

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЛОС ЛОКАЛИЗОВАННОЙ ДЕФОРМАЦИИ В ОБЕДНЕННОМ УРАНЕ

© 2024 г. Р. В. Муратов^a, П. Н. Рябов^{a, *}, Н. А. Кудряшов^a

^aНациональный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, 115409 Россия

*E-mail: pnryabov@mephi.ru

Поступила в редакцию 14.05.2023 г.

После доработки 18.05.2023 г.

Принята к публикации 22.05.2023 г.

Рассматриваются процессы локализации пластической деформации в образцах из обедненного урана DU-0.75Ti, подвергаемых высокоскоростным сдвиговым деформациям. Сформулирована математическая модель, описывающая данный процесс в одномерном и двумерном случае. Предложен численный алгоритм, позволяющий проводить математическое моделирование рассматриваемых процессов. Проведена серия вычислительных экспериментов по высокоскоростному нагружению образцов из обедненного урана. Исследована динамика локализационного процесса в зависимости от начальной скорости пластической деформации. Получены значения полей температур, скоростей, напряжений и деформаций. Исследовано влияние размерности задачи на ряд важнейших характеристик локализационного процесса.

Ключевые слова: полоса адиабатического сдвига, локализация деформации, пластичность, разрушение материалов, моделирование, метод конечных объемов

DOI: 10.56304/S2079562923030272

ВВЕДЕНИЕ

Понимание механизмов разрушения материалов, разработка способов предсказания и своевременного предотвращения данного процесса является одной из важных проблем, которые стоят перед современной наукой. Наиболее актуальной данная проблема является для обрабатывающей и оборонной промышленности, поскольку все используемые высокотехнологичные материалы должны удовлетворять высоким требованиям надежности, безопасности и долговечности при различных способах нагружения и эксплуатации данных материалов. Одним из часто встречаемых типов нагружения материалов в промышленности являются высокоскоростной сдвиг или пробой. Скорость деформации при этом достигает высоких значений от 10^3 до 10^5 с⁻¹. При таких типах нагрузки, в качестве основного механизма разрушения материалов, выступает процесс локализации пластических деформаций (Риттел [1–3], Шоки [4, 5]). Данное явление также называют процессом формирования полос адиабатического сдвига (ПАС), поскольку в данном процессе в условиях близким к адиабатическим, работа пластической деформации переходит в тепло, что вызывает термическое разупрочнение материала, и как следствие неустойчивость пластического течения [6, 7]. В частности, данное явление наблюда-

ется при пробивании брони снарядами, сварке, прессовании, взрывном дроблении, высокоскоростной механической обработке материалов и других (Мосс [8], Шнайдер [9], Хаммершмидт [10], Зейдель [11]).

Процесс локализации пластической деформации является существенно нелинейным, что проявляется как с физической, так и геометрической точки зрения. Это накладывает некоторые сложности для теоретического описания процесса локализации, что подтверждается объемом экспериментальных исследований в данном направлении. В свою очередь, именно по этой причине, как само явление, так и нелинейные математические модели, описывающие данный физический процесс, остаются недостаточно хорошо изученными с теоретической точки зрения. Открытыми остаются вопросы, посвященные механизмам зарождения и формирования полос локализованной деформации, вопросы зависимости локализационного процесса от начальных данных, вопросы построения оценок характерных параметров задачи, вопросы разработки эффективных вычислительных схем и т.д. В связи с актуальностью задачи, исследование феномена локализации полос адиабатического сдвига уже несколько десятилетий привлекает ученых из различных областей: не

только физиков-материаловедов, но также и математиков.

Одной из первых экспериментальных работ, в которой исследовались процессы локализации деформаций, была работа Марчанда [12] по деформационному нагружению образчиков Кольски [13, 14]. В работе [12] установлено, что наличие дефектов в материале приводит к локализации пластической деформации в области дефекта. Изучение процессов локализации пластической деформации в материалах является крайне важной и актуальной задачей, поскольку данные процессы приводят к разрушению материалов.

В работах [12, 13, 15] данная методика была использована для исследования локализации пластической деформации в ряде сталей различных марок. Существенным недостатком методики, предложенной в работе [12], является низкое значение максимальной скорости пластической деформации материала, создаваемое экспериментальными установками, что не позволяет исследовать процессы локализации при достаточно больших величинах начальной скорости пластической деформации.

Данная сложность преодолена в работах Нестеренко [16, 17], в которых авторы разработали методику по управляемому взрыву коаксиальных цилиндрических образцов, при которых, авторам удалось достигнуть начальной скорости пластической деформации образцов 10^4 с^{-1} . Также, авторам, впервые удалось обнаружить явление самоорганизации полос локализованной деформации и экспериментально изучить особенности данного процесса.

Явление самоорганизации полос локализованной деформации изучалось также и теоретически. Например в работах [18, 19] проведено математическое моделирование данных процессов в одномерной постановке. В работах [20–24] предложены теоретические формулы для расчета расстояния между полосами локализованной деформации, основанные на различных теоретических подходах. Так в работе [20] используется метод теории возмущений для определения доминирующей неустойчивой моды. В работах [24–26] Грейди и Кипп выдвинули гипотезу, что образование полос сдвига в среднем будет равно толщине области неустойчивости. Эта толщина определялась коэффициентом диффузии момента вне полосы и временем, требуемым для коллапса напряжения внутри полосы.

Однако отметим, что в большинстве теоретических работ, посвященных исследованию процессов самоорганизации полос локализованной деформации используются одномерные постановки. В этой связи, целью настоящей работы является создание математической модели и вычислительной методики, позволяющей процодить исследование локализационных процессов в двумерном случае.

Для генерации локализационного процесса, используется подход, предложенный в [18, 19, 27].

1. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ ЛОКАЛИЗАЦИИ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ В МАТЕРИАЛАХ

В данной работе используется эйлерово описание движения сплошной среды, а численное моделирование проводится на неподвижной сетке. Таким образом, при описании среды все характеристики относятся непосредственно к точке пространства $\mathbf{x}$, в которой находится частица среды в момент времени t . Движение сплошной среды описывается заданием таких параметров как плотность $\rho(\mathbf{x}, t)$, температура $T(\mathbf{x}, t)$, удельная внутренняя энергия $e(\mathbf{x}, t)$, скорость $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$, тензор напряжений Коши $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)$. Формулировку математической модели мы начнем с записи основных законов сохранения. Наиболее естественной при эйлеровом описании сплошной среды является запись законов сохранения в консервативной форме.

