

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
В ЯДЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ

УДК 599.3

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ
ПРОЦЕССОВ В ВЧ-ПЛАЗМОТРОНЕ ВЧИ-11/60

© 2025 г. А. В. Герасимов^а, А. Д. Байtimiров^б, М. Л. Шустрова^а, *

^аКазанский национальный исследовательский технологический университет, Казань, 420015 Россия

^бКазанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, 420008 Россия

*E-mail: shu.ma@bk.ru

Поступила в редакцию 14.06.2023 г.

После доработки 26.07.2023 г.

Принята к публикации 01.08.2023 г.

В работе приведена математическая модель технической ВЧ-индуктивно связанной плазмы. Представлены результаты численного эксперимента по оценке ключевых параметров для системы с пятью катушками и связанной мощностью 60 кВт при частоте генератора 1.76 МГц. Показан характер распределения температуры, давления, скорости потока, а также плотности тока и плотности магнитного потока. Представленный в работе численный эксперимент произведен с использованием COMSOL Multiphysics® с применением модулей Magnetic fields, Laminar flow, Heat transfer.

Ключевые слова: индуктивно-связанная плазма, ВЧ-плазма, индуктор, численный эксперимент

DOI: 10.56304/S2079562923030168

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы горелки с индуктивно-связанной плазмой (ИСП) играют все более важную роль во многих технологических процессах. В частности, широкое применение они получили как эффективные средства генерации высокоэнтальпийных плазменных струй, используемых во множестве направлений: плазменное напыление материалов, уплотнение и сфероидизация порошков, химический синтез наночастиц, обработка отходов и пр. [1, 2]. Кроме того, низкотемпературная плазма активно используется в плазматронах, радиоэлектронных приборах, газовых лазерах, МГД-генераторах [3], плазменных источниках излучения [4], электроракетных двигателях [5] и так далее. Поэтому разработка математической модели процесса движения плазмы имеет высокую актуальность не только с позиции академического интереса, но и для обеспечения возможности аналитического определения оптимальных настроек ключевых параметров соответствующих технологических процессов.

Данная работа посвящена моделированию газодинамики в плазматроне с теми же характеристиками, что и устройство плазменной трубки в лаборатории Казанского национального исследовательского технологического университета (КНИТУ) [6].

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Принципиальная схема моделируемой горелки с ИСП представлена на рис. 1. Подробное описание структуры и специфики реализации моделируемой установки приведено в работе [6]. Рабочей средой в данном случае является аргон, вводимый в кварцевый цилиндр установки по трем концентрическим трубкам в направлении сверху – вниз. Охлаждающий газ, вводимый сонаправлено рабочей среде, обеспечивает дополнительную стабилизацию плазмы и защиту системы от разрушения кварцевого корпуса цилиндра под воздействием высокой тепловой нагрузки плазмы. Внесение в систему порошка осуществляется газом-носителем, вводимым через патрубков с встроенным водяным охлаждением.

Геометрические параметры горелки и структура сетки для проведения численного эксперимента приведены на рис. 2. Общая длина горелки L_T составляет 150 мм, ее внутренний радиус R_T равен 20 мм, толщина стенки $d_w = 2.5$ мм. Катушка индуктора состоит из пяти витков медного провода с круглым сечением диаметра $d_{coil} = 5$ мм. Расстояние от входа горелки до первого витка индуктора $L_1 = 60$ мм, расстояние до его последнего витка $L_2 = 16$ мм, межвитковое расстояние = 15 мм радиус индуктора $R_c = 26.5$ мм. Газопорошковый инжектор имеет длину $L_p = 90$ мм, внешний радиус $R_1 = 4$ мм, толщину стенки $d_c = 2$ мм. Длина раздельной стенки между охлаждающим и вспо-

