

МАТЕРИАЛЫ И ТЕХНОЛОГИЯ ДЛЯ НОВЫХ ИСТОЧНИКОВ ЭНЕРГИИ

УДК 544.015:66.042.88

ЗАТВЕРДЕВАНИЕ СЛОЕВ МАТЕРИАЛА, ОМЫВАЕМОГО ТЕПЛОНОСИТЕЛЕМ

© 2024 г. Н. А. Россихин^а, *, А. Н. Саврицкий^а

^аМосковский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005 Россия

*E-mail: nikr69@yandex.ru

Поступила в редакцию 26.03.2024 г.

После доработки 18.06.2024 г.

Принята к публикации 24.06.2024 г.

Рассмотрены разные геометрии — ограниченный плоский слой и цилиндрический слой вещества, обтекаемый потоком охлаждающей жидкости. Для плоского слоя материала ограниченных размеров, который омывается потоком теплоносителя, приводятся зависимости теплообмена, описывающие весь период процесса затвердевания. Для цилиндрического слоя материала, омываемого теплоносителем, как изнутри, так и снаружи, также приведены аналитические зависимости теплообмена для всего периода процесса затвердевания.

Ключевые слова: аккумулятор теплоты, затвердевание, фазовый переход, твердая фаза

DOI: 10.56304/S2079562924060320

ВВЕДЕНИЕ

Все более широкое применение аккумуляторов теплоты фазового перехода для рационального использования и оптимизации работы теплоэнергетического оборудования требует разработки средств анализа процессов, протекающих в них. Разработаны физико-математические модели, включающие учет многих факторов, в том числе полное моделирование условий, в которых осуществляется фазовый переход.

Взаимодействие фаз играет очень существенную роль, и правильное моделирование этих процессов является краеугольным камнем для конкретных технических установок и машин [1–5]. Реальные многофазные потоки в натурных экспериментах и технических устройствах сопровождаются фазовыми и химическими превращениями и, как правило, являются полидисперсными, то есть содержат капли разных размеров. Указанные обстоятельства сильно усложняют дело, так как различие в размерах ведет к различию в скоростях, что приводит к колоссальному росту сечения столкновений [6–8].

В то же время практическая реализация разработанных физико-математических моделей с использованием мощных вычислительных машин оказывается очень трудоемкой. Поэтому разрабатываются упрощенные способы расчета и оценки работоспособности соответствующих технических систем. При этом учитываются наиболее значимые факторы.

В проточных аккумуляторах теплоты фазового перехода (АФП) для переноса теплоты используется жидкий или газообразный теплоноситель, контактирующий (чаще через перегородку) с плавким материалом. В данном случае наиболее существенными отличительными факторами являются изменение температуры по его длине и ограниченность размеров аккумулятора. Это вносит дополнительные трудности при использовании алгоритмов, включающих подробный учет всех особенностей процессов. Поэтому полное моделирование процессов отмечено в единичных работах, как, например, в [9], где численно решалась двумерная задача обтекания и теплообмена с учетом фазового перехода в канале с прямоугольными вставками, заполненными плавким материалом.

В течение довольно продолжительного времени разрабатываются методики расчета проточных АФП на основе одномерного течения теплоносителя с использованием критериальных уравнений теплообмена в виде одномерного дифференциального уравнения или соответствующего аналитического решения [10–13]. Этот подход используется для квазистационарных задач. Квазистационарная модель теплообмена была предложена в [14] и заключается в том, что температурные поля рассматриваются в стационарном приближении, что оправдано в случае, когда перемещение границ фазового перехода оказывается достаточно медленным. Эти положения дополняются рядом упрощающих допущений.

Например, в [10], где рассматривался теплообмен при обтекании цилиндрических капсул, заполненных фазопереходным материалом (ФПМ), была предложена математическая модель с одномерными дифференциальными уравнениями для теплоносителя и двумерными в ФПМ. Аналитическое решение было получено для автомоделного режима, который возникает после некоторого времени после начала процесса. Соответственно в данном случае весь процесс описывается достаточно хорошо, если временем выхода на автомоделный режим можно пренебречь.

В [11] получено аналитическое решение для цилиндрического слоя затвердевающего материала, охлаждаемого движущимся по трубе теплоносителем. В данном случае решение пригодно только для начальной стадии процесса, когда фазовый переход происходит на всей длине АФП.

В [12] проведен расчет аккумулятора теплоты для вентиляционно-отопительной системы, представляющий собой пористый слой, состоящий из сферических капсул, заполненных ФПМ, через который прокачивается воздух. Для расчета был разработан упрощенный численный метод с использованием в теплоносителе и в ФПМ моделей одномерного теплообмена.