Уравнение непрерывности (закон сохранения массы):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0. \quad (1.1)$$

Уравнение движения сплошной среды (закон сохранения импульса):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{v}) + \text{div}(\rho \mathbf{v} \times \mathbf{v} - \boldsymbol{\sigma}) = 0. \quad (1.2)$$

Закон сохранения энергии:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \text{div}(\rho E \mathbf{v} - \boldsymbol{\sigma} \mathbf{v}) = 0, \quad E = e + \frac{\mathbf{v}^2}{2}. \quad (1.3)$$

В последней формуле (1.3) введена удельная полная энергия E , при этом половину квадрата скорости можно считать удельной кинетической энергией. Также всегда неявно используется закон сохранения момента импульса, из него следует симметричность тензора напряжений $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$. Приведенные выше уравнения в силу своей универсальности используются в большинстве случаев, хоть и имеют множество различных форм. Одним из частых дополнений является введение теплопроводности в последнее уравнение, тогда оно переписывается в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \text{div}(\rho E \mathbf{v} - \boldsymbol{\sigma} \mathbf{v} - k \text{grad} T) = 0, \quad (1.4)$$

здесь k — коэффициент теплопроводности. Теплопроводность значительно влияет на процесс локализации деформаций, поскольку в областях локализации достигаются большие градиенты температуры. В данной работе теплопроводность

учитывается во всех математических моделях, то есть используется уравнение (1.4).

Формулы (1.1)–(1.4) подходят для описания движения очень широкого класса сплошных сред, дальнейшие различия в математических моделях зависят по большей части от того, каким образом определяется тензор напряжений σ_{ij} .

Одним из естественных условий, которые накладываются на модели упруго-пластичности, является предельный переход к уравнениям идеальной жидкости при отсутствии касательных напряжений. Этого можно добиться, если тензор напряжений раскладывается на две компоненты, одна из которых обуславливает гидростатическое давление (шаровая часть), а другая касательные напряжения (девиатор). В результате имеем $\sigma = -pI + s$, где p – гидростатическое давление, I – единичный тензор, а s – девиатор напряжений. Девиатор напряжений не изменяет малый объем (это происходит за счет давления), он является симметричным (как и тензор напряжений), а его след равен нулю $s = 0$. Таким образом, у девиатора напряжений только пять независимых компонент.

Для дальнейшего описания введем еще некоторые характеристики: смещение среды $\mathbf{X}(\mathbf{x}, t)$, тензор деформации ϵ , тензор скоростей деформации $\dot{\epsilon}$, девиатор скоростей деформации $\dot{\epsilon}$, тензор кручений $\dot{\omega}$. Данные тензоры вводятся по формулам:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial X_i}{\partial x_j} + \frac{\partial X_j}{\partial x_i} \right), \quad \dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right),$$

$$\dot{\epsilon} = \text{dev}(\dot{\epsilon}) = \dot{\epsilon} - \frac{1}{3} I \text{div} v,$$

$$\dot{\omega}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right).$$

Следующим требованием к моделям пластичности является переход к моделям упругости при небольших деформациях. Для выполнения данного условия часто используется аддитивное представление тензора деформаций в виде суммы двух компонент: упругой и пластичной, то есть $\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p$, аналогичное разложение верно также для тензора скоростей деформации и соответствующих девиаторов. При этом предполагается, что пластичная компонента равна нулю при небольших деформациях и тогда выполняются законы деформации упругого тела.

Классическим является закон Гука [28], для девиаторов он записывается в виде

$$s = 2\mu \epsilon^e,$$

и связывает касательные напряжения и упругую часть тензора деформаций. Данное соотношение требуется продифференцировать по времени, что-

бы свести задачу к набору дифференциальных уравнений. При дифференцировании тензора Коши необходимо использовать “объективную производную”, то есть такую, которая бы не зависела от вращения тензора Коши, поскольку для обычной материальной производной

$$\frac{d}{dt}(R^T \sigma R) \neq R^T \frac{d\sigma}{dt} R,$$

где R – матрица поворота. В качестве объективной производной используются различные варианты, самым популярным из которых является производная Яумана, в которой добавляются свертки с тензором вращения [28]

$$\overset{\circ}{s} = \frac{ds}{dt} + s\dot{\omega} - \dot{\omega}s = 2\mu \dot{\epsilon}^e.$$

Используя аддитивное разложение тензора деформаций на пластическую и упругую компоненту, приходим к уравнению

$$\frac{ds}{dt} + s\dot{\omega} - \dot{\omega}s = 2\mu(\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}^p). \quad (1.5)$$

Для замыкания модели осталось выписать соотношения для тензора $\dot{\epsilon}^p$, для этого обратимся к оставшимся принципам, на которых строятся большинство моделей пластичности.

Пусть имеется совершенно упругое тело, которое подчиняется простому закону Гука. По определению упругости, если приложенная к телу нагрузка исчезает, тогда тело возвращается в исходное состояние. При пластических деформациях не происходит возвращения тела в начальное состояние, что математическим языком записывается как $\dot{\epsilon}_{ij}^p \geq 0$, то есть пластические деформации могут только нарастать. Из опытов известно, что пластическое течение тела начинается, когда напряжение достигает некоторого значения, которое называется пределом текучести, и в дальнейшем напряжение остается равно пределу текучести. В простейшей модели предел текучести считается постоянным, и после его достижения напряжения не изменяются, такие среды называются идеально пластичными. Данная модель часто используется в прикладных расчетах, но она не подходит для моделирования процессов формирования полос адиабатического сдвига, поскольку не описывает эффект температурного размягчения материала. Данный эффект заключается в понижении предела текучести при нагреве материала, то есть для среды при большой температуре переход в пластичное состояние происходит быстрее. Помимо температуры есть и другие параметры, влияющие на предел текучести.

