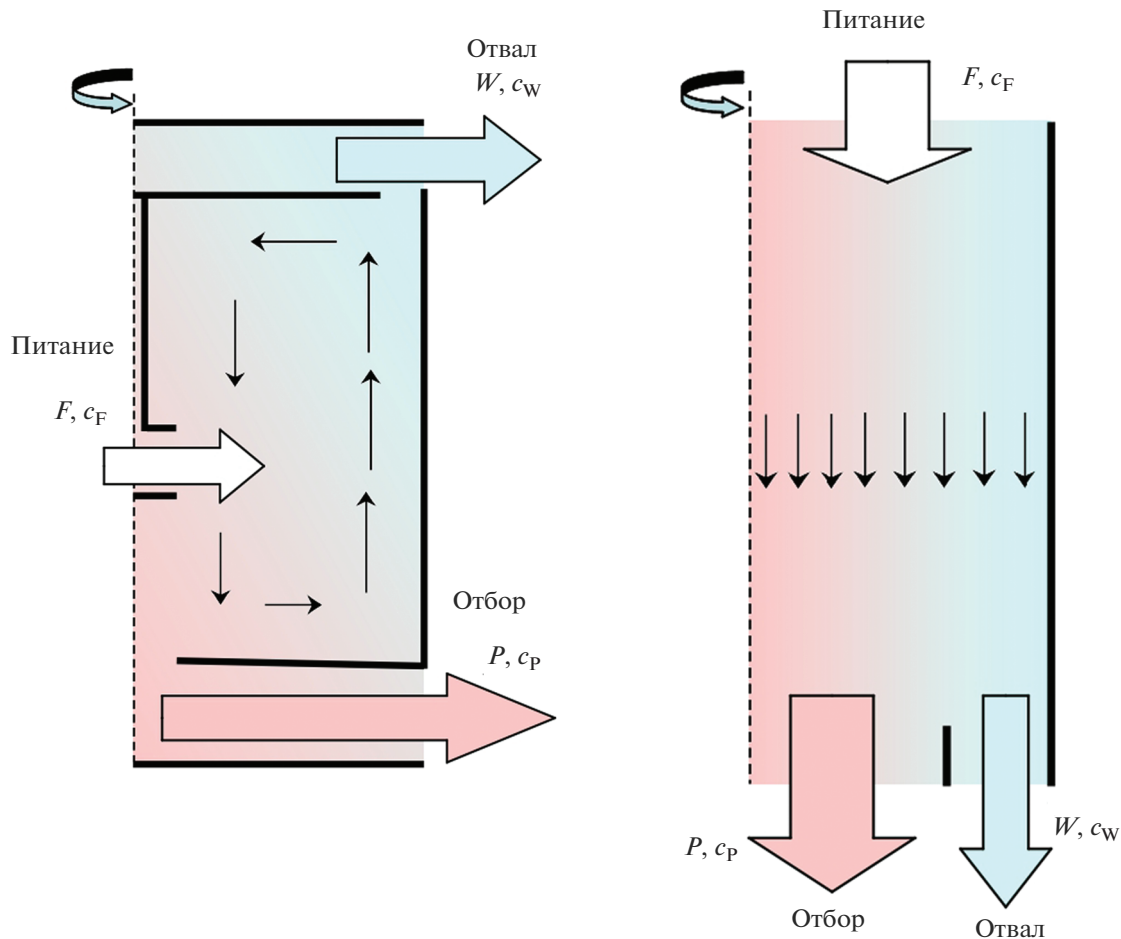


Рис. 1. Схема подачи потока питания, отбора и отвала в противоточной ГЦ (а) и прямоточной ГЦ (б). F , P , W – потоки и c_F , c_P , c_W концентрации питания, отбора и отвала соответственно.

$$\delta U = 12.7 \left(\frac{V}{700 \text{ м/с}} \right)^2 \frac{L}{1 \text{ м}}. \quad (10)$$

Несмотря на различия в конструкции и характера течения в прямоточной и противоточной ГЦ разделительная способность прямоточной ГЦ (10) практически совпадает с разделительной способностью противоточной ГЦ (см. уравнения (2) и (3)).