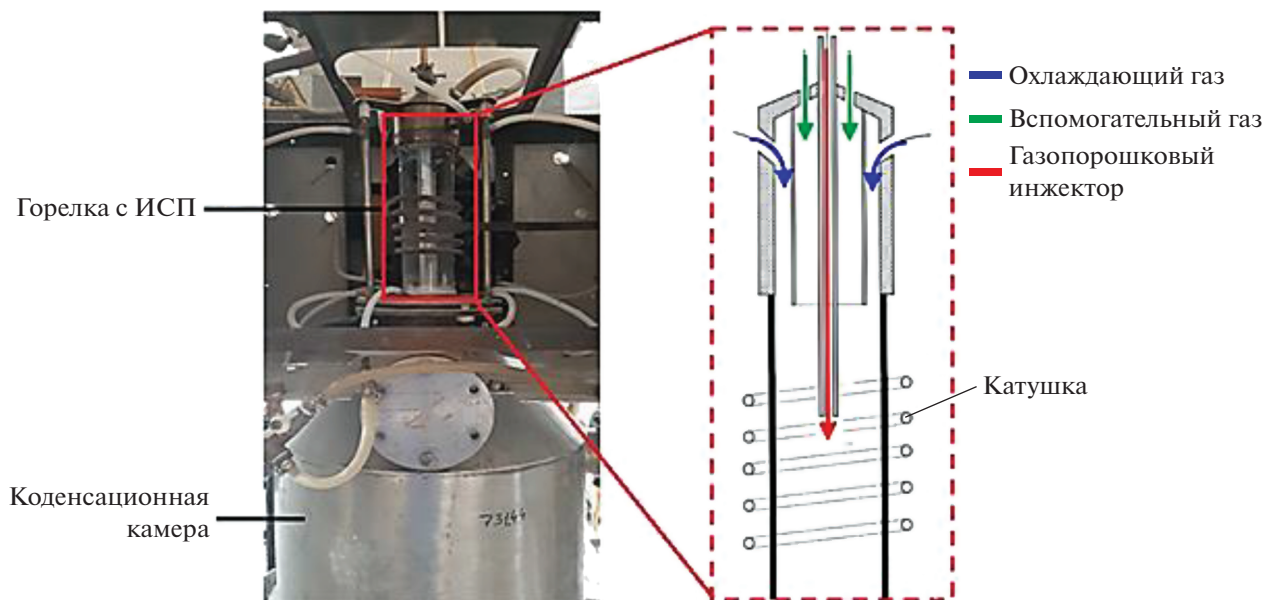


Рис. 1. Устройство высокочастотного индукционного плазматрона ВЧИ-11/60.