При одномерном сжатии или сдвиге, когда имеется только одна независимая компонента

тензора напряжения, предыдущее утверждение можно записать как

$$\dot{\epsilon}^p \begin{cases} 0, & \sigma < \sigma_Y(\dot{\epsilon}^p, T), \\ \sigma_Y^{-1}(\sigma, T), & \text{иначе.} \end{cases}$$

И подобное наблюдается в стандартных тестах на сжатие, растяжение и кручение. Здесь функция $\sigma_Y(\dot{\epsilon}, T)$ задает зависимость предела текучести от скорости деформации и температуры (но может зависеть и от других параметров). В том случае, если тензор компонент имеет множество независимых компонент, в шестимерном пространстве компонент тензора напряжений (только шесть независимых) строится замкнутая выпуклая пятимерная поверхность текучести. Если тензор напряжений находится внутри данной поверхности, тогда пластические деформации отсутствуют, при достижении поверхности начинаются пластические деформации, а тензор напряжений остается на ней до тех пор, пока тело не будет разгружено и снова не перейдет к упругим деформациям. При этом как и в одномерном случае, сама поверхность текучести может изменяться, в том числе допускаются зависимости от температуры и других параметров.

Наиболее распространенным приемом для построения такой поверхности является введение “нормы” в данном пространстве, обозначим ее $\|\cdot\|$, в англоязычной литературе используется термин “критерий”. Наиболее часто используемые критерии:

• Критерий Треска. $\|\sigma\| = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_1 - \sigma_3|)$,

• Критерий Мизеса. $2\|\sigma\|^2 = 6J_2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2$,

здесь $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные компоненты тензора напряжений (собственные значения), J_2 — второй инвариант девиатора напряжений. Есть и другие, более сложные варианты, но эти два наиболее часто используются. Поверхности, полученные этими двумя критериями, совпадают в точках, соответствующих простым сдвиговым или одномерным сжимающим деформациям. Из этих двух критериев, критерий Мизеса используется существенно чаще, поскольку получаемая поверхность текучести является гладкой, что понадобится в дальнейшем. Идея введения скалярной характеристики тензора напряжений следует из одномерных тестов, для которых эмпирически было показано, что поведение предела текучести при сдвиговых деформациях и сжатии одинаково, а значит возможно ввести скалярную характеристику напряжения, которая бы вела себя аналогично.

После введения критерия уравнение поверхности текучести записывается в виде $\|\sigma\| = \sigma_Y(\dot{\epsilon}^p, T)$, однако, данное уравнение не позволяет точно

определить тензор напряжений, то есть точное положение тензора напряжений на поверхности текучести. В случае, когда тензор напряжений достигает поверхности текучести “изнутри”, то есть при переходе от упругости к пластичности, его положение на поверхности определяется однозначно, но мы пока не ввели правило, по которому изменяется тензор деформации, при изменении самой поверхности текучести. Одним из таких правил является ассоциированное правило течения, согласно которому тензор скорости деформации пропорционален нормали к некоторому потенциалу пластичности, то есть

$$\dot{\epsilon}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma}.$$

Ассоциированное правило текучести используется для стандартных условий и достаточно простых материалов (к примеру, для моделирования анизотропных материалов могут использоваться модифицированные правила текучести), при этом в качестве потенциала пластичности обычно используется норма напряжения, в этом случае градиент является нормалью к поверхности текучести. Таким образом, пластические деформации увеличиваются в направлении максимального роста нормы напряжения по нормали к поверхности текучести. Воспользуемся критерием Мизеса и получим

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\epsilon}^p = \lambda \frac{\partial \|\sigma\|}{\partial \sigma} = \lambda \frac{3s}{2\|\sigma\|}.$$

Равенство $\dot{\epsilon}^p = \dot{\epsilon}^p$ следует из того, что правая часть формулы имеет нулевой след, а значит тензор скоростей пластических деформаций в такой модели совпадает с девиатором скоростей пластических деформаций. Осталось только получить значения для λ . Введем эффективные переменные:

$$(\dot{\bar{\epsilon}}^p)^2 = \frac{2}{3} \dot{\epsilon}^p : \dot{\epsilon}^p, \quad \bar{\sigma}^2 = \|\sigma\|^2 = \frac{3}{2} s : s, \quad (1.6)$$

тогда поверхность текучести задается согласно формуле $\bar{\sigma} = \sigma_Y(\dot{\bar{\epsilon}}^p, \theta)$. Теперь сделаем свертки в предыдущей формуле

$$\dot{\epsilon}^p : \dot{\epsilon}^p = \frac{9}{4} \lambda^2 \frac{s : s}{\bar{\sigma}^2} \Rightarrow \lambda = \dot{\bar{\epsilon}}^p \geq 0.$$

Итоговое соотношение для описания пластического течения:

$$\dot{\epsilon}^p = \begin{cases} 0, & \bar{\sigma} < \sigma_Y(\dot{\bar{\epsilon}}^p, T), \\ \frac{3}{2} \frac{\dot{\bar{\epsilon}}^p}{\bar{\sigma}} s, & \bar{\sigma} = \sigma_Y(\dot{\bar{\epsilon}}^p, T). \end{cases} \quad (1.7)$$

Первое условие в формуле выше часто можно опустить, поскольку функция $\sigma_Y^{-1}(\bar{\sigma})$ часто является быстроубывающей. Так, в модели Джонсо-

на-Кука затухание является экспоненциальным, а значит, скорость пластических деформаций внутри поверхности текучести крайне мала. Также в приведенной выше формуле предел текучести зависит только от эффективной скорости деформации и температуры, но он также он может зависеть и от других параметров.

Далее предположим, что внутренняя энергия и температура пропорциональны и связаны уравнением

$$e(T) = C_v T,$$

где C_v — теплоемкость при постоянном объеме.

В данной работе используется уравнение состояния Тиллотсона [29–31] которое применяется для описания высокоскоростных процессов в металлах. В данном уравнении состояния давление зависит только от плотности

$$p(\rho) = B \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right), \quad (1.8)$$

здесь ρ_0 — плотность в референсном состоянии, а B — объемный модуль упругости (модуль объемного сжатия) при референсной плотности. Объемный модуль упругости вычисляется по формуле $K = B\rho/\rho_0$. Для данного уравнения состояния скорость продольных волн (p -волн) в сплошной среде вычисляется по более простой формуле

$$c_p^2 = \frac{B}{\rho_0} + \frac{4\mu}{3\rho}, \quad (1.9)$$

где μ — модуль сдвига.