В [13] получено аналитическое решение для процесса затвердевания ФПМ возле плоской поверхности, обтекаемой потоком среды. Рассматривался неограниченный слой ФПМ, температура теплоносителя на входе была постоянной.

Изменение температуры теплоносителя вдоль проточного АФП приводит к неравномерности процесса фазового перехода по его длине. Наибольшая интенсивность теплообмена оказывается в области входа, что приводит к большей скорости перемещения границы раздела фаз. В начале процесса в течение начальной стадии процесса фазовый переход происходит на протяжении всей длины проточного АФП, но через некоторое время исходная фаза ФПМ в области входа теплоносителя заканчивается (прекращается фазовый переход), и наступает конечная стадия с образованием двух зон — с закончившимся и продолжающимся фазовым переходом. Эти зоны разделяет плоскость, перпендикулярная к оси, задаваемая координатой x_a , которая перемещается в направлении выхода из аккумулятора. Процесс заканчивается при $x_a = L$, где L — длина аккумулятора. На рис. 1 показана общая схема проточного АФП с произвольной геометрией стенок, разделяющих теплоноситель и ФПМ. Корпус аккумулятора теплоизолирован.

В [15–17] был разработан подход к расчету параметров проточных аккумуляторов фазового перехода с использованием удельной на единицу длины массы фазы (рис. 1):

$$m(x, \tau) = \frac{\partial M(x, \tau)}{\partial x}.$$

Здесь $M(x, \tau)$ это та часть массы исходной фазы, жидкой или твердой, которая осталась в процессе разрядки или зарядки на момент времени τ на отрезке $[0, x]$.

Краевая задача квазистационарного теплообмена с фазовым переходом в проточном АФП записывается следующим образом [15]:

при $m(x, \tau) > 0$

$$\partial T(x, \tau) / \partial x = - \frac{A'(x)}{\rho c_p V R(m, x)} (T(x, \tau) - T_\phi), \quad (1)$$

$$\partial m(x, \tau) / \partial \tau = - \frac{A'(x)}{Q_\phi R(m, x)} |T(x, \tau) - T_\phi|. \quad (2)$$

Знак модуля в (2) позволяет объединить в одном уравнении описание режимов зарядки (плавление материала) и разрядки (затвердевание). Граница раздела фаз перемещается внутрь ФПМ от стенки, отделяющей его от теплоносителя.

При достижении удельной массы исходной фазы нулевого значения в конкретном месте фазовый переход прекращается, и в этих областях выполняются соотношения при $m(x, \tau) = 0$:

$$T = \text{const}, \quad (3)$$

$$m = \text{const}. \quad (4)$$

Начальное условие

В начальный момент времени удельная на единицу длины масса фазы ($\tau = 0$) равна:

$$m(x, 0) = m_0(x) = \frac{\partial M(x, 0)}{\partial x}. \quad (5)$$

Граничное условие

$$T(0, \tau) = T_{\text{вх}}(\tau). \quad (6)$$

При этом T_ϕ , Q_ϕ — температура и теплота фазового перехода; ρ , c_p , V — плотность, изобарная теплоемкость, объемный расход теплоносителя; $A(x)$ — площадь поверхности теплообмена со стороны теплоносителя, $A'(x)$ — ее производная; $T_{\text{вх}}(\tau)$ — температура теплоносителя на входе в аккумулятор.

Термическое сопротивление R определяется соотношением

$$\frac{dQ}{dA} = - \frac{T(x, \tau) - T_\phi}{R},$$

где Q — тепловой поток между теплоносителем и поверхностью фазового.

Общее термическое сопротивление R равно:

$$R(m, x) = R_f(x) + R_w + R_\phi(m, x).$$

Здесь $R_w = \delta_w / \lambda_w$ — термическое сопротивление стенки, отделяющей ФПМ от теплоносителя; λ_w —