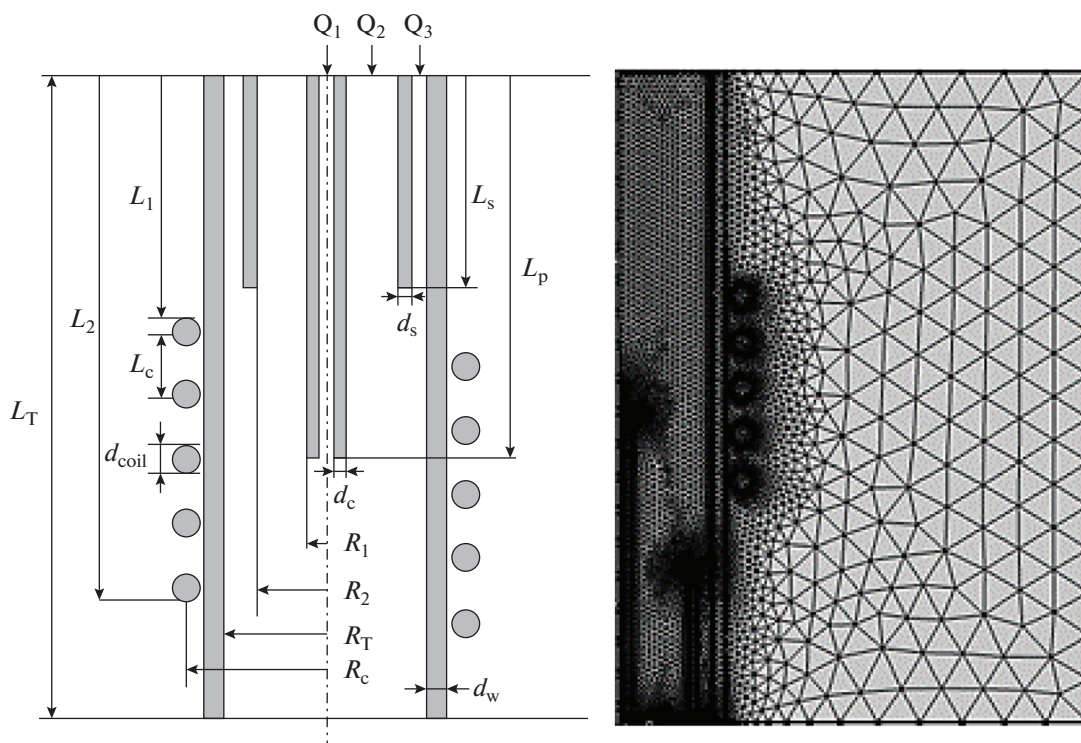


Рис. 2. Геометрическая модель горелки и сетка численного эксперимента.

могательным газом L_3 составляет 123 мм, ее внутренний радиус $R_2 = 16$ мм, а толщина стенки $d_s = 1.5$ мм.

В рамках моделируемой системы энергия передается электронам от индуцированного магнитного поля, создаваемого катушкой, которая генерирует

колебания номинальной частоты 1.76 МГц. При этом мощность возбуждения катушки = 17.550 kW. Расход газопорошковой смеси, подаваемой в систему через индуктор, составляют $Q_1 = 1$ л/мин, расходы вспомогательного и охлаждающего газов Q_2 и Q_3 составляют 3 и 30 л/мин соответственно при

температуре 350 К. Давление на выходе из расчетной области – атмосферное ($p = 0$). Данные по плотности, теплопроводности, энтальпии и вязкости атмосферного аргона получены из работы [7], а значения электропроводности из [8].

Двумерная осесимметричная модель горелки с индуктивно связанной плазмой, рассматриваемая в данной работе, разработана для расчета электромагнитных полей, движения потока и теплопередачи в индуктивно связанной ВЧ-плазме. Система допущений, принятая для решения поставленной в данной работе задачи, включает следующие пункты:

1. задача принимается осесимметричной;
2. осевая составляющая тока катушки принимается несущественной;
3. рабочая среда рассматривается как оптически тонкая плазма в условиях локального термодинамического равновесия.

Согласно данным, приведенным в [9], плазму в условиях локального термодинамического равновесия можно рассматривать как проводящий газ, нагреваемый электромагнитным полем, создаваемым индукционной катушкой. В рамках принятой системы допущений уравнения для электромагнитных и газодинамических процессов в рассматриваемой системе могут быть записаны в формате двумерной модели в цилиндрических координатах (r, z).

В основе математической модели лежат уравнения Навье–Стокса и Максвелла. Электромагнитные поля в области катушки индукционной плазмы регулируются уравнениями Максвелла, которые в общем виде могут быть записаны следующим образом [10]:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (2)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}, \quad (4)$$

где \mathbf{E} – напряженность электрического поля; \mathbf{B} – плотность магнитного потока; \mathbf{H} – напряженность магнитного поля; \mathbf{J} – общая плотность тока.

Согласно свойству квазинейтральности плазмы, плотность электрического заряда должна быть везде равна нулю. \mathbf{A} – вектор магнитного потенциала, который определяется следующим образом:

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}. \quad (5)$$

Подстановка (5) в (3) с учетом того, что в отсутствие электростатического поля в плазме скалярный потенциал равен нулю, дает следующее уравнение для напряженности электрического поля:

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}. \quad (6)$$

Учитывая условие осесимметричности задачи и приняв во внимание соотношение $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{A} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A}$ и $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$, получим:

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad (6)$$

где σ – электрическая проводимость.

Согласно данным, приведенным в работе [11], полная плотность тока \mathbf{J} определяется суммой плотности тока, индуцированного напряжением, приложенным к двум концам катушки \mathbf{J}_{coil} и плотности тока, развиваемого в плазме и катушке индуцированным электрическим полем \mathbf{J}_{ind} . Тогда \mathbf{J} можно записать как:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{\text{coil}} + \mathbf{J}_{\text{ind}}. \quad (7)$$

С учетом записи закона Ома

$$\mathbf{J}_{\text{coil}} = \sigma \mathbf{E}; \quad \mathbf{J}_{\text{ind}} = j \mathbf{D}, \quad (8)$$

из (7), (8) и (9) получим:

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J} = -\mu_0 (\mathbf{J}_{\text{coil}} + \mathbf{J}_{\text{ind}}), \quad (9)$$

где μ_0 – проницаемость свободного пространства.