В данной работе используется закон пластической текучести в форме Батры–Уолтера [32]

$$\bar{\sigma} = \sigma_Y(T, \dot{\epsilon}) = \sigma_0 g(T) \left(1 + \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_y} \right)^m, \quad (1.10)$$

$$\dot{\epsilon}(\bar{\sigma}, T) = \dot{\epsilon}_y \max \left(0; \left(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_0 g(T)} \right)^{\frac{1}{m}} - 1 \right). \quad (1.11)$$

В данной формуле предел текучести не зависит от величины пластической деформации, то есть данный закон не учитывает деформационное упрочнения материала. В законе текучести используется функция температурного размягчения в линейной форме

$$g(T) = 1 - aT,$$

которая характеризуется параметром a . Температуру плавления материала можно определить как $T_{пл} = 1/a$, при достижении температуры плавления предел текучести становится равным нулю, а модель движения упруго-пластичной среды переходит в модель гидродинамики.

Таким образом, выпишем в двумерной постановке математическую модель для описания про-

цессов локализации пластической деформации. Задача включает набор из 11 зависимых переменных: $\rho, u, v, p, T, s_1, s_2, \tau, \epsilon_1, \epsilon_2, \gamma$. Переменные u и v являются компонентами скорости, s_1 и s_2 — диагональные компоненты девиатора напряжений ($s_3 = -s_1 - s_2$), τ — касательная компонента девиатора напряжений; ϵ_1 и ϵ_2 — диагональные компоненты девиатора пластических деформаций (индекс p опускаем, чтобы не загромождать запись), γ — касательная компонента девиатора пластических деформаций. Помимо указанных выше переменных, введем также несколько вспомогательных. Модуль скорости $w^2 = u^2 + v^2$, полная удельная энергия, как и ранее $E = C_v T + w^2/2$, эффективное напряжение и эффективная скорость деформации:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{3}{2} s : s = 3(s_1^2 + s_1 s_2 + s_2^2 + \tau^2),$$

$$\dot{\bar{\epsilon}}^2 = \frac{2}{3} \dot{\epsilon} : \dot{\epsilon} = \frac{4}{3} (\dot{\epsilon}_1^2 + \dot{\epsilon}_1 \dot{\epsilon}_2 + \dot{\epsilon}_2^2 + \dot{\gamma}^2).$$

Законы сохранения записываются в дивергентной форме:

$$\rho_t + (\rho u)_x + (\rho v)_y = 0, \quad (1.12)$$

$$(\rho u)_t + (\rho u^2 + p - s_1)_x + (\rho uv - \tau)_y = 0, \quad (1.13)$$

$$(\rho v)_t + (\rho uv - \tau)_x + (\rho v^2 + p - s_2)_y = 0, \quad (1.14)$$

$$(\rho E)_t + (u(\rho E + p - s_1) - \tau v)_x + (v(\rho E + p - s_2) - \tau u)_y = k \Delta T. \quad (1.15)$$

Соотношения на девиаторы в развернутом виде:

$$\begin{aligned} s_{1,t} + u s_{1,x} + v s_{1,y} + \tau(v_x - u_y) &= \\ &= \frac{2\mu}{3} (2u_x - v_y) - 2\mu \dot{\epsilon}_1, \\ s_{2,t} + u s_{2,x} + v s_{2,y} + \tau(u_y - v_x) &= \\ &= \frac{2\mu}{3} (2v_y - u_x) - 2\mu \dot{\epsilon}_2, \end{aligned} \quad (1.16)$$

$$\begin{aligned} \tau_t + u \tau_x + v \tau_y + \frac{1}{2} (s_1 - s_2)(u_y - v_x) &= \\ &= \mu(v_x + u_y) - 2\mu \dot{\gamma}, \\ \dot{\epsilon}_1 = \frac{3s_1}{2\sigma} \sigma_Y^{-1}(\bar{\sigma}, T), \quad \dot{\epsilon}_2 = \frac{3s_2}{2\sigma} \sigma_Y^{-1}(\bar{\sigma}, T), \\ \dot{\gamma} = \frac{3\tau}{2\sigma} \sigma_Y^{-1}(\bar{\sigma}, T). \end{aligned} \quad (1.17)$$

Для замыкания системы необходимо задать уравнение состояния в виде $p = p(\rho)$.

Закон пластического течения в двумерном случае имеет вид

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \sigma_Y^{-1}(\bar{\sigma}, T) = \begin{cases} \dot{\epsilon}_y \left[\left(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_0 g(T)} \right)^{1/m} - 1 \right], & \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_0 g(T)} > 1, \\ 0, & \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_0 g(T)} \leq 1. \end{cases} \quad (1.18)$$

Система уравнений (1.12)–(1.17), дополненная граничными условиями и уравнениями состояния, будет использоваться в дальнейшем для численного моделирования процессов локализации деформаций в двумерных задачах.

Численное решение задачи (1.12)–(1.17) строится с использованием конечно-объемной аппроксимации модельных уравнений. Производится дискретизация расчетной области на ячейки. Значения сеточной функции задаются в барицентрах ячеек. На первом шаге численного метода проводится выделение гиперболической подсистемы уравнений, решение которой строится с использованием схем типа Годунова с применением аппроксимации Куранта–Изаксона–Риса. Аппроксимация нелинейной пластической части системы выполнено на базе неявной схемы. Решение полученного нелинейного уравнения строилось с помощью Ньютоновских итераций. Отметим, что нелинейное уравнение решается отдельно для каждой ячейки расчетной области, таким образом, численный алгоритм не требует решения линейных систем уравнений большого размера, а значит может быть легко реализован в параллельном варианте. Для расчета температурной части используется стандартная аппроксимация, вытекающая из теоремы Остроградского–Гаусса. В силу того, что для аппроксимации большинства модельных уравнений используются схемы первого порядка точности, он и соответствует глобальному порядку аппроксимации всей схемы. Предложенный численный алгоритм был верифицирован и валидирован на различных задачах, рассмотренных в работах [12, 19, 32–34].

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ЛОКАЛИЗАЦИИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ В ОБЕДНЕННОМ УРАНЕ

Рассмотрим сдвиговую деформацию бесконечной пластины толщины H из упруго-пластичного материала. Будем считать, что пластина параллельна плоскости Oxz , то есть занимает область пространства $x \in \mathbb{R}$, $y \in [0, H]$, $z \in \mathbb{R}$. Также мы предполагаем, что все параметры материала (скорость, плотность, напряжения и др.) не изменяются вдоль оси z , это позволяет перейти к рассмотрению двумерной задачи в координатах (x, y) . Нижняя поверхность пластины ($y = 0$) закреплена,

а верхняя поверхность ($y = H$) сдвигается с постоянной скоростью $v_0 = \dot{\epsilon}_0 H$ вдоль оси x .