В работе [5], во всем объеме ГЦ было создано равномерное распределение аксиальной скорости газа, а значит, плотность потока массы ρv_z экспоненциально падала к оси.

Мы предполагаем, что увеличение плотности потока массы в разреженной области должно увеличить разделительную способность ГЦ. Если это так, то при однородном потоке массы в прямоточной ГЦ мы должны получить увеличение разделительной способности.

3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем считать, что в прямоточной ГЦ установлено равновесное гидродинамическое распределение давления

$$p = p_w e^{\frac{\gamma V^2}{c^2} \left(\frac{r^2}{a^2} - 1 \right)}, \quad (11)$$

и плотность газа

$$\rho = \rho_w e^{\frac{\gamma V^2}{c^2} \left(\frac{r^2}{a^2} - 1 \right)}, \quad (12)$$

где $\rho_w = \frac{\gamma}{C^2} p_w$ – плотность газа у стенки ротора.

Постоянство плотности потока газа означает, что скорость газа в ГЦ v_z растет экспоненциально по радиусу ГЦ в направлении к оси вращения, так что плотность потока массы остается постоянной $\rho v_z = \text{const}$. Тогда поток питания равен

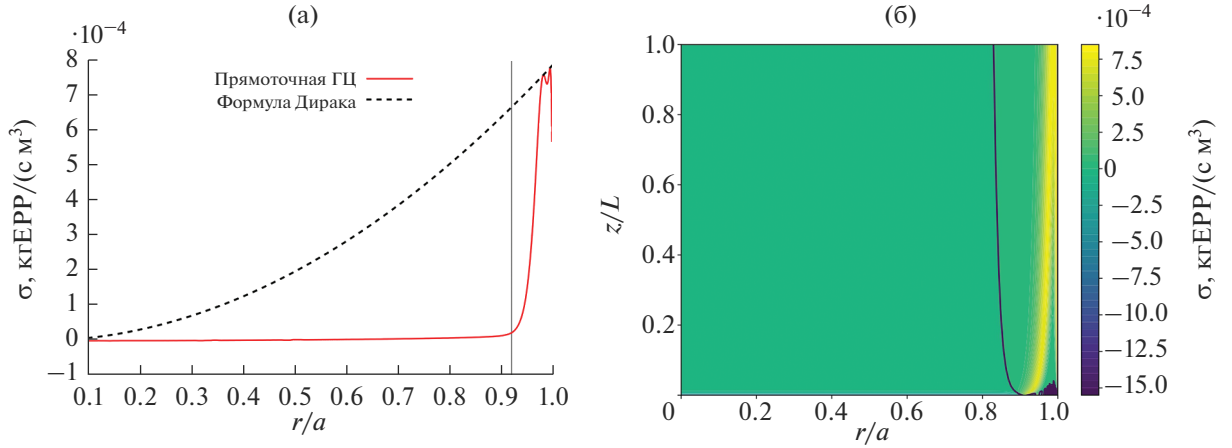


Рис. 2. (а) Сравнение функции производства ценности оптимальной прямоточной ГЦ [5] и максимально возможная функция ценности Дирака и при скорости вращения ротора 800 м/с для UF_6 , черная линия – граница вакуумного ядра; (б) распределение функции производства ценности в объеме прямоточной ГЦ [5].

$$F = 2\pi \int_0^a \rho v_z r dr = \pi a^2 \rho v_z. \quad (13)$$

Уравнение диффузии легкого компонента газовой смеси с учетом конвективного, диффузионного и бародиффузионного переноса имеет вид

$$\frac{\partial \rho v_z c}{\partial z} - \rho D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - \rho D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial c}{\partial r} + \delta \frac{\gamma V^2}{C^2} \frac{r^2}{a^2} c \right] = 0. \quad (14)$$

