

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛАЗМЫ, ПУЧКОВ ЧАСТИЦ И ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ

УДК 539.12.01

### ЗАТУХАНИЕ ФОТОНА В СИЛЬНО ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

© 2022 г. А. А. Ярков<sup>a, b, \*</sup>, Д. А. Румянцев<sup>a</sup>, М. В. Чистяков<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Ярославль, 150000 Россия

<sup>b</sup>Ярославское высшее военное училище противовоздушной обороны МО РФ, Ярославль, 150001 Россия

\*E-mail: bogolubov@vniia.ru

Поступила в редакцию 30.12.2021 г.

После доработки 30.12.2021 г.

Принята к публикации 12.01.2022 г.

Исследован процесс распространения электромагнитной волны в сильно замагниченной (магнитные поля, превышающие  $4.41 \cdot 10^{13}$  Гс), зарядово-симметричной плазме. Учитывая изменение дисперсионных свойств фотона в магнитном поле и плазме установлено, что аналогично случаю чистого магнитного поля, процесс затухания фотона в замагниченной плазме имеет неэкспоненциальный характер. Показано, что эффективная ширина поглощения фотона существенно меньше по сравнению с известными в литературе результатами.

*Ключевые слова:* сильное магнитное поле, плазма, расщепление фотона

DOI: 10.56304/S2079562922030575

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

При рассмотрении ряда явлений в различных астрофизических объектах возникает проблема описания распространения электромагнитных полей в активной среде. При этом особый интерес представляют объекты с полями масштаба так называемого критического значения  $B_e = m^2/e \approx 4.41 \cdot 10^{13}$  Гс (используется естественная система единиц, где  $c = \hbar = k_B = 1$ ,  $m$  – масса электрона,  $e > 0$  – элементарный заряд). Недавние наблюдения позволяют, в частности, отождествить некоторые астрофизические объекты, такие как источники мягких повторяющихся гамма-всплесков (SGR) и аномальные рентгеновские пульсары (AXP), с магнитарами [1].

Согласно наиболее известной в настоящее время модели (см., например, [2]) в окрестности таких объектов возможно существование сильного магнитного поля, достигающего величины  $10^{15} - 10^{16}$  Гс. Кроме того, анализ спектра излучения некоторых из этих объектов указывает на присутствие в их окрестности относительно горячей и плотной электрон-позитронной плазмы [3] с температурой  $T \sim 1$  МэВ.

Именно в таких условиях представляет интерес рассмотреть процесс затухания<sup>1</sup> фотона за счет реакций поглощения фотона электроном (позитро-

ном),  $\gamma e^\pm \rightarrow e^\pm$ , и рождения  $e^+e^-$  – пар,  $\gamma \rightarrow e^+e^-$ , которые кинематически запрещены в вакууме, но становятся возможными в присутствии внешнего магнитного поля и/или плазмы и являются важными в астрофизике замагниченных нейтронных звезд [4, 5]. Следует отметить, что выражение для ширины распада в пределе сильно замагниченной плазмы содержит особенности корневого типа в точках циклотронных резонансов. Как подчеркивается в [6], этот факт указывает на невозможность интерпретации заданной ширины распада, рассчитанной по теории возмущений вблизи циклотронных резонансов, как коэффициента затухания. В этом случае основным для определения коэффициента затухания является зависимость волновой функции фотона от времени в присутствии магнитного поля и плазмы. Для определения такой зависимости в работе [6] в качестве метода предлагалось решать уравнение дисперсии с учетом поляризации вакуума в магнитном поле и плазме с комплексными значениями энергии фотона. Данный метод, однако, имеет на наш взгляд ряд недостатков. Во-первых, хорошо известно (хотя и редко упоминается), что решений уравнения дисперсии с комплексными энергиями на физическом листе не существует. Решения находятся на нефизических римановых листах (область аналитичности поляризационного оператора), число которых, вообще говоря, бесконечно. Это в свою очередь ведет к бесконечному числу решений уравнения дисперсии как с

<sup>1</sup> Здесь и далее термин “затухание” имеет тот же смысл, что и поглощение или распад фотона.