Плотности электрического (\mathbf{D}) и магнитного потоков связаны с напряженностями поля для простого однородного изотропного диэлектрика и для магнитных материалов:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}; \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}. \quad (10)$$

Диэлектрическая проницаемость ϵ и магнитная проницаемость μ связаны с электрической и магнитной восприимчивостью материала следующим образом:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}; \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}, \quad (11)$$

где ϵ_0 – электрическая постоянная.

Относительная диэлектрическая проницаемость (ϵ_r), магнитная проницаемость и показатель преломления материала (μ_r) определяются

$$\text{как } \epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}; \quad \mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}.$$

Уравнения динамики плазмы могут быть описаны в рамках уравнений сохранения массы, импульса и энергии. В данной модели принята осесимметричная цилиндрическая система координат. Основные уравнения [10, 11] могут быть записаны следующим образом.

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v)}{\partial r} = 0, \quad (12)$$

где ρ – плотность; u , v – соответственно осевая и радиальная компоненты скорости плазменного потока;

Уравнение движения:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial z} + \rho u \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial z} + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu r \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + F_{Lz}, \quad (13)$$

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial z} + \rho v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + F_{Lr}, \quad (14)$$

где p – давление, μ – динамическая вязкость, F_{Lz} и F_{Lr} – соответственно осевая и радиальная компоненты электромагнитной силы.

Уравнение энергии:

$$\rho u \frac{\partial h}{\partial z} + \rho v \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\lambda}{C_p} + \frac{\partial h}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\lambda}{C_p} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + Q_J, \quad (15)$$

где λ – теплопроводность, h – энтальпия, C_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении; Q_J – интенсивность объёмных источников тепла.

Силы Лоренца, приложенные к уравнениям импульса, можно записать как:

$$F_{Lz} = -\frac{1}{2} \mu_0 \sigma \operatorname{Re} (E_\theta \bar{H}_r), \quad (16)$$

$$F_{Lr} = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \operatorname{Re} (E_\theta \bar{H}_x), \quad (17)$$

в котором $\operatorname{Re}(z)$ относится к действительной части комплексного числа z (z – сопряженное комплексное число).

Мощность нагрева выражается как [12]:

$$Q_J = \frac{1}{2} \sigma (E_{\theta R}^2 + E_{\theta I}^2). \quad (18)$$

Граничные условия для уравнений сохранения массы (13), импульса (14), (15) и энергии (16) следующие: на внутренней стенке удерживающей трубы было наложено условие прилипания, в то время как на внешней стенке ограничительной трубы устанавливается фиксированное значение температуры 350 К. На входе в горелку предполагаются равномерные профили скорости газа ($Q_1 = 1$ л/мин,

$Q_2 = 3$ л/мин, $Q_3 = 31$ л/мин). На осях горелки радиальная скорость и радиальные градиенты всех других переменных были установлены равными нулю, в то время как осевые градиенты переменных были приняты равными нулю на выходе из газоразрядной камеры. Наконец, граничные условия, необходимые для расчета электромагнитного поля внутри горелки, были основаны на [10].

Численный эксперимент проведен с использованием COMSOL Multiphysics® с применением модулей Magnetic fields, Laminar flow, Heat transfer.

Результаты моделирования распределения температуры в рабочей части моделируемой системы через 0.3 с после начала эксперимента представлены на рис. 3а. Рисунки 3б и 3в иллюстрируют профили изменения температур на оси симметрии горелки и в радиальном сечении в центральной части разряда. Полученные кривые по общим тенденциям развития и порядку величин согласуются с характером распределения данного параметра, представленным в исследованиях [13–16], с выраженным эффектом платообразного распределения температур в радиальном направлении вблизи оси, при этом по мере приближения ко внешней стороне разряда плато имеет тенденцию к некоторому повышению, после чего линия тренда начинает резко спадать.

Характер распределения поля скоростей в рабочей зоне моделируемого процесса представлен на рис. 6. Согласно полученным результатам, разгон потока происходит вдоль оси, с выраженным замедлением по мере приближения к выходу системы. При этом, максимальных значений в радиальном направлении скорость потока достигает на некотором отдалении от оси симметрии.

