

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛАЗМЫ, ПУЧКОВ ЧАСТИЦ И ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ

УДК 539.1.074.3

ОТКРЫТИЕ СУБПУАССОНОВСКОЙ СТАТИСТИКИ СВЕТОВЫХ ФОТОНОВ В СЦИНТИЛЛЯТОРАХ, КОТОРОЕ НЕ СОСТОЯЛОСЬ

© 2022 г. В. В. Самедов*

Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, 115409 Россия

*E-mail: v-samedov@yandex.ru

Поступила в редакцию 20.08.2021 г.

После доработки 20.08.2021 г.

Принята к публикации 20.08.2021 г.

В работе “Антикорреляции фотоэлектронов и субпуассоновская статистика в сцинтилляционных детекторах”, А. Бусселхэм с соавторами, при рассмотрении регистрации рентгеновского излучения сцинтилляционным детектором, ввели два фактора Фано — фактор Фано для сцинтилляционных фотонов и фактор Фано для фотоэлектронов. Они заявили, что их экспериментальные данные дают прямые доказательства субпуассоновской статистики для световых фотонов в сцинтилляторах. Точное математическое описание процессов при регистрации рентгеновских лучей сцинтилляционным детектором позволяет получить правильные формулы для среднего значения, дисперсии амплитуды на выходе фотодетекторов и формулы для ковариации между сигналами фотодетекторов. Из анализа этих формул следует, что сцинтилляционный детектор должен характеризоваться только одним фактором Фано, определяющим флуктуации процесса образования электронно-дырочных пар в сцинтилляторе. Так как фактор Фано для электронно-дырочных пар в сцинтилляторах имеет значение порядка 0.1, то это объясняет полученные в статье результаты. Таким образом, открытие субпуассоновской статистики для световых фотонов в сцинтилляторах не состоялось.

Ключевые слова: сцинтилляционный детектор, фотодетектор, энергетическое разрешение, светосбор, фактор Фано, ковариации сигналов, статистика фотоотсчетов, субпуассоновская статистика

DOI: 10.56304/S2079562922010365

1. ВВЕДЕНИЕ

В своей статье “Антикорреляции фотоэлектронов и субпуассоновская статистика в сцинтилляционных детекторах” [1], авторы утверждали, что они предложили новый экспериментальный подход к изучению статистики сцинтилляционных фотонов и статистики фотоэлектронов путем наблюдения корреляции между сигналами двух фотодетекторов. Они заявили, что их экспериментальные данные дают прямые доказательства субпуассоновской статистики для световых фотонов в сцинтилляторах.

В своей математической модели авторы считали, что зарегистрированный детектором рентгеновский квант с энергией E образует в сцинтилляционном кристалле случайное число световых фотонов N , которые, в свою очередь, производят случайное число фотоэлектронов n в фотодетекторе. Авторы ввели два фактора Фано — фактор Фано для сцинтилляционных фотонов

$$F_N = \sigma_N^2 / \langle N \rangle, \quad (1)$$

и фактор Фано для фотоэлектронов

$$F_n = \sigma_n^2 / \langle n \rangle, \quad (2)$$

где $\langle N \rangle$ и σ_N^2 — среднее число и дисперсия числа сцинтилляционных фотонов, генерируемых рентгеновским квантом; $\langle n \rangle$ и σ_n^2 — среднее число и дисперсия числа фотоэлектронов, образуемых сцинтилляционными фотонами в фотодетекторе. В своей работе авторы приводят соотношение между средним числом фотоэлектронов и сцинтилляционных фотонов

$$\langle n \rangle = \langle N \rangle \eta, \quad (3)$$

где η — вероятность превращения фотона в фотоэлектрон в фотодетекторе; соотношение между факторами Фано

$$F_n = 1 + \eta(F_N - 1); \quad (4)$$

и матрицу ковариации для числа фотоэлектронов на фотокатодах двух фотоумножителей

$$K_{ij}^{(n)} = \langle N \rangle \begin{bmatrix} \eta_1 + \eta_1^2(F_N - 1) & \eta_1\eta_2(F_N - 1) \\ \eta_1\eta_2(F_N - 1) & \eta_2 + \eta_2^2(F_N - 1) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

С учетом среднего значения $\langle G_j \rangle$ и относительной дисперсии $\alpha_j = \text{var}(G_j) / \langle G_j \rangle^2$ коэффициента умножения фотоумножителя, и связи сигналов фотоумножителей со средним числом световых фотонов $\langle s_j \rangle = \eta_j \langle G_j \rangle \langle N \rangle$, авторы приводят формулы для элементов матрицы ковариации для сигналов двух фотоумножителей

$$K_{ij}^{(s)} = \frac{\langle s_j \rangle^2}{\eta_j \langle N \rangle} [1 + \alpha + \eta(F_N - 1)], \quad (6)$$

$$K_{ij}^{(s)} = \frac{\langle s_i \rangle \langle s_j \rangle}{\langle N \rangle} (F_N - 1). \quad (7)$$

В результате они приводят выражение для коэффициента корреляции сигналов фотоумножителей для симметричного случая, когда $\eta_1 = \eta_2 = \eta$

$$r_{12} = \frac{K_{12}^{(s)}}{\sqrt{K_{11}^{(s)} K_{22}^{(s)}}} = \frac{\eta(F_N - 1)}{1 + \alpha + \eta(F_N - 1)}, \quad (8)$$

и связь фактора Фано для световых фотонов с коэффициентом корреляции сигналов фотоумножителей

$$\hat{F}_N = 1 + \frac{\hat{r}_{12}}{1 - \hat{r}_{12}} \frac{1 + \alpha}{\eta}, \quad (9)$$

где знак каре над символом означает статистическую оценку соответствующей величины.

Из своих экспериментальных данных, в работе [1], авторы получили для фактора Фано для световых фотонов в сцинтилляторе LaBr₃:Ce значение $F_N = 0.10 \pm 0.16$ с фотоумножителями Hamamatsu R6233-100 и значение $F_N = 0.09 \pm 0.20$ с фотоумножителями Hamamatsu R7