положительными, так и с отрицательными значениями мнимой части энергии. Во-вторых, в таком подходе не удастся корректно описать характер затухания вблизи циклотронных резонансов, который в этом случае существенно отличается от экспоненциального. Тем самым, способ описания затухающих электромагнитных волн в замагниченной плазме путем решения уравнения дисперсии не является самодостаточным.

В данной работе рассматривается распад фотона как результат процессов  $\gamma e^\pm \rightarrow e^\pm$  и  $\gamma \rightarrow e^+ e^-$  в сильно замагниченной плазме,  $eB \gg T^2$  при температуре  $T \sim 1$  МэВ и химическом потенциале  $\mu = 0$ . Мы используем метод, применяемый в теории поля при конечных температурах и в физике плазмы [7]. Он состоит в нахождении запаздывающего решения уравнения электромагнитного поля при наличии внешнего источника с учетом поляризации вакуума в замагниченной плазме.

## 2. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ФОТОНА В ЗАМАГНИЧЕННОЙ СРЕДЕ

Для описания эволюции электромагнитной волны  $\mathcal{A}_\alpha(x)$ ,  $x_\mu = (t, \mathbf{x})$ , во времени воспользуемся методикой, подробно изложенной в [8]. Рассмотрим линейный отклик системы ( $\mathcal{A}_\alpha(x)$  и поляризованный в магнитном поле вакуум) на внешний источник, который адиабатически включается при  $t = -\infty$  и в момент времени  $t = 0$  выключается. При  $t > 0$  электромагнитная волна будет эволюционировать самостоятельно. Таким образом источник необходим для создания начального состояния. Для этого функцию источника следует выбрать в виде:

$$\mathcal{T}_\alpha(x) = j_\alpha e^{ikx} e^{\varepsilon t} \theta(-t), \quad \varepsilon \rightarrow 0^+. \quad (1)$$

Здесь  $j_\alpha = (0, \mathbf{j})$ ,  $\mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = 0$  – закон сохранения тока. Также, для простоты, рассмотрим эволюцию монохроматической волны.

Зависимость  $\mathcal{A}_\alpha(x)$  от времени определяется уравнением

$$(g_{\alpha\beta} \partial_\mu^2 - \partial_\alpha \partial_\beta) \mathcal{A}_\beta(x) + \int d^4 x' \mathcal{P}_{\alpha\beta}(x-x') \mathcal{A}_\beta(x') = \mathcal{T}_\alpha(x), \quad (2)$$

где  $\mathcal{P}_{\alpha\beta}(x-x')$  – поляризационный оператор фотона в магнитном поле и плазме,  $q^\mu = (q_0, \mathbf{k})$  – 4-вектор импульса фотона.

В замагниченной плазме, в общем случае, фотон будет обладать эллиптической поляризацией и иметь три поляризационных состояния. Однако

в пределе  $B \gtrsim B_e$  и зарядово-симметричной плазмы ( $\mu = 0$ ) векторы поляризации будут такими же, как и в чистом магнитном поле с точностью до  $O(1/eB)$  и  $O(\alpha^2)$  [9]:

$$\varepsilon_\alpha^{(1)}(q) = \frac{(q\varphi)_\alpha}{\sqrt{q_\perp^2}}, \quad \varepsilon_\alpha^{(2)}(q) = \frac{(q\tilde{\varphi})_\alpha}{\sqrt{q_\parallel^2}}. \quad (3)$$

Здесь и далее четырехмерные векторы с индексами  $\perp$  и  $\parallel$  относятся соответственно к подпространствам Евклида  $\{1, 2\}$  и Минковского  $\{0, 3\}$  соответственно в системе отсчета, где магнитное поле направлено вдоль третьей оси;  $(ab)_\perp = (a\varphi\varphi b) = a_\alpha \varphi_\alpha^\rho \varphi_{\rho\beta} b_\beta$ ,  $(ab)_\parallel = (a\tilde{\varphi}\tilde{\varphi} b) = a_\alpha \tilde{\varphi}_\alpha^\rho \tilde{\varphi}_{\rho\beta} b_\beta$ .  $\varphi_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}/B$  и  $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \varphi_{\mu\nu}$  – безразмерный тензор электромагнитного поля и дуальный тензор соответственно.