Характер распределения давлений в горелке представлен на рис. 4.

Рисунок 6 иллюстрирует расчетные значения распределения электромагнитных параметров в горелке. График плотности тока (рис. 6а) демонстрирует высокий пусковой ток в начальный момент времени наблюдения, после чего токовая характеристика процесса переходит в стационарный режим. Плотность магнитного потока (рис. 6б) нарастает экспоненциально по мере приближения к виткам индуктора, с выраженным спадом значений на границе системы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным результатом настоящей работы является определение характера распределения электромагнитных и теплофизических параметров в

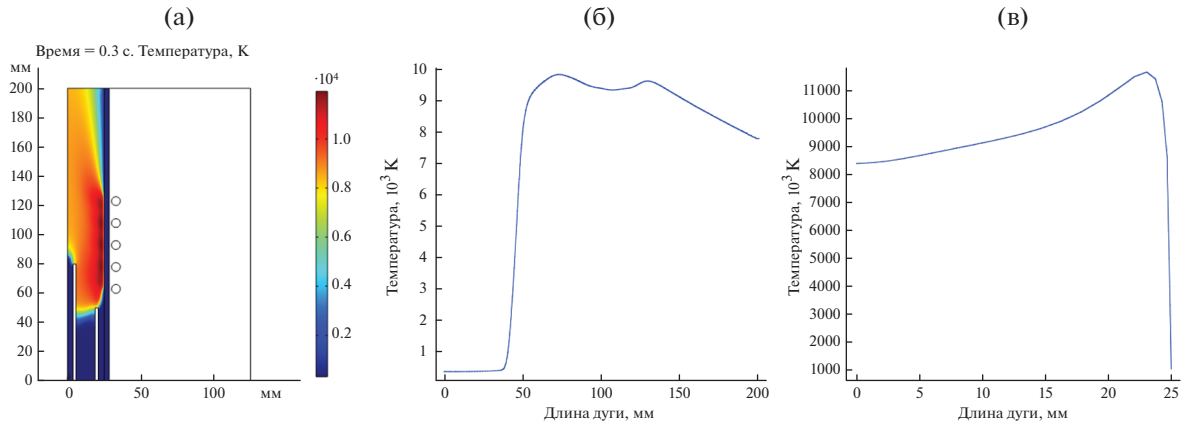


Рис. 3. Распределение температур: распределение поля температур (а); температурный профиль на оси симметрии (б); профиль температур в радиальном сечении в центре горелки (v).

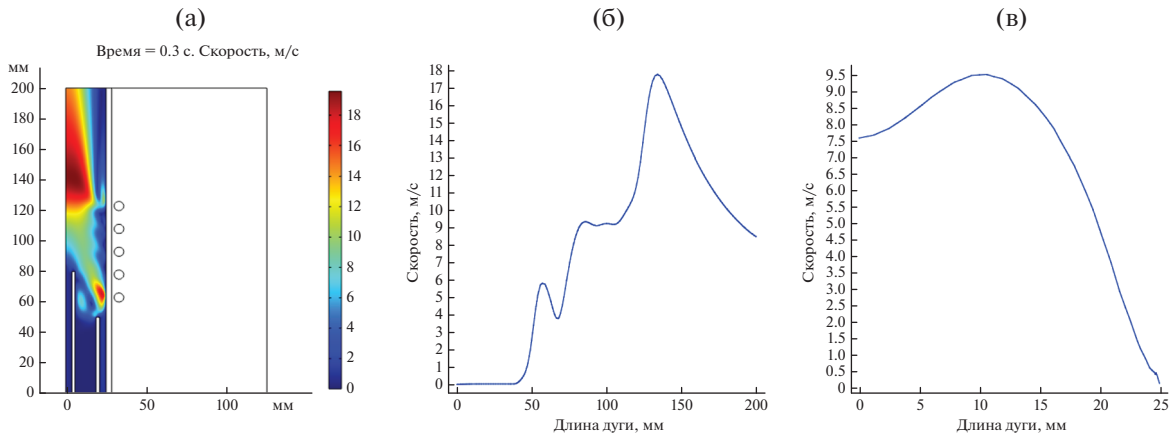


Рис. 4. Поле скоростей: распределение поля скоростей в рабочей зоне (а); профиль скоростей на оси симметрии (б); профиль скоростей в поперечном сечении в центральной части плазменного сгустка (v).