Здесь предполагается как и в работе [5]

$$c(1-c) \approx c(1-c_0), \text{ где } \delta = \frac{\Delta M}{M} (1-c_0).$$

Граничные условия: заданная начальная концентрация $c(z=0) = c_0$, нулевые входящие потоки на стенке ротора и оси $j_r(r=0, a) = -\rho D \left(\frac{\partial c}{\partial r} + \delta \frac{\gamma V^2}{C^2} \frac{r}{a} c \right) = 0$, отсутствие аксиальной диффузии на выходе из ГЦ: $j_z(z=L) = -\rho D \frac{\partial c}{\partial z} = 0$

4. РЕШЕНИЕ

4.1. Решение уравнения диффузии

Перепишем уравнение (14), с учетом сделанных предположений

$$\frac{F}{\pi a^2} \frac{\partial c}{\partial z} - \rho D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - \rho D \left[\frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial r} \left(1 + \delta \frac{\gamma V^2}{C^2} \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right) + 2\delta \frac{\gamma V^2}{C^2} \frac{c}{a^2} \right] = 0. \quad (15)$$

Будем применять метод разделения переменных, искать решение в виде $c(r, z) = R(r)Z(z)$

Тогда, получаем следующую краевую задачу

$$\begin{cases} \frac{F}{\pi a^2} Z' - \rho D Z'' = -\lambda Z \\ R'' + \frac{1}{r} R' \left(1 + \delta \frac{\gamma V^2}{C^2} \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right) + 2\delta \frac{\gamma V^2}{a^2 C^2} R = -\frac{\lambda}{\rho D} R \end{cases}. \quad (16)$$

$$\text{Введем обозначения } \theta = \delta \frac{\gamma V^2}{C^2}, t = \frac{r}{a}, x = \frac{\theta r^2}{2}.$$

Будем искать решение $R(r)$ в виде

$$R(r) = e^{-x} Y(x). \quad (17)$$

Тогда уравнение на $R(r)$ примет вид

$$xY'' + (1-x)Y' + \lambda \kappa Y = 0, \quad (18)$$

где $\kappa = \frac{a^2}{2\rho D\theta}$. Решение этого уравнения выражается через функции Куммера–Похгамера (Kummer–Pohlgamer) $M(a, b, z)$ и $U(a, b, z)$ [6, 13.1.1]

$$Y(x) = C_1 M(-\lambda \kappa; 1; x) + C_2 U(-\lambda \kappa; 1; x). \quad (19)$$

Граничные условия преобразуются в $|Y(0)| < \infty$ и $Y'\left(\frac{\theta}{2}\right) = 0$. Функция $U(-\lambda \kappa; 1; x)$ неограниченная

при $x \rightarrow 0$ [6, 13.5.9] $\left(U(a; 1; x) \sim \frac{1}{\Gamma(a)} \ln(x) \right)$, поэтому, $C_2 = 0$. Второе условие задает спектр $\lambda_k = \frac{\mu_k}{\kappa}$,

$k = 0, 1, \dots$

$$\frac{\partial M(-\lambda \kappa; 1; x)}{\partial x} \Big|_{x=\frac{\theta}{2}} = 0. \quad (20)$$

Приведем несколько первых нулей для $\theta = 1$: $\mu_0 = 0$, $\mu_1 = 7.383$, $\mu_2 = 24.651$, $\mu_3 = 51.791$. В отличие от [5], нули μ_k зависят от θ . Можно получить асимптотическую формулу для них, исполь-

зую свойства производной M' [6, 13.4.8] и асимптотическую формулу [6, 13.5.14]

$$\mu_k = \frac{\pi^2}{2\theta} \left(k + \frac{1}{4} \right)^2, \quad (21)$$

для $k > 0$.

Первый нуль μ_1 не очень точно воспроизводится формулой (21) ($\mu_1 = 7.711$), но дальше со второго нуля $\mu_2 = 24.982$, точность (21) увеличивается.