При рассмотрении двумерных задач вдоль оси x используются периодические граничные условия. В дальнейших расчетах используется период равный H (как толщина пластины), таким образом, моделирование проводится в квадратной области $(x, y) \in [0, H]^2$. При численном моделировании одномерных задач (характеристики постоянны вдоль оси x) выбирается дискретизация области с одной ячейкой по оси x , при этом получают вытянутые ячейки с размерами $H \times H/N_y$, где N_y — число ячеек вдоль оси y . В одномерном случае в численную схему не вносятся изменения, то есть учитываются потоки через все грани ячейки. Однако, это несколько избыточный счет, поскольку потоки вдоль оси x компенсируются и не вносят изменений в решение.

Для моделирования неоднородной структуры материала в начальный момент времени касательные напряжения в образце устанавливаются случайным образом. Наличие внутренних напряжений в материале в дальнейшем приводит к формированию множественных ПАС. Начальная скорость материала имеет линейное распределение, а остальные параметры постоянны. Полный перечень начальных условий для задачи

$$\rho(x, y) = \rho_0, \quad u(x, y) = \dot{\epsilon}_0 y, \quad v(x, y) = 0, \quad (2.1)$$

$$p(x, y) = 0, \quad e(x, y) = 0, \quad T(x, y) = 0, \quad (2.2)$$

$$\dot{\epsilon}_1(x, y) = \dot{\epsilon}_2(x, y) = 0, \quad \dot{\gamma}(x, y) = \dot{\epsilon}_0, \quad (2.3)$$

$$s_1(x, y) = s_2(x, y) = 0, \quad \tau(x, y) = \sigma'_0(1 + \xi), \quad (2.4)$$

где ξ — случайная величина, равномерно распределенная в интервале $[-0.01, 0.01]$. В целом, для величины ξ можно использовать и другие распределения (к примеру, нормальное распределение). При этом если математическое ожидание будет равно нулю, а дисперсия иметь такой же порядок (около 0.01), то результаты качественно не изменятся. Увеличение дисперсии, то есть начального разброса напряжения, влияет только на скорость локализации деформации. Скорость формирования ПАС увеличивается при увеличении амплитуды начальных напряжений.

На поверхностях $y = 0$ и $y = H$ скорости заданы, а для остальных величин используется экстраполяция первого порядка, то есть при расчете потоков величины сносятся на грань из ячейки без изменений. В частности, это приводит к тому, что поток тепла через границы пластины равен нулю (границы теплоизолированы), а давления изнутри пластины и снаружи совпадают. Граничные условия для скоростей следующие:

$$\begin{aligned} u(x, 0, t) = v(x, 0, t) &= 0, \\ u(x, H, t) = \dot{\epsilon}_0 H, \quad v(x, H, t) &= 0. \end{aligned} \quad (2.5)$$

На границах $x = 0$ и $x = H$ используются периодические граничные условия. В одномерном случае постановка не отличается от приведенной выше.

Численное моделирование проводится для пластины с толщиной $H = 10$ мм. Исследуемый образец материала подвергается сдвиговой нагрузке со значениями $\dot{\epsilon}_0$ от 10^4 до 10^5 . При таком выборе $\dot{\epsilon}_0$ скорость сдвига верхней плоскости образца варьируется от 100 м/с до 1 км/с. Для каждого материала и скорости деформации численное моделирование проводится на двумерной сетке с разрешением $N_x = N_y = 2000$ и на одномерной сетке с разрешением $N_y = 2000$. При такой величине дискретизации, размеры ячейки составляют 5×5 мкм (в одномерном случае используются прямоугольные ячейки $10 \text{ мм} \times 5 \text{ мкм}$).

Таким образом, в двумерных задачах количество элементов сетки составляет 4 млн. Каждый двумерный расчет считается примерно в 2000 раз дольше, чем соответствующий одномерный, поскольку шаги по координате и по времени совпадают, влияние на скорость расчета оказывает только количество элементов дискретизации.

Предложенный численный алгоритм для решения задачи содержит преимущественно явные схемы, поэтому без труда может выполняться в параллельном режиме. Поскольку двумерные задачи содержат существенно большее число элементов, чем одномерные, программный код для моделирования двумерных задач изначально разрабатывался для работы в параллельном режиме. В коде реализована параллельность с общей памятью (и использованием тредов). Таким образом, для выполнения расчетов двумерных задач использовался высокопроизводительный вычислительный комплекс. Каждый двумерный тест моделируется с использованием 36 процессоров, наиболее долгий эксперимент (стальной образец при $\dot{\epsilon}_0 = 10^4 \text{ с}^{-1}$) даже с использованием параллельности занимает порядка двух недель.

Целью дальнейшего исследования является определение отличий в численных решениях при моделировании одномерных задач и двумерных. Для достижения сформулированной цели было проведено исследование локализационных процессов в обедненном уране.

Уран — экстремально тяжелый металл ($\rho \approx 19 \text{ г/см}^3$), благодаря этому свойству он находит применение при изготовлении бронебойных оперенных подкалиберных снарядов. Название данного типа боеприпасов на английском частично объясняет принцип его работы: большая бронебой-

ность достигается путем увеличения массы/кинетической энергии сердечника снаряда. Из всех материалов, которые могут использоваться в военных целях на практике, высокой плотностью отличаются только уран и вольфрам.

Чистый обедненный уран имеет невысокую растяжимость порядка 8–22% и относительно низкий предел прочности на разрыв около 460–703 МПа. Прокатка и термическая обработка урана увеличивают растяжимость до 12–49% и прочность на разрыв до 572–752 МПа. Однако, для изготовления бронебойных снарядов недостаточно просто использовать тяжелые металлы ($\rho > 18 \text{ г/см}^3$), от металлов также требуется значительная прочность и высокая пластичность, чтобы сердечник снаряда не гнулся и не ломался при столкновении.