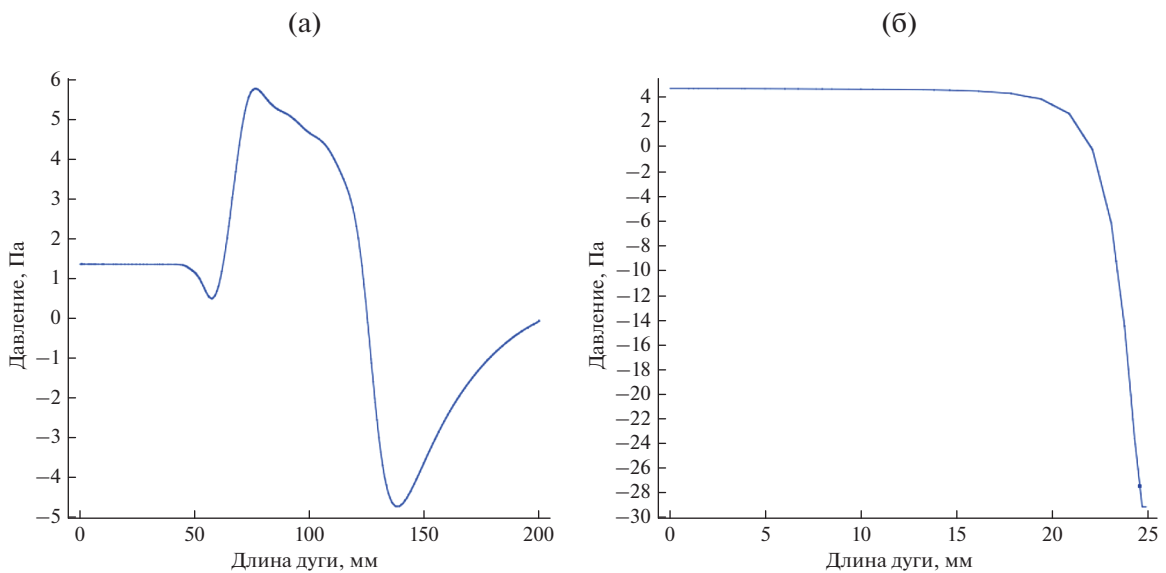


Рис. 5. Профили распределений давления в горелке: на оси симметрии (а); в поперечном сечении в центре горелки (б).

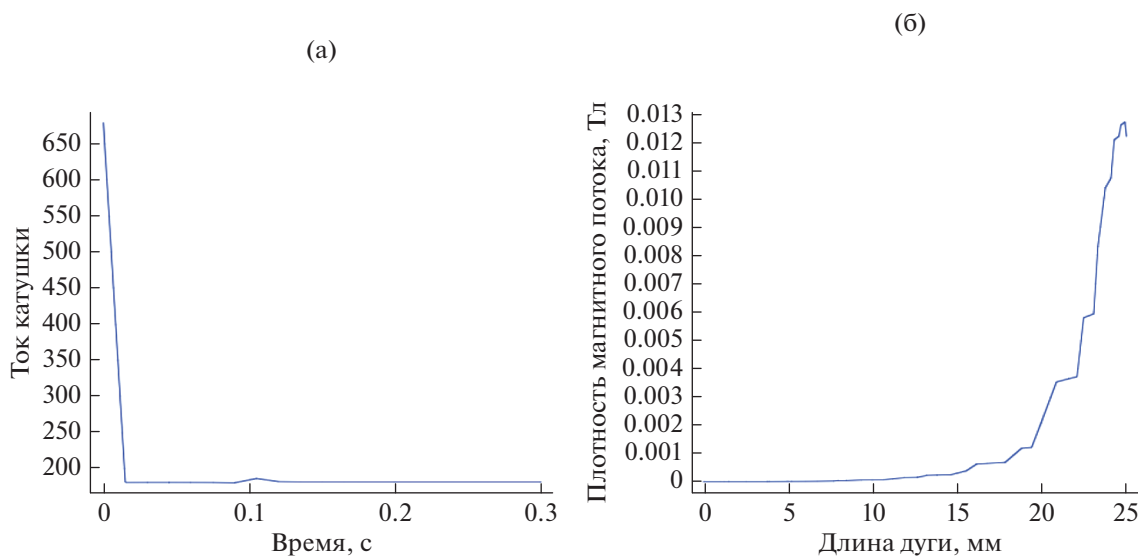


Рис. 6. Электромагнитные параметры: плотность тока (а); плотность магнитного потока (б).