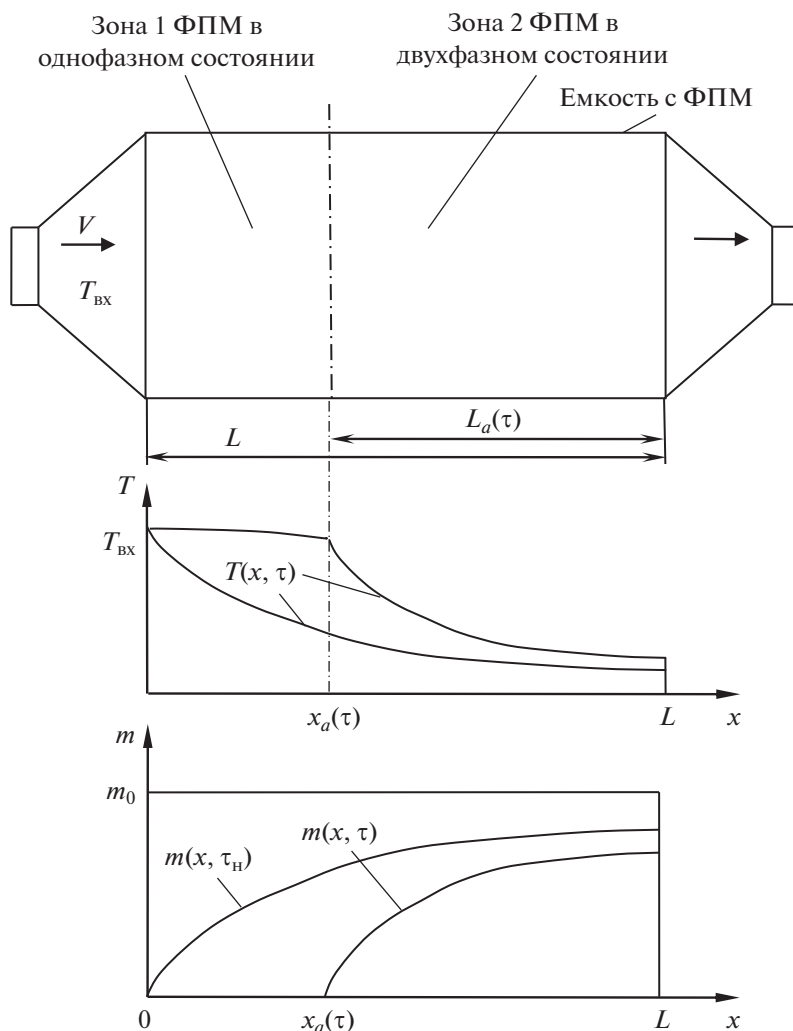


Рис. 1. Распределение температуры теплоносителя и удельной массы остатка исходной фазы ФПМ в проточном АФП.

коэффициент теплопроводности перегородки между ФПМ и теплоносителем; δ_w — толщина стенки, отделяющей теплоноситель от ФПМ. Предполагается, что δ_w — мала; $R_f = 1/\alpha_f$ — термическое сопротивление между потоком теплоносителя и контактирующей с ним поверхностью стенки, α_f — коэффициент теплоотдачи; R_ϕ — термическое сопротивление между внутренней поверхностью разделяющей стенки и поверхностью фазового перехода в ФПМ.

С учетом того что толщина разделяющей стенки (оболочки) мала можно записать

$$m_0(x) = m(x, 0) = \frac{\partial M(x, 0)}{\partial x} = \rho_{\text{ж}}(1 - \varepsilon - k_V \delta_w) A_{\text{ак}},$$

$$k_V = dA/dV_{\text{ак}}.$$

Здесь $A_{\text{ак}}$ — площадь поперечного сечения АФП; $V_{\text{ак}}(x)$ — объем АФП на $[0, x]$; ε — отношение объема, занимаемого теплоносителем, ко всему

внутреннему объему АФП. Для шаровой засыпки [12] это пористость; $\rho_{\text{ж}}$ — плотность жидкой фазы (считается, что плотность жидкой фазы ФПМ меньше, чем твердой, расплав заполняет всю полость); k_V — коэффициент, связывающий объем и площадь поверхности теплообмена для заданной геометрии.

Вывод основан на следующих допущениях:

- теплообмен в теплоносителе одномерный $T(x, y, z, \tau) = T(x, \tau)$, скорость движения теплоносителя $w(x, y, z, \tau) = w(x)$;
- теплообмен в ФПМ и в потоке теплоносителя квазистационарный. Температура $T_{\text{вх}}(\tau)$ на входе в АФП медленно изменяется с течением времени;
- перенос теплоты в массе ФПМ в направлении потока теплоносителя пренебрежимо мал;
- плавление и затвердевание происходит при постоянной температуре;

– не учитывается изменение объема ФПМ при фазовом переходе;

– температура ФПМ в начале процесса равна температуре фазового перехода;

– аккумулятор в начале процесса полностью заряжен или разряжен, ФПМ находится в однофазном состоянии;

– потоки теплоты между теплоносителем и ФПМ определяются по термическим сопротивлениям, соответствующим положению границ раздела фаз в данный момент времени.

Эти уравнения являются общими для произвольного вида проточного АФП и, в частности, описывают процессы в фазопереходных системах в работах [9–13], отмеченных ранее.

В [16] получено одномерное аналитическое решение системы (1)–(6) с использованием дополнительных упрощений. Будем предполагать

– постоянство геометрических параметров аккумулятора;

– пренебрежимость термическим сопротивлением прослойки ФПМ по отношению к общему термическому сопротивлению:

$$R_{\phi}/R \rightarrow 0. \quad (7)$$

Отмеченное предельное соотношение (7) означает, что $R \approx \text{const}$.