Решение уравнения (2) для фотонов мод  $\lambda = 1, 2$  можно представить в виде:

$$\mathcal{A}_\alpha^\lambda(x) = V_\alpha^{(\lambda)}(0, \mathbf{x}) \text{Re} F^{(\lambda)}(t), \quad (4)$$

где

$$V_\alpha^{(\lambda)}(0, \mathbf{x}) = 2e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} \varepsilon_\alpha^{(\lambda)}(\varepsilon^{(\lambda)} \mathbf{j}). \quad (5)$$

Функция  $F^{(\lambda)}(t)$  может быть представлена в форме двух слагаемых

$$F^{(\lambda)}(t) = F_{\text{pole}}^{(\lambda)}(t) + F_{\text{cut}}^{(\lambda)}(t), \quad (6)$$

первое из которых определяется вычетом в точке  $q_0 = \omega$ , являющейся решением уравнения дисперсии,  $q^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q) = 0$ , в кинематической области, где собственное значение поляризационного оператора фотона,  $\mathcal{P}^{(\lambda)}(q)$ , вещественно. Второе слагаемое определяет зависимость электромагнитного поля от времени в области между циклотронными резонансами и имеет вид фурье-интеграла:

$$F_{\text{cut}}^{(\lambda)}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq_0}{2\pi} F_{\text{cut}}^{(\lambda)}(q_0) e^{-iq_0 t}, \quad (7)$$

$$F_{\text{cut}}^{(\lambda)}(q_0) = \frac{2\theta(q_0 - 2m)I^{(\lambda)}}{q_0([q_0^2 - \mathbf{k}^2 - R^{(\lambda)}]^2 + [I^{(\lambda)}]^2)}, \quad (8)$$

где  $R^{(\lambda)} \equiv \text{Re} \mathcal{P}^{(\lambda)}(q_0)$  – реальная,  $I^{(\lambda)} \equiv -\text{Im} \mathcal{P}^{(\lambda)}(q_0 + i\varepsilon)$  – мнимая части поляризационного оператора фотона в замагниченной плазме. Мнимая

часть может быть получена из коэффициента поглощения фотона

$$W_{\text{abs}}^{(\lambda)} = W_{\gamma^{(\lambda)} \rightarrow e^+ e^-} + W_{\gamma^{(\lambda)} e^{\pm} \rightarrow e^{\pm}}. \quad (9)$$

С учетом процессов излучения фотонов, (9) может быть представлена в следующей форме (см., например, [6, 10, 11]):

$$\text{Im} \mathcal{P}^{(\lambda)} = -2q_0 [1 - \exp(-q_0/T)] W_{\text{abs}}^{(\lambda)}. \quad (10)$$

Выражения для  $W_{\gamma^{(\lambda)} e^{\pm} \rightarrow e^{\pm}}$  для  $\lambda = 1, 2$  могут быть получены из работы [8] и представлены в следующей форме