Итак,

$$R(r) = B_0 e^{-\frac{\theta r^2}{2}} + e^{-\frac{\theta r^2}{2}} \sum_{k=1}^{\infty} B_k M\left(-\mu_k; 1; \frac{\theta r^2}{2}\right). \quad (22)$$

Как будет показано ниже, (23)

$$\frac{F}{\pi a^2} \gg \frac{\rho D Z''}{Z'}, \quad (23)$$

поэтому

$$Z = e^{-\lambda_k \frac{\pi a^2 z}{F}}. \quad (24)$$

Окончательное решение уравнения (15)

$$c = c_0 e^{-\frac{\theta r^2}{2}} \left[B_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_k e^{-\frac{\mu_k \pi a^2 z}{F}} M\left(-\mu_k; 1; \frac{\theta r^2}{2}\right) \right]. \quad (25)$$

Проинтегрируем (25) с функцией $M\left(-\mu_m; 1; \frac{\theta r^2}{2}\right)t$ по t от 0 до 1. Учитывая, что функции Куммера $M(-\mu_m; 1; x)$ ортогональны с весом e^{-x} на интервале $x \in \left[0, \frac{\theta}{2}\right]$, получим при $m > 0$

$$B_m = \frac{\int_0^{\theta/2} M(-\mu_m; 1; x) dx}{\int_0^{\theta/2} e^{-x} M^2(-\mu_m; 1; x) dx}; \quad (26)$$

при $m = 0$

$$B_0 = \frac{\theta}{2(1 - e^{-\theta/2})}. \quad (27)$$

4.2. Вычисление разделительной способности ГЦ

Разделительная способность ГЦ в случае непрерывного распределения c , как и в работе [5] может быть вычислено через поток функции ценности $G(c) = (2c - 1) \ln \frac{c}{1 - c}$:

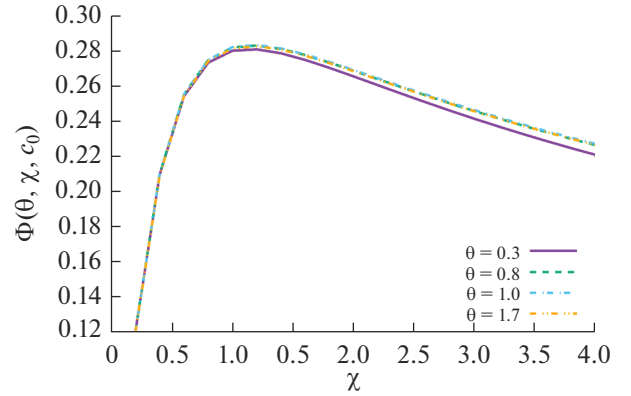


Рис. 3. Зависимость функции $\Phi(c_0, \theta, \chi)$ от безразмерного потока питания χ для различных θ при $c_0 = 0.007$ имеет максимум при $\chi \approx 1.2$.

$$\begin{aligned} \delta U &= 2\pi \int_0^a \rho v_z [G(c|_{z=L}) - G(c_0)] r dr = \\ &= 2F \int_0^1 [G(c|_{z=L}) - G(c_0)] t dt. \end{aligned} \quad (28)$$

Из (28) следует, что δU зависит от F , c_0 , $G(c(z = L))$. $G(c(z = L))$ зависит только от θ и безразмерной комбинации $\frac{\pi a^2 L}{\kappa F} = \frac{1}{\chi \mu_1}$, где введено обозначение безразмерной потока χ .

Тогда, с учетом этого, можно переписать

$$F = \rho D \theta \pi \mu_1 L \chi. \quad (29)$$

А разделительная способность может быть выражена через максимальную разделительную способность Дирака δU_{Dirac} (1) и некоторую функцию $\Phi(c_0, \theta, \chi)$ безразмерных параметров

$$\begin{aligned} \delta U &= \frac{\pi}{8} \left(\frac{\Delta M}{M} \right)^2 \rho D \left(\frac{\gamma V^2}{C^2} \right)^2 L \Phi(c_0, \theta, \chi) = \\ &= \delta U_{\text{Dirac}} \Phi(c_0, \theta, \chi), \end{aligned} \quad (30)$$