Для увеличения прочности урана с сохранением достаточной пластичности были испробованы различные методы. В частности, использовалась термообработка, техники легирования и термомеханическая обработка. Металлургические подходы к упрочнению урана включали измельчение зерна, деформационное упрочнение и дисперсионное упрочнение. Также исследовались сплавы урана с включением ниобия, титана, циркония и молибдена [35, 36]. В работе [38] было показано, что добавление других элементов в урановые сплавы, способно вдвое увеличить их прочность. В настоящее время одним из самых используемых является сплав урана с включением 0.75% титана DU-0.75Ti. Джонсон и Кук [38, 39] получили большое количество экспериментальных данных для данного сплава и предложили модель, в которой определены основные параметры сплава DU-0.75Ti. В данной работе используются следующие значения параметров сплава урана:

$$\begin{aligned} \rho_0 &= 18.6 \text{ г/м}^3, \quad C_v = 117.0 \text{ Дж/(кг}^\circ\text{C)}, \\ k &= 28.0 \text{ Вт/(м}^\circ\text{C)}, \\ \mu &= 58.0 \text{ ГПа}, \quad B = 129.0 \text{ ГПа}, \\ \sigma'_0 &= 1079 \text{ МПа}, \quad \dot{\epsilon}'_y = 1.0 \text{ с}^{-1}, \\ a &= 0.00085 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}, \quad m = 0.007, \quad T_{\text{пл}} = 1176.4^\circ\text{C}, \end{aligned}$$

величины σ_0 и $\dot{\epsilon}_y$ получаются из σ'_0 и $\dot{\epsilon}'_y$ путем масштабирования

$$\sigma_0 = \sqrt{3}\sigma'_0, \quad \dot{\epsilon}_y = \frac{2}{\sqrt{3}}\dot{\epsilon}'_y.$$

Рассмотрим процессы формирования полос адиабатического сдвига в образце из сплава урана при различных скоростях деформации. Размеры образца 10×10 мм. Всего было проведено 12 численных экспериментов: 6 одномерных расчетов и 6 двумерных. Скорость деформации в задачах составляла $\dot{\epsilon}_0 = 10^4, 2 \cdot 10^4, 4 \cdot 10^4, 6 \cdot 10^4, 8 \cdot 10^4, 10^5 \text{ с}^{-1}$. В данном разделе представлены графики

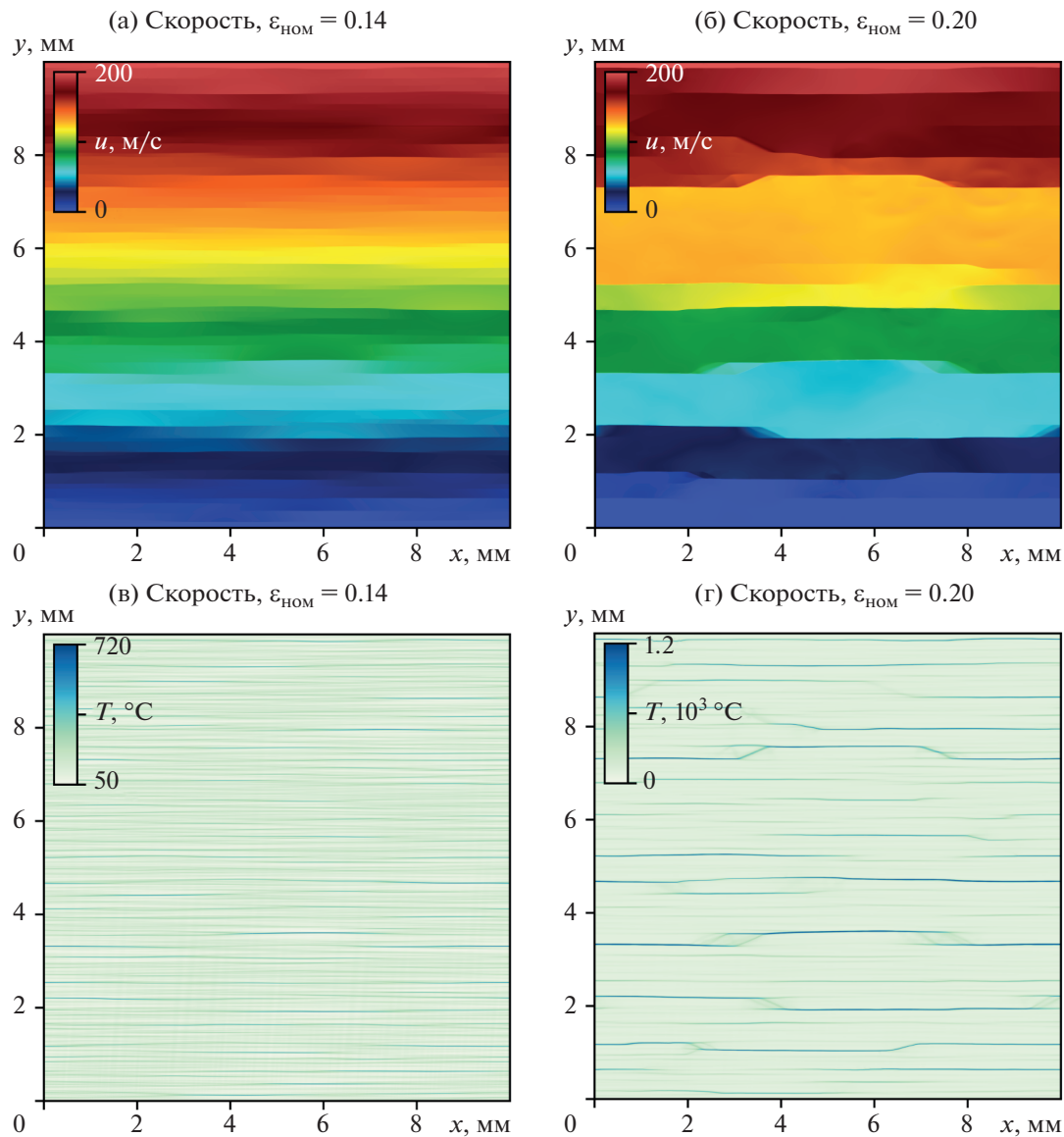


Рис. 1. Распределения компоненты скорости (u) и температуры в образце DU-0.75Ti, скорость сдвига $\dot{\epsilon}_0 = 2 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$.

распределения параметров только для скорости деформации $\dot{\epsilon}_0 = 2 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ (рис. 1).