$$\begin{aligned} & W_{\gamma^{(1)} e^{\pm} \rightarrow e^{\pm}} = \\ & = \frac{\alpha e B}{2q_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{n=n_0}^{\infty} \sum_{\epsilon=\pm 1} \frac{f_{E_{\ell}^{\epsilon}} (1 - f_{E_{\ell}^{\epsilon} + q_0})}{\sqrt{(M_n^2 - M_{\ell}^2 - q_{\parallel}^2)^2 - 4q_{\parallel}^2 M_{\ell}^2}} \times \\ & \times \left\{ [2eB(n + \ell) - q_{\parallel}^2] (I_{n, \ell-1}^2 + I_{n-1, \ell}^2) - \right. \\ & \left. - 8eB\sqrt{\ell n} I_{n, \ell-1} I_{n-1, \ell} \right\}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & W_{\gamma^{(2)} e^{\pm} \rightarrow e^{\pm}} = \\ & = \frac{\alpha e B}{2q_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{n=n_0}^{\infty} \sum_{\epsilon=\pm 1} \frac{f_{E_{\ell}^{\epsilon}} (1 - f_{E_{\ell}^{\epsilon} + q_0})}{\sqrt{(M_n^2 - M_{\ell}^2 - q_{\parallel}^2)^2 - 4q_{\parallel}^2 M_{\ell}^2}} \times \\ & \times \left\{ \left[ \frac{(2eB(n - \ell))^2}{q_{\parallel}^2} - 2eB(n + \ell) - 4m^2 \right] \times, \right. \\ & \left. \times (I_{n, \ell}^2 + I_{n-1, \ell-1}^2) - 8eB\sqrt{\ell n} I_{n, \ell} I_{n-1, \ell-1} \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} E_{\ell}^{\epsilon} &= \frac{1}{2q_{\parallel}^2} \left[ q_0 (M_n^2 - M_{\ell}^2 - q_{\parallel}^2) + \right. \\ & \left. + \epsilon k_z \sqrt{(M_n^2 - M_{\ell}^2 - q_{\parallel}^2)^2 - 4q_{\parallel}^2 M_{\ell}^2} \right], \end{aligned}$$

где  $M_{\ell} = \sqrt{m^2 + 2eB\ell}$ ,  $f_{E_{\ell}^{\epsilon}} = \{\exp[E_{\ell}/T] + 1\}^{-1}$ ,  $I_{n, \ell} \equiv I_{n, \ell}(q_{\perp}^2/(2eB))$ ,

$$\begin{aligned} I_{n, \ell}(x) &= \frac{\sqrt{\ell!}}{\sqrt{n!}} e^{-x/2} x^{(n-\ell)/2} L_{\ell}^{n-\ell}(x), \\ I_{\ell, n}(x) &= (-1)^{n-\ell} I_{n, \ell}(x), \quad n \geq \ell, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $L_n^k(x)$  – обобщенные полиномы Лагерра,

$$n_0 = \ell + \left\lfloor \frac{q_{\parallel}^2 + 2M_{\ell} \sqrt{q_{\parallel}^2}}{2eB} \right\rfloor, \quad (14)$$

[x] – целая часть от x.

Значения  $W_{\gamma^{(\lambda)} \rightarrow e^+ e^-}$  могут быть получены из (11) и (12) с использованием перекрестной симметрии.

Реальная часть поляризационного оператора может быть восстановлена по его мнимой части с помощью дисперсионного соотношения с одним вычитанием:

$$\mathcal{P}^{(\lambda)}(t) = \int_0^{\infty} \frac{\text{Im}(\mathcal{P}^{(\lambda)}(t')) dt'}{t' - t - i0} - \mathcal{P}^{(\lambda)}(0), \quad t = q_0^2. \quad (15)$$

Выражения (7)–(9) с учетом (15) решают задачу о нахождении временной зависимости волновой функции фотона в присутствии сильно замагниченной плазмы.

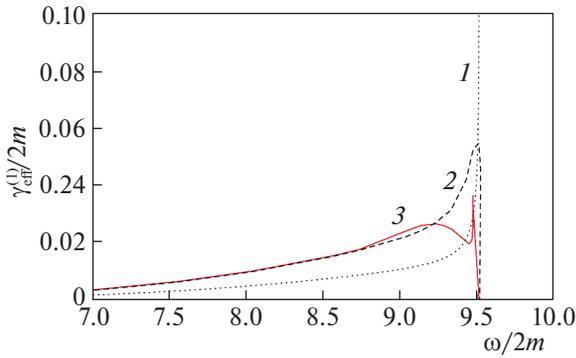
Строго говоря, вследствие порогового поведения фурье-образа  $F_{\text{cut}}(q_0)$  характер временного затухания функции  $F_{\text{cut}}(t)$ , а значит и волновой функции  $\mathcal{A}_{\mu}^{(\lambda)}(t)$ , отличается от экспоненциального. Однако, на протяжении некоторого характерного отрезка времени ( $\sim [W_{\text{abs}}^{(\lambda)}]^{-1}$ ), зависимость волновой функции можно приближенно описать как экспоненциально затухающие гармонические колебания

$$\mathcal{A}_{\mu}^{(\lambda)}(t) \sim e^{-\gamma_{\text{eff}}^{(\lambda)} t/2} \cos(\omega t + \phi_0). \quad (16)$$