где

$$\Phi(c_0, \theta, \chi) = 16 \frac{\mu_1}{\theta} (1 - c_0)^2 \int_0^1 [G(c|_{z=L}) - G(c_0)] t dt. \quad (31)$$

Функция $\Phi(c_0, \theta, \chi)$ слабо зависит от c_0 и θ (рис. 4а, 4б), а при $\chi = 1.2$ достигает максимума при заданных c_0 и θ (рис. 3)

Таким образом, полученная разделительная способность (30) может быть выражена через формулу Дирака с коэффициентом пропорциональности $\Phi(c_0, \theta, \chi)$. В максимуме для начальной природной концентрации легкого компонента смеси 0.7% $\Phi(c_0, \theta, \chi)$ достигает значения ≈ 0.28 . Тогда

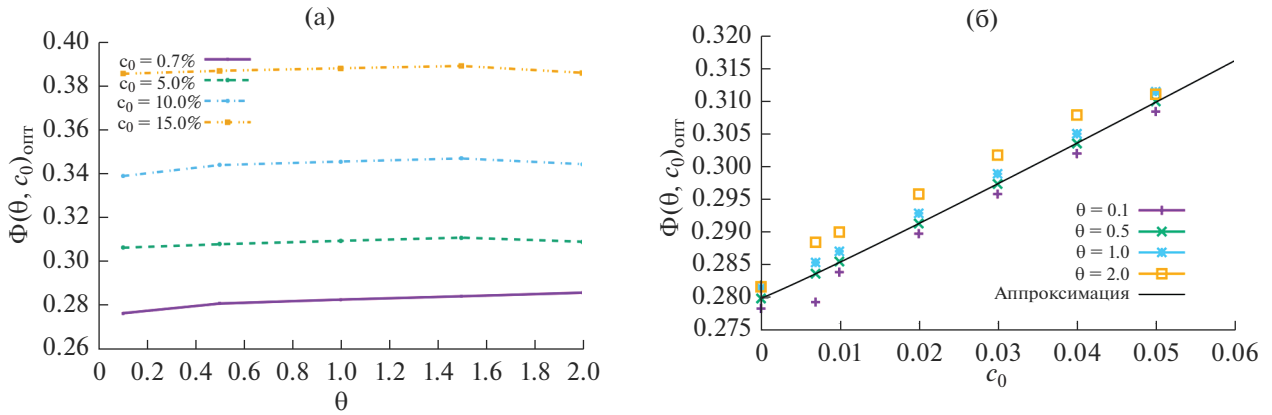


Рис. 4. Зависимость оптимального значения $\Phi(c_0, \theta, \chi)$ от θ для различных c_0 (а) и от c_0 для различных θ (б).

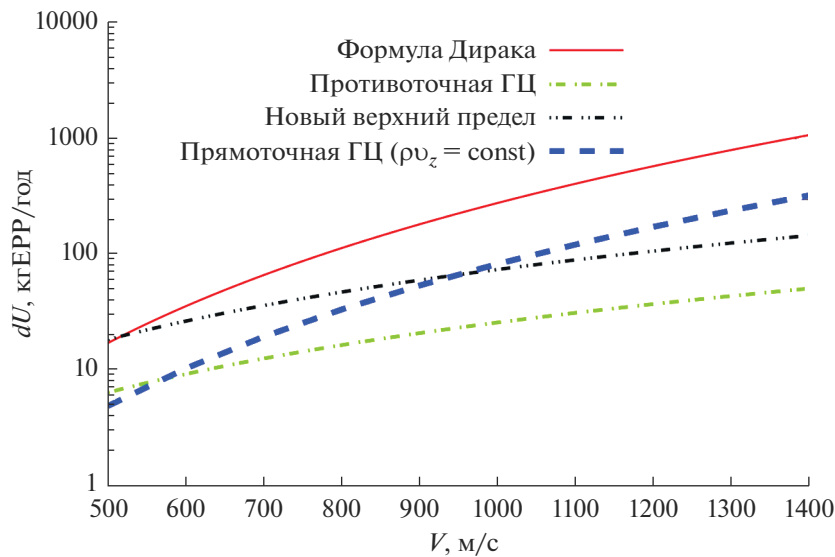


Рис. 5. Зависимость разделительной способности оптимизированной ГЦ от скорости вращения ГЦ: сплошная линия — формула Дирака (1); штрих-пунктирная линия — разделительная способность противоточной ГЦ (3); штрих-штрих-пунктирная линия — новый предел разделительной способности ГЦ (4); пунктирная линия — разделительная способность прямоточной ГЦ с однородной плотностью потока массы (32), полученная в данной работе.