В начальной стадии при всех $0 \leq x \leq L$ в АФП выполняется условие $m(x, \tau) > 0$. В конечной в некоторых его частях, фазовый переход прекращается. Соответственно в них в дальнейшем выполняется условие $m = 0$. С учетом этого получаются следующие аналитические зависимости для определения температурного поля $T(x, \tau)$ и удельной на единицу длины аккумулятора массы $m(x, \tau)$ в начальной и конечной стадиях [17].

Формула для определения длительности (окончания) начальной стадии зарядки или разрядки проточного АФП τ_n определяется соотношением:

$$\left| \int_0^{\tau_n} T_{\text{вх}}(\tau) d\tau - T_{\phi} \tau_n \right| = \frac{Q_{\phi} R}{A'} m_0. \quad (8)$$

В случае $T_{\text{вх}} = \text{const}$ получается:

$$\tau_n = \frac{Q_{\phi} R}{A' |T_{\text{вх}} - T_{\phi}|} m_0. \quad (9)$$

Время окончания всего процесса зарядки или разрядки определяется из уравнения:

$$\left| \int_{\tau_n}^{\tau} T_{\text{вх}}(\tau) d\tau - T_{\phi}(\tau - \tau_n) \right| = \frac{m_0 Q_{\phi}}{c_p \rho V} L. \quad (10)$$

При постоянной температуре теплоносителя на входе в АФП ($T_{\text{вх}} = \text{const}$) время окончания всего процесса зарядки или разрядки равно:

$$\tau_n = \tau_n + \frac{m_0 Q_{\phi}}{c_p \rho V |T_{\text{вх}} - T_{\phi}|} L. \quad (11)$$

Координата положения плоскости поперечного сечения АФП x_a определяется по формулам:

при $0 \leq \tau \leq \tau_n$

$$x_a(\tau) = 0,$$

при $\tau_n < \tau$

$$x_a(\tau) = \frac{c_p \rho V}{m_0 Q_{\phi}} \left| \int_{\tau_n}^{\tau} T_{\text{вх}}(\tau) d\tau - T_{\phi}(\tau - \tau_n) \right|. \quad (12)$$

Температурное поле в теплоносителе:

при $0 \leq x \leq x_a(\tau)$

$$T(x, \tau) = T_{\text{вх}}(\tau),$$

при $x_a(\tau) < x \leq L$

$$T(x, \tau) = T_{\phi} + (T_{\text{вх}}(\tau) - T_{\phi}) e^{\frac{A'(x - x_a(\tau))}{\rho c_p V R}}. \quad (13)$$

Выражение для удельной на единицу длины аккумулятора массы неизрасходованного ФПМ

При $x \leq x_a(\tau)$ $m(x, \tau) = 0$, при $x_a(\tau) < x \leq L$

$$m(x, \tau) = m_0 - \frac{A'}{Q_{\phi} R} e^{\frac{A'x}{c_p \rho V R}} \int_0^{\tau} |T_{\text{вх}}(\tau) - T_{\phi}| f(\tau) d\tau, \quad (14)$$

при $0 \leq \tau \leq \tau_n$ $f(\tau) = 1$, при $\tau_n \leq \tau \leq \tau_k$

$$f(\tau) = e^{\frac{A'}{m_0 Q_{\phi} R \tau_n} \int_{\tau_n}^{\tau} |T_{\text{вх}}(\tau) - T_{\phi}| d\tau}. \quad (15)$$

Здесь принято, что при $x < x_a$ в при перемещении плоскости раздела зон 1 и 2 теплообмен прекращается быстро, и изменением температуры можно пренебречь.

Для оценки точности расчетов, осуществляемых по предложенным аналитическим зависимостям, в первую очередь практической пригодности условия $R = \text{const}$, было проведено сравнение аналитических расчетов с экспериментальными данными работы [18]. Отклонение температуры теплоносителя на выходе из АФП составляло не более 15%.

Следует обратить внимание, что в работах [9–13] рассматриваются случаи отдельно взятых конкретных поверхностей теплообмена. Теория в [15–17], записываемая уравнениями (1)–(15) описывает процессы для целого ряда конфигураций поверхностей теплообмена, соответствующих разным типам проточных АФП, то есть дает решение в более общем виде, в том числе для частных случаев, рассмотренных в [9–13]. Для получения расчетных соотношений в процессе фазового перехода в АФП конкретного типа в уравнения обще-