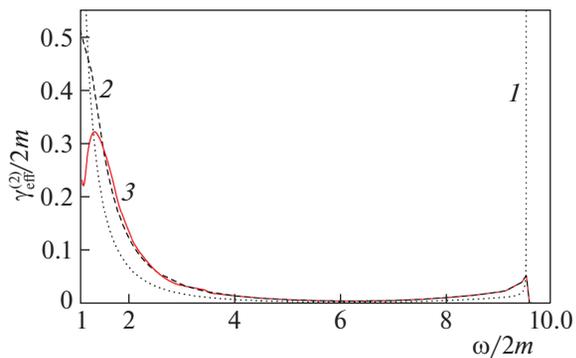
Здесь  $\omega$  и  $\gamma_{\text{eff}}^{(\lambda)}$  – эффективная частота и коэффициент поглощения фотона моды  $\lambda$  соответственно, которые должны быть найдены с использованием (7)–(9) для каждого значения импульса  $\mathbf{k}$ , что определяет эффективный закон дисперсии фотона в области его неустойчивости.

### 3. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

Важную роль в астрофизических приложениях играет величина  $\gamma_{\text{eff}}$  определяющая интенсивность поглощения  $\gamma$ -квантов в магнитном поле за счет процессов  $\gamma \rightarrow e^+ e^-$  и  $\gamma e^{\pm} \rightarrow e^{\pm}$ . Обычно в астрофизике используют выражение для коэффициента поглощения содержащее корневые сингулярности (см. например [5, 12]). Как отмечалось в работе [6], это приводит к завышению интенсивности рождения  $e^+ e^-$ -пар. Наш анализ показывает, что вычисление коэффициента поглощения (ширины распада) с использованием комплексного решения на втором римановом листе [6] также приводит к существенно завышенному результату в окрестности циклотронных резонансов  $\omega = 2m$  и  $\omega = \sqrt{m^2 + 2eB} - m$ , как это видно на рис. 1 и 2. Наш анализ показывает, (см. рис. 1 и 2) что вычисление коэффициента поглощения с учетом неэкспоненциального характера затухания приводит к конечному выражению для коэффициента



**Рис. 1.** Зависимость ширины распада фотона моды 1 от частоты в припороговых областях при  $B = 200B_e$ ,  $T = 1$  МэВ и  $\mu = 0$ . Линия 1 – коэффициент поглощения фотона  $W_{\text{abs}}^{(1)}$ , вычисленный в древесном приближении и содержащий корневые особенности; линия 2 – ширина распада, полученная из комплексного решения дисперсионного уравнения на втором римановом листе [6]; линия 3 соответствует затуханию ширины  $\gamma_{\text{eff}}^{(1)}$ , вычисленному на основе приближения (16).



**Рис. 2.** Зависимость ширины распада фотона моды 2 от частоты в припороговых областях для тех же параметров и обозначений, что и на рис. 1.

поглощения фотона в окрестности резонансов  $\omega = 2m$  и  $\omega = \sqrt{m^2 + 2eB} - m$ .

Как видно из рис. 1 и формулы(11) в сильно замагниченной плазме ( $B = 200B_e$ ), фотон моды 1 будет затухать в области  $0 \leq \omega/2m \leq (1/2) \times (\sqrt{1 + 2B/B_e} - 1) \simeq 9.5$  и особенно вблизи ее верхней границы, что кинематически соответствует процессу поглощения фотона электроном, находящимся на нулевом уровне Ландау с рождением электрона на первом уровне Ландау,  $\gamma e_0 \rightarrow e_1$ . В области  $\omega/2m \geq (1/2)(\sqrt{1 + 2B/B_e} - 1)$  фотон моды 1 будет оставаться квазистабильным (в наших условиях заселенность уровней Ландау с  $n > 1$  мала).