При скорости деформации $\dot{\epsilon}_0 = 2 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ полосы сдвига начинают формироваться в момент времени около $\epsilon_{\text{ном}} = 0.14$. В данный момент на графике температуры (рис. 1в) наблюдаются полосы с температурой около 700°C (примерно 60% от температуры плавления), на графике скорости (рис. 1а) становятся видны резкие градиенты. К моменту времени $\epsilon_{\text{ном}} = 0.20$ полосы адиабатического сдвига уже хорошо выделяются. Температура в областях локализации достигает температуры плавления сплава урана (рис. 1г). Графики скоро-

сти и температуры существенно изменяются вдоль оси x (играет роль двухмерность). При этом число ПАС в каждом сечении $x = \text{const}$ может быть различно, в качестве оценки числа полос выбирается наиболее вероятное значение по всем сечениям.

На рис. 2 показаны распределения скорости и температуры в одномерных сечениях $x = 5 \text{ мм}$ образца. Данные графики позволяют точнее понять характер распределений (по сравнению с цветовыми графиками), а график температуры позволяет непосредственно посчитать число полос адиабатического сдвига в расчете (но только для одного из сечений). В качестве критерия для выделения полос выбирается величина температуры $T_{\text{п}} = 1000^\circ\text{C}$,

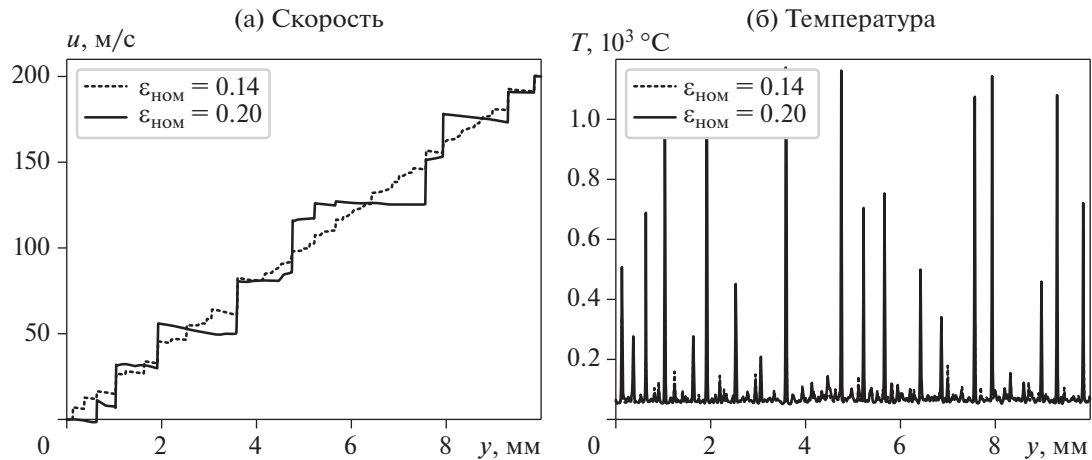


Рис. 2. Распределения компоненты скорости (u) и температуры в сечении образца из урана, скорость сдвига $\dot{\varepsilon}_0 = 2 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$.

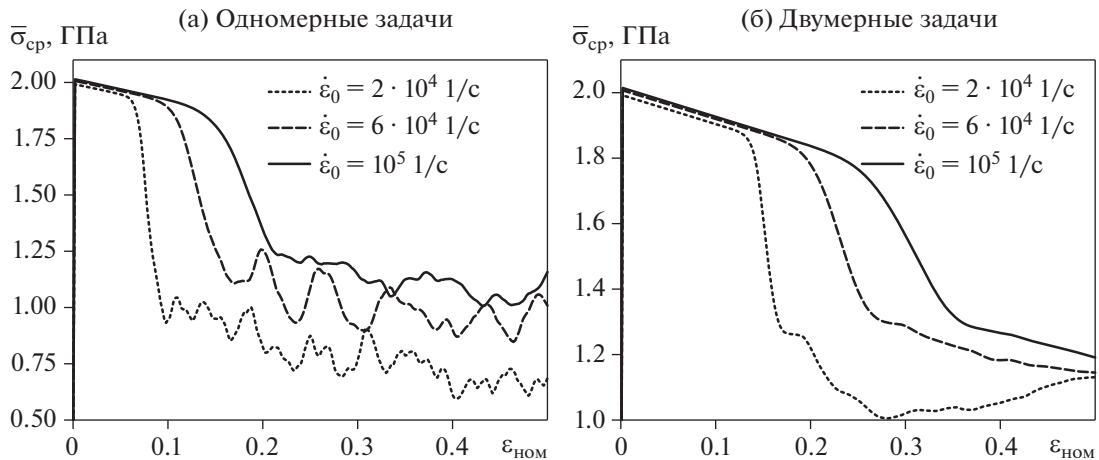


Рис. 3. Зависимость среднего напряжения от времени в образце DU-0.75Ti.

что составляет 85% от температуры плавления сплава урана DU-0.75Ti. Исходя из данного критерия, количество полос на рис. 1 можно оценить как 9. Для одномерных задач наблюдаются аналогичные распределения величин, как для сечений двумерных задач, поэтому они здесь не приводятся.

Далее рассмотрим графики среднего напряжения в образцах от времени. Данные зависимости приведены на рис. 3а для одномерных задач и рис. 3б для двумерных задач. На графиках показаны зависимости только для трех скоростей деформации $\dot{\varepsilon}_0 = 2 \cdot 10^4, 6 \cdot 10^4, 10^5 \text{ с}^{-1}$, при других скоростях деформации зависимости аналогичные. Из графиков следует, что время локализации в двумерных задачах существенно больше, также время локализации увеличивается, при увеличении скорости деформации $\dot{\varepsilon}_0$.

Также в численных экспериментах отмечается, что количество полос сдвига от времени преимущественно увеличивается, поскольку температура в областях локализации преимущественно растет. Однако, в некоторые моменты времени число ПАС может незначительно убывать, это связано с тем, что в одной или нескольких ПАС температура опускается ниже пороговой. Это может быть связано как с теплопроводностью, так и с диссипацией температуры при переносе (в двумерных задачах). При анализ полученных результатов показано, что начало образования ПАС, непосредственно связано с падением среднего напряжения в образце.