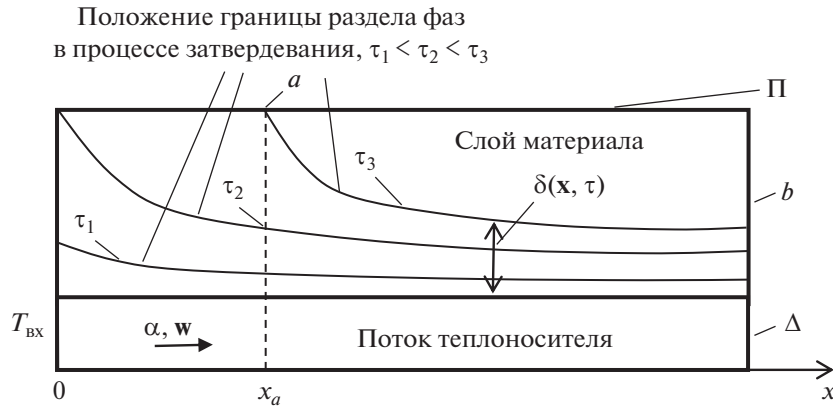


Рис. 2. Перемещение границы затвердевания в плоском слое материала.

го вида (1)–(15) нужно подставить конкретные выражения для коэффициентов A' , ε , m_0 , m как функции геометрических параметров, а также формулы термических сопротивлений $R_\Phi(m)$. Найдем эти параметры и получим расчетные формулы для наиболее простых случаев, а именно, для ограниченных плоского и цилиндрического слоев вещества, обтекаемых охлаждающим потоком.

Далее $\lambda_{\text{ТВ}}$ – коэффициент теплопроводности твердой фазы материала; $\rho_{\text{ТВ}}$ – плотность твердой фазы материала; w и α – среднерасходная скорость и коэффициент теплоотдачи от потока теплоносителя к стенке.

ЗАТВЕРДЕВАНИЕ ОГРАНИЧЕННОГО ПЛОСКОГО СЛОЯ МАТЕРИАЛА, ОМЫВАЕМОГО ТЕПЛОНОСИТЕЛЕМ

На рис. 2 изображен плоский слой ФПМ с теплоносителем внутри него с теплоизолированной внешней границей.

С учетом геометрических характеристик, соответствующих рассматриваемому случаю, аналитические соотношения (8)–(15) выглядят следующим образом.

Время τ_n окончания начальной стадии процесса затвердевания, то есть время достижения фронтом поверхности П, соотношением:

$$\left| \int_0^{\tau_n} T_{\text{вх}}(\tau) d\tau - T_\Phi \tau_n \right| = \rho_{\text{ТВ}} b Q_\Phi R. \quad (16)$$

Положение точки x_a (см. рис. 2) находится из условий:

при $\tau \leq \tau_n$ $x_a = 0$, при $\tau > \tau_n$

$$x_a(\tau) = \frac{\rho_{\text{ТВ}} w \Delta}{\rho_{\text{ТВ}} Q_\Phi b} \int_{\tau_n}^{\tau} |T_{\text{вх}}(\tau) - T_\Phi| d\tau. \quad (17)$$

Здесь b – толщина слоя ФПМ; Δ – ширина канала $R(x, \tau) = \delta(x, \tau)/\lambda_{\text{ТВ}} + 1/\alpha + \delta_w/\lambda_w$; $\delta(x, \tau)$ – толщина затвердевшей части материала. $R = \delta_{\text{ср}}/\lambda_{\text{ТВ}} + 1/\alpha + \delta_w/\lambda_w$ – среднее значение общего термического сопротивления в процессе. В качестве среднего значения в этом случае можно выбрать $\delta_{\text{ср}} = \Delta/2$.

Изменение температуры вдоль потока теплоносителя:

$$T(x, \tau) = T_\Phi + (T_{\text{вх}}(\tau) - T_\Phi) e^{\frac{x - x_a(\tau)}{\rho_{\text{ТВ}} \Delta w R}}, \quad (18)$$

где $x \geq x_a$,

$$\delta(x, \tau) = \frac{1}{\rho_{\text{ТВ}} b Q_\Phi R} e^{-\frac{x}{\rho_{\text{ТВ}} \Delta w R}} \int_0^{\tau} |T_{\text{вх}}(\tau) - T_\Phi| f(\tau) d\tau, \quad (19)$$

при $0 \leq \tau \leq \tau_n$ $f(\tau) = 1$, при $\tau \geq \tau_n$

$$f(\tau) = e^{\frac{1}{\rho_{\text{ТВ}} b Q_\Phi R} \int_{\tau_n}^{\tau} |T_{\text{вх}}(\tau) - T_\Phi| d\tau}.$$

Полученные соотношения верны при условии $\delta(x, \tau)/\lambda_{\text{ТВ}} \ll 1/\alpha + \delta_w/\lambda_w$.

ЗАТВЕРДЕВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СЛОЯ МАТЕРИАЛА, ОМЫВАЕМОГО ИЗНУТРИ ТЕПЛОНОСИТЕЛЕМ

В данной части рассматривается затвердевание цилиндрического слоя ФПМ, когда внутри него по трубе радиуса r_1 движется теплоноситель (рис. 3). Внешняя цилиндрическая поверхность радиуса r_2 теплоизолирована.