Из рис. 2 и формулы (12) следует, что фотон моды 2 в областях  $0 \leq \omega/2m < 1$  и  $\omega/2m \geq (1/2) \times (\sqrt{1 + 2B/B_e} - 1)$  будет квазистабильным, тогда как в области  $1 \leq \omega/2m \leq 9.5$  и особенно вблизи ее границ будет эффективно затухать, что кинематически соответствует процессу рождения  $e^+e^-$  пары на основном уровне Ландау и реакции поглощения  $\gamma e_0 \rightarrow e_1$ .

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследован процесс распространения электромагнитной волны в сильно замагниченной, зарядово-симметричной плазме. Учитывая изменение дисперсионных свойств фотона в магнитном поле и плазме установлено, что аналогично случаю чистого магнитного поля, процесс затухания фотона в замагниченной плазме имеет неэкспоненциальный характер.

Показано, что полученные значения для коэффициента поглощения фотона существенно модифицируются в окрестности резонансов  $\omega = 2m$  и  $\omega = \sqrt{m^2 + 2eB} - m$  по сравнению с известными в литературе результатами.

#### 5. БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-32-90068 и в рамках проекта “Комплексные исследования сложных физических систем” № АААА-А16-116070610023-3.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. *Olausen S.A., Kaspi V.M.* // *Astrophys. J. Suppl.* 2014. V. 212 (1). P. 6.
2. *Thompson C., Lyutikov M., Kulkarni S.R.* // *Astrophys. J.* 2002. V. 574 (1). P. 332–355.
3. *Duncan R.C., Thompson C.* // *Astrophys. J.* 1992. V. 392 (1). P. L9–L13.
4. *Kostenko A., Thompson C.* // *Astrophys. J.* 2018. V. 869 (1). P. 44.
5. *Philippov A., Timokhin A., Spitkovsky A.* // *Phys. Rev. Lett.* 2020. V. 124 (24). P. 245101.
6. *Shabad A. E.* // *Tr. Fiz. Inst. Akad. Nauk SSSR.* 1988. V. 192. P. 5–152 (in Russian).
7. *Boyanovsky D., de Vega H., Lee D. et al.* // *Phys. Rev. D.* 1999. V. 59. P. 105001.
8. *Mikheev N.V., Chistyakov N.V.* // *JETP Lett.* 2001. V. 73. P. 642.
9. *Chistyakov M.V., Rumyantsev D.A.* // *Int. J. Mod. Phys. A.* 2009. V. 24. P. 3995–4008.
10. *Rumyantsev D.A., Shlenev D., Yarkov A.* // *J. Exp. Theor. Phys.* 2017. V. 125. P. 410–419.
11. *Weldon H.A.* // *Phys. Rev. D.* 1983. V. 28. P. 2007–2037.
12. *Harding A.C., Baring M.G., Gonthier P.L.* // *Astrophys. J.* 1997. V. 476. P. 246.

## Photon Damping in a Strongly Magnetized Plasma

A. A. Yarkov<sup>1, 2, \*</sup>, D. A. Rumuyantsev<sup>1</sup>, and M. V. Chistyakov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl, 150000 Russia

<sup>2</sup>Yaroslavl Higher Military School of Air Defense, Yaroslavl, 150001 Russia

\*e-mail: bogolubov@vniia.ru

Received December 30, 2021; revised December 30, 2021; accepted January 12, 2022

**Abstract**—The process of propagation of an electromagnetic wave in a strongly magnetized (magnetic fields, exceeding  $4.41 \cdot 10^{13}$  G), charge-symmetric plasma is investigated. Taking into account the change in the dispersion properties of a photon in a magnetic field and plasma, it was found that, as well as the case of a pure magnetic field, the process of photon damping in a magnetized plasma has a nonexponential character. It is shown that the effective absorption width of a photon is significantly smaller in comparison with the results known in the literature.

*Keywords:* strong magnetic field, plasma, photon splitting