$$\delta U = 0.28 \frac{\pi}{8} \left(\frac{\Delta M}{M} \right)^2 \rho D \left(\frac{\gamma V^2}{C^2} \right)^2 L. \quad (32)$$

При этом, $\frac{Z''}{Z'} \sim \frac{\mu_1 \pi a^2}{F}$, учитывая (29), $\theta_{\mu_1} \sim 7.38$

покажем, что условие (23) выполняется

$$\frac{L^2 \theta_{\mu_1} \chi^2}{a^2} \sim 5 \frac{L^2}{a^2} \sim 10^3 \gg 1. \quad (33)$$

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученная разделительная способность ГЦ (30), как и ожидалось при больших скоростях вра-

щения ГЦ $V > 600$ м/с, превосходит разделительную способность существующих ГЦ (2, 3) (рис. 5).

Более того, она пропорциональна V^4 , как у Дирака.

При скоростях $V > 950$ м/с, разделительная способность оказалась даже больше (4). Это связано с тем, что в данной работе мы не учитывали влияния вакуумного ядра, которое ограничивает разделительную способность ГЦ.

Но самое главное, наше предположение, что увеличение конвекции газа в разреженной области, должно приводить к увеличению разделительной способности ГЦ подтвердилось.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. *Cohen K.P., Murphy G.M.* The Theory of Isotope Separation as Applied to the Large-Scale Production of U235. 1951. New York: McGraw-Hill. V. 1.
2. *Сенченков А.П., Сенченков С.А., Борисевич В.Д.* Газовые центрифуги. Кн. Изотопы: свойства, получение и применение. Под ред. Баранова В.Ю. Т. 1. 2005. Москва: Физматлит. С. 168–208.
3. *Bogovalov S.V., Borman V.D., Tronin I.V., Tronin V.N.* // Nucl. Sci. Eng. 2020. V. 194. P. 1105–1115.
4. *Tronin I., Bogovalov S., Borman V., Tronin V.* // Ann. Nucl. Energy. 2021. V. 153. P. 108029.
5. *Bogovalov S., Borman V.* // Nucl. Eng. Technol. 2016. V. 48. P. 719–726.
6. *Abramowitz M., Stegun I.* Handbook of Mathematical Functions: with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. 1965. Garden City, NY: Dover Publication.

On the Issue of Increasing the Separation Capacity of a Gas Centrifuge

D. N. Dzhulya^{1, *}, S. V. Bogovalov¹, and I. V. Tronin¹

¹*National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia*

**e-mail: denis.dzhulya@mail.ru*

Received June 11, 2025; revised June 11, 2025; accepted June 24, 2025

Abstract—Despite careful optimization, the separation capacity of gas centrifuges (GC) has always been less than the upper limit determined by the Dirac formula. It was recently shown that this limit was greatly overestimated. Nevertheless, the separation capacity of modern GC remains several times lower than the upper limit specified by us. The purpose of this work is to identify the causes of the separation capacity deficit and identify measures that would increase it. Our analysis shows that the suppression of separation occurs in rarefied regions of the gas, where the rate of radial diffusion exceeds the rate of axial convection. This leads to a solid-state concentration distribution and suppression of separation. We assumed that an increase in the density of the mass flow in a sparse region should lead to an increase in the separation capacity of GC. In the direct-flow GC model, we obtained an increase in the separation capacity of the optimal GC to a value only three times less than the Dirac upper limit due to an increase in the density of the mass flow in a sparse region.

Keywords: isotope separation, gas dynamics, separation capacity, gas centrifuges