Время τ_n окончания начальной стадии процесса затвердевания, то есть время достижения фронтом цилиндра радиусом r_2 , определяется соотношением:

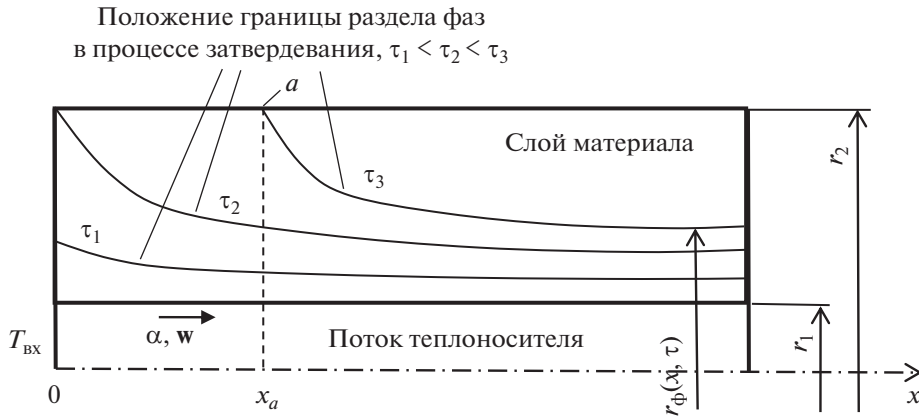


Рис. 3. Перемещение границы затвердевания в цилиндрическом слое материала.

$$\left| \int_0^{\tau_n} T_{\text{вх}}(\tau) d\tau - T_\phi \tau_n \right| = \frac{1}{2} \rho_{\text{ж}} \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_1} Q_\phi R, \quad (20)$$

Положение точки a (см. рис. 3) находится из условий:

при $\tau \leq \tau_n$ $x_a = 0$, при $\tau > \tau_n$

$$x_a(\tau) = \frac{\rho_{\text{ж}} w}{\rho_{\text{ж}} Q_\phi} \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \int_{\tau_n}^{\tau} |T_{\text{вх}}(\tau) - T_\phi| d\tau. \quad (21)$$

Положение фронта затвердевания определяется соотношением:

$$r_\phi(x, \tau) = \left(r_1^2 + \frac{2r_1}{\rho_{\text{ж}} Q_\phi R} e^{-\frac{2x}{\rho_{\text{ж}} w R}} \int_0^{\tau} |T_{\text{вх}}(\tau) - T_\phi| f(\tau) d\tau \right)^{1/2}, \quad (22)$$

при $0 \leq \tau \leq \tau_n$ $f(\tau) = 1$, при $\tau \geq \tau_n$

$$f(\tau) = e^{-\frac{2x}{\rho_{\text{ж}} Q_\phi R} \int_{\tau_n}^{\tau} |T_{\text{вх}}(\tau) - T_\phi| d\tau}.$$

Изменение температуры вдоль потока теплоносителя:

$$T(x, \tau) = T_\phi + (T_{\text{вх}}(\tau) - T_\phi) e^{-\frac{2(x-x_a(\tau))}{\rho_{\text{ж}} w R}}, \quad (23)$$

где $x \geq x_a$. Здесь r_1, r_2 – внутренний и внешний радиусы цилиндрического слоя (рис. 3); $r_\phi(x, \tau)$ – радиус, определяющий положение фронта затвердевания; $R(x, \tau) = r_1 \ln(r_\phi(x, \tau)/r_1)/\lambda_{\text{тв}} + 1/\alpha + \delta_w/\lambda_w$. $R = r_1 \ln(r_{\text{ср}}/r_1)/\lambda_{\text{тв}} + 1/\alpha + \delta_w/\lambda_w$.

В качестве среднего значения в этом случае можно выбрать $r_{\text{ср}} = (r_1 + r_2)/2$. Полученные здесь соотношения верны при условии $r_1 \ln(r_\phi(x, \tau)/r_1)/\lambda_{\text{тв}} \ll 1/\alpha + \delta_w/\lambda_w$.

ЗАТВЕРДЕВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СЛОЯ МАТЕРИАЛА, ОМЫВАЕМОГО СНАРУЖИ ТЕПЛОНОСИТЕЛЕМ

В данном случае рассматривается система с обтеканием внешней поверхности цилиндрического слоя материала теплоносителем, движущемся по кольцевому каналу, ограниченному цилиндрическими поверхностями с радиусами r_2 и r_3 (рис. 4). Внутренняя цилиндрическая поверхность радиуса r_1 теплоизолирована.