ИСП-факеле аргоновой плазмы. Для индуцированной плазмы в типичных условиях эксплуатации можно отметить некоторые различия между результатами моделирования и фактическими результатами, обусловленные, в первую очередь, граничными условиями и точностью геометрической модели установки. Однако в целом настройка имитационной математической модели, представленной в данной работе, является завершённой и согласуется с исследованиями других авторов.

На основе результатов, полученных в данном исследовании, могут быть реализованы дальнейшие исследования, посвященные, в частности, моделированию механизмов образования вихрей на входной стороне разряда, влияния суммарной мощности, частоты генератора и центрального расхода газа от размера вихря; распределение температур и плотности частиц и прочих параметров в ВЧ-индуктивно связанной плазме.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено за счет средств гранта Российского научного фонда (проект № 19-71-10055).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. Boulos M.I. // High Temp. Mater. Process. 1997. P. 17.
2. Bernardi D. et al. // Pure Appl. Chem. 2005. V. 77 (2). P. 359.
3. Князев Б.А. Низкотемпературная плазма и газовый разряд. 2000. Новосибирск.
4. Telekh V.D., Pavlov A.V., Kirillov D.V., et al. // Coatings. 2022. V. 12 (2). P. 290.
5. Shumeiko A.I., Telekh V.D., Mayorova V.I. // Acta Astronautica. 2022. V. 191 (2). P. 431.
6. Гайнуллин Р.Н., Герке А.Р., Кирпичников А.П. // Вестник Казанского технологического университета. 2007. № 4. С. 130.
7. Lewis J.L. The Motion of Particles Entrained in a Plasma Jet. Ph.D. Thesis. 1971. McGill University.
8. Devoto R.S. // Phys. Fluids. 1966. V. 9 (6). P. 1230.
9. Christian B. Numerical Modeling of an Inductively Coupled Plasma (ICP). Master Thesis. 2019. <https://doi.org/10.22032/dbt.40314>
10. Mostaghimi J., Maher B. // Plasma Chem. Plasma Process. 1988. V. 9. P. 318.
11. Kim K.S. et al. // Plasma Chem. Plasma Process. 2010. V. 30. P. 91.
12. Гришин Ю.М., Мясоед Л. // Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2016. № 5. С. 104.
13. Гайнуллин Р.Н., Кирпичников А.П. // Вестн. Казан. технол. унив. 2007. № 4. С. 156.
14. Kuzenov, V.V., Ryzhkov, S.V. // Symmetry. 2021. V. 13 (6). P. 927.
15. Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V., Varaksin A. Yu. // Appl. Sci. 2023. V. 13 (9). P. 5538.
16. Гайнуллин Р.Н. и др. // Вестн. Казан. технол. унив. 2011. № 12. С. 172.

Numerical Simulation of Gas Dynamic Processes in a RFI-11/60 RF Plasmotron**A. V. Gerasimov¹, A. D. Baitimirov², and M. L. Shustrova^{1, *}**¹*Kazan National Research Technological University, Kazan, 420015 Russia*²*Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan, 420008 Russia***e-mail: shu.ma@bk.ru*

Received June 14, 2023; revised July 26, 2023; accepted August 1, 2023

Abstract—A mathematical model of a technical RF inductively coupled plasma is presented. Results of a numerical experiment are reported in which key parameters for a system with five coils and a coupled power of 60 kW at the generator frequency 1.76 MHz were assessed. The distributions of temperature, pressure, flow rate, and current and magnetic flux density are displayed. The numerical experiment presented was carried out using the Magnetic Fields, Laminar Flow, and Heat Transfer modules of COMSOL Multiphysics (R).

Keywords: inductively coupled plasma, RF plasma, inductor, numerical experiment