Среднее время локализации, вычислено как момент, когда среднее напряжение в образце уменьшается быстрее всего. Из полученных результатов видно, что что ε_{loc} линейно зависит от скоро-

сти сдвига. Следует заметить, что ϵ_{loc} это безразмерная величина, которая равна номинальной деформации в момент локализации. Реальное время локализации можно вычислить как $t_{\text{loc}} = \epsilon_{\text{loc}} / \dot{\epsilon}_0$, для него уже не будет верна линейная зависимость.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведено исследование процессов локализации пластической деформации в обедненном уране DU-0.75Ti при высокоскоростном нагружении. Сформулирована математическая модель влияния размерности задачи на характерные параметры, сопровождающие локализационный процесс. Показано, что размерность задачи существенно сказывается на времени начала локализационного процесса. Помимо этого, изучено влияние начальной скорости пластической деформации на динамику локализационного процесса. Показано, что номинальная деформация, требуемая для начала локализационного процесса, линейно растет с ростом величины начальной пластической деформации. Проанализированы поля температур, напряжений, скоростей и деформаций. Показано, что скорость имеет ступенчатый вид и притерпевает излом в зоне локализации. В свою очередь, температура имеет резкий скачок в зоне локализации, при $\epsilon_{\text{ном}} = 0.14$ температура достигает $T \approx 700^\circ\text{C}$.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 21-71-00102).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. Rittel D. // Mater. Lett. 2005. V. 59. P. 1845.
2. Rittel D., Wang Z.G., Merzer M. // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96 (7). P. 075502.
3. Rittel D., Osovski S. // Int. J. Fract. 2010. V. 162 (1–2). P. 177.
4. Shockey D.A. et al. // Int. J. Impact Eng. 1990. V. 9 (3). P. 263.
5. Shockey D. et al. // Exp. Mech. 2007. V. 47 (6). P. 723.
6. Wright T.W. The Physics and Mathematics of Adiabatic. 2002. Cambridge: Cambridge University Press.
7. Timothy S. // Acta Metall. 1987. V. 35 (2). P. 301.
8. Moss G.L. Shock Waves and High-Strain-Rate Phenomena in Metals. 1981. Berlin: Springer.
9. Schneider J.A., Nunes A.C. // Nunes, Metall. Mater. Trans. B. 2004. V. 35 (4). P. 777.
10. Hammerschmidt M., Kreye H. Shock Waves and High-Strain-Rate Phenomena in Metals. 1981. US: Springer.
11. Seidel T.U., Reynolds A.P. // Metall. Mater. Trans. A. 2001. V. 32. P. 2879.
12. Marchand A., Duffy J. // J. Mech. Solids. 1988. V. 36. P. 251.
13. Duffy J., Campbell J.D., Hawley R.H. // J. Appl. Mech. 1971. V. 38. P. 83.
14. Ramesh K., Narasimhan S. // Int. J. Solids Struct. 1996. V. 33 (25). P. 3723.
15. Ranc N. et al. // Mech. Mater. 2008. V. 40 (4). P. 255.
16. Nesterenko V.F., Meyers M.A., Wright T.W. // Acta Mater. 1998. V. 46. P. 327.
17. Xue Q., Meyers M.A., Nesterenko V.F. // Acta Mater. 2002. V. 50 (3). P. 575.
18. Zhou F., Wright T.W., Ramesh K.T. // J. Mech. Phys. Solids 2006. V. 54. P. 1376.
19. Kudryashov N.A., Ryabov P.N., Zakharchenko A.S. // J. Mech. Phys. Solids. 2015. V. 76. P. 180.
20. Wright T.W., Ockendon H. // Int. J. Plast. 1996. V. 12. P. 927.
21. Wright T.W., Walter J.W. // J. Mech. Phys. Solids. 1987. V. 35 (6). P. 701.
22. Molinari A., Clifton R. // J. Appl. Mech. 1987. V. 54. P. 806.
23. Xie J.Q., Bayoumi A.E., Zbib H.M. // J. Mater. Eng. Perform. 1995. V. 4 (1). P. 32.
24. Grady D.E. // J. Mech. Phys. Solids. 1992. V. 40 (6). P. 1197.
25. Grady D.E., Kipp M.E. // J. Mech. Phys. Solids. 1987. V. 35. P. 95.
26. Grady D.E. // J. Phys. IV. 1991. V. 1 (C3). P. 3.
27. Kudryashov N.A., Muratov R.V., Ryabov P.N. // Appl. Math. Comput. 2018. V. 338. P. 164.
28. Dobrev V.A., Kolev T.V., Rieben R.N. // J. Comput. Phys. 2014. V. 257. P. 1062.
29. Tillotson J.H. General Atomic Report. GA-3216. 1962. San Diego: General Atomic.
30. Brundage A. L. // Proc. Eng. 2013. V. 58. P. 461.
31. Stewart S. et al. // Proc. AIP Conf. 2020. V. 2272. P. 080003.
32. Walter J.W. // Int. J. Plast. 1992. V. 8. P. 657.
33. Zhou F., Wright T.W., Ramesh K.T. // J. Mech. Phys. Solids. 2006. V. 54. P. 904.
34. Batra R.C., Liu D. // J. Appl. Mech. 1989. V. 56. P. 527.
35. Meyer M. et al. // J. Nucl. Mater. 2002. V. 304 (2–3). P. 221.
36. Parida S. et al. // Phys. Chem. Solids. 2001. V. 62 (3). P. 585.
37. Eckelmeyer K.H. Diffusional Transformations, Strengthening Mechanisms and Mechanical Properties of Uranium Alloys: Technical Report. 1982. United States: SNL.
38. Johnson G.R., Hoegfeldt J.M. // J. Eng. Mater. Technol. 1983. V. 105. P. 42.
39. Johnson G.R., Hoegfeldt J.M. // J. Eng. Mater. Technol. 1983. V. 105. P. 48.

On Features of Formation of Localized Shear Bands in Depleted Uranium

R. V. Muratov¹, P. N. Ryabov^{1, *}, and N. A. Kudryashov¹

¹*National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia*

**e-mail: pnryabov@mephi.ru*

Received May 14, 2023; revised May 18, 2023; accepted May 22, 2023

Abstract—The processes of plastic shear localization in DU-0.75Ti alloy samples subjected to high-speed shear are considered. A mathematical model describing this process in the 1D and 2D cases is formulated. A numerical algorithm for the mathematical modeling of the processes under consideration is proposed. A series of computational experiments on high-speed loading of DU samples is carried out. The localization process dynamics depending on the initial rate of plastic shear is investigated. The values of the temperature, velocity, stress, and shear fields are obtained. The influence of the problem dimension on some of the most important characteristics of the localization process is investigated.

Keywords: adiabatic shear band, shear localization, plasticity, material failure, modeling, finite volume method