Время τ_n окончания начальной стадии процесса затвердевания, т.е. время достижения фронтом ограничивающего цилиндра радиусом r_1 , определяется соотношением:

$$\left| \int_0^{\tau_n} T_{\text{вх}}(\tau) d\tau - T_\phi \tau_n \right| = \frac{1}{2} \rho_{\text{ж}} \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2} Q_\phi R. \quad (24)$$

Положение точки a (см. рис. 4) находится из условий:

при $\tau \leq \tau_n$ $x_a = 0$, при $\tau > \tau_n$

$$x_a(\tau) = \frac{\rho_{\text{ж}} w}{\rho_{\text{ж}} Q_\phi} \frac{r_3^2 - r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \int_{\tau_n}^{\tau} |T_{\text{вх}}(\tau) - T_\phi| d\tau. \quad (25)$$

Изменение температуры вдоль потока теплоносителя:

$$T(x, \tau) = T_\phi + (T_{\text{вх}}(\tau) - T_\phi) e^{-\frac{2r_3(x-x_a(\tau))}{\rho_{\text{ж}} w R(r_3^2 - r_2^2)}}, \quad (26)$$

где $x \geq x_a$,

$$r_\phi(x, \tau) = \left(r_2^2 - \frac{2r_2}{\rho_{\text{ж}} Q_\phi R} e^{-\frac{2r_3 x}{\rho_{\text{ж}} w R(r_3^2 - r_2^2)}} \times \int_0^{\tau} |T_{\text{вх}}(\tau) - T_\phi| f(\tau) d\tau \right)^{1/2}, \quad (27)$$

при $0 \leq \tau \leq \tau_n$ $f(\tau) = 1$, при $\tau \geq \tau_n$

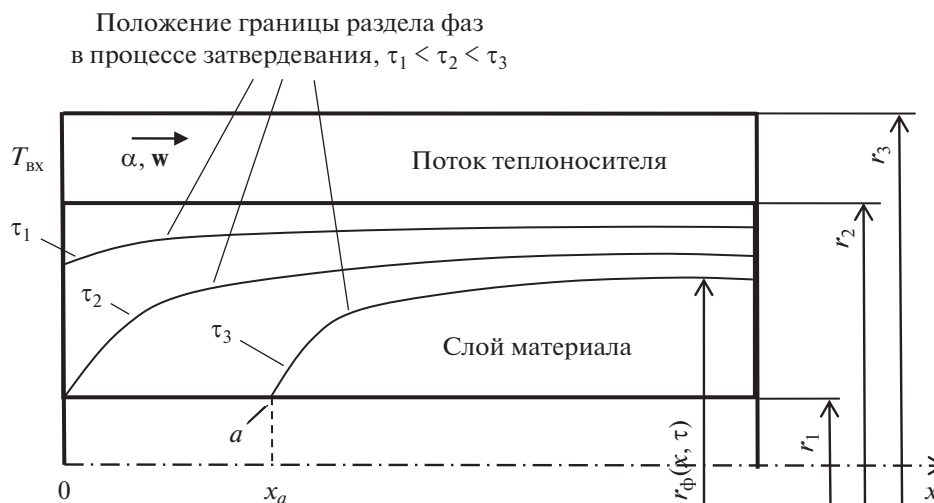


Рис. 4. Перемещение границы затвердевания в цилиндрическом слое материала.

$$f(\tau) = e^{\frac{2r_2}{\rho_{ж} Q_{\phi} R(r_2^2 - r_1^2)} \int_{\tau_{\text{н}}}^{\tau} |T_{\text{вх}}(\tau) - T_{\phi}| d\tau},$$

$$R(x, \tau) = r_2 \ln(r_2/r_{\phi}(x, \tau))/\lambda_{\text{ТВ}} + 1/\alpha + \delta_w/\lambda_w,$$

$$R = r_2 \ln(r_2/r_{\text{ср}})/\lambda_{\text{ТВ}} + 1/\alpha + \delta_w/\lambda_w.$$

В качестве среднего значения в этом случае можно выбрать $r_{\text{ср}} = (r_1 + r_2)/2$.

Полученные здесь соотношения верны при условии $r_2 \ln(r_2/r_{\phi}(x, \tau))/\lambda_{\text{ТВ}} \ll 1/\alpha + \delta_w/\lambda_w$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выведенные соотношения для плоского и цилиндрического слоя в соответствии с исходным допущением $R_{\phi}/R \rightarrow 0$ в общем уравнении применимы в случае, когда термическое сопротивление затвердевшего слоя материала существенно меньше термического сопротивления при теплоотдаче от теплоносителя. Еще раз отметим, что рассматриваемые задачи являются не отдельными абстрактными случаями, а подобные процессы встречаются во многих технических устройствах, сложных схемах и даже природных явлениях [19–22].

Такое довольно сильное упрощение позволяет получить аналитические решения с учетом изменения температуры теплоносителя на входе $T_{\text{вх}}(\tau)$ и ограниченности толщин слоев, а именно с учетом как начальной, так и конечной стадий процесса фазового перехода, когда фронт фазового перехода может достигать границ слоев ФПМ. Отмеченные особенности представленных решений делают их более общими, чем решения, полученные в [10, 11, 13].

БЛАГОДАРНОСТИ

Результаты исследования частично получены в рамках выполнения государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № FSN-2024-0011.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. Шилов Ю.И. // Ядерная физика и инжиниринг. 2023. Т. 14. С. 138–143. [Shilov Yu.I. // Phys. At. Nucl. 2022. V. 85. (Suppl. 2). P. S103–S108].
2. Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V., Varaksin A.Yu. // Aerospace. 2023. V. 10. P. 662.
3. Щекин А.С., Петровский В.Н., Гавриков А.А. и др. // Ядерная физика и инжиниринг. 2023. Т. 14. С. 303–310. [Shchekin A.S., Petrovskiy V.N., Gavrikov A.A., et al. // Phys. At. Nucl. 2022. V. 85. P. 1913–1919].
4. Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V., Varaksin A.Yu. // Appl. Sci. 2022. V. 12 (21). P. 11011.
5. Алхасов А.Б., Дибиров Я.А., Дибиров К.Я. // Теплоэнергетика. 2022. № 3. С. 41–49. [Alkhasov A.B., Dibirov Ya.A., Dibirov K.Ya. // Thermal Engin. 2022. V. 69. P. 182–189].
6. Varaksin A.Yu., Ryzhkov S.V. // Symmetry. 2023. V. 15. P. 388.
7. Varaksin A.Yu., Ryzhkov S.V. // Mathematics. 2023. V. 11. P. 3290.
8. Varaksin A.Yu., Ryzhkov S.V. // Mathematics. 2023. V. 11. P. 3293.
9. Зорина И.Г. Расчет гидродинамики и теплообмена в каналах со вставками с теплоаккумулирующим материалом. 1993. Дис. канд. техн. наук. Москва.
10. Грилихес В.А., Матвеев В.М., Полуэктов В.П. Солнечные высокотемпературные источники тепла для космических аппаратов. 1975. Москва: Машиностроение.
11. Умеренков Е.В. Разработка аккумуляторов теплоты на фазовом переходе для систем теплоснабжения. 2012. Автореф. канд. техн. наук. Курск.

12. *Arkar C., Medved S.* // IEA. ECES IA Annex 17. Advanced Thermal Energy Storage Techniques – Feasibility Studies and Demonstration Projects. 2nd Workshop. Ljubljana, Slovenia, 2002.
13. *Снэппоу Е.М., Сю С.Ф.* // Теплопередача. 1981. Т. 103 (3). С. 231–233.
14. *Лейбензон Л.С.* Руководство по нефтепромышленной механике. 1934. Москва, Ленинград: ОНТИ НКТП СССР.
15. *Россихин Н.А.* // Аэрокосм. науч. журн. 2017. № 3. С. 39–52.
16. *Rossikhin N.A.* // Sci. Europe. 2023. No. 127. P. 119–128.
17. *Rossikhin N.A.* // Sci. Europe. 2019. No. 44. P. 48–59.
18. *Россихин Н.А., Чукаев А.Г.* // Естественные и технические науки. 2018. № 12. С. 294–297.
19. *Varaksin A.Yu., Ryzhkov S.V.* // Symmetry. 2022. V. 14 (10). P. 2016.
20. *Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V., Varaksin A.Yu.* // Mathematics. 2022. V. 10. P. 2130.
21. *Кузенов В.В., Рыжков С.В.* // Ядерная физика и инжиниринг. 2019. Т. 10 (5). С. 423–428. [*Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V.* // Phys. At. Nucl. 2019. V. 82. P. 1621–1626].
22. *Varaksin A.Yu., Ryzhkov S.V.* // Symmetry. 2022. V. 14 (11). P. 2433.

Solidification of Material Layers Streamlined by a Coolant Flow

N. A. Rossikhin^{1, *} and A. N. Savritskiy¹

¹ *Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005 Russia*

**e-mail: nikp69@yandex.ru*

Received March 26, 2024; revised June 18, 2024; accepted June 24, 2024

Abstract—Limited flat and cylindrical layers of a material streamlined by a coolant flow are considered. Dependences of the heat transfer describing the entire period of the solidification process have been presented for the limited flat layer streamlined by the coolant flow. Analytical dependences of heat exchange for the whole period of the solidification process have been obtained for the cylindrical layer washed from the inside and outside by the coolant flow.

Keywords: heat storage, solidification, phase transition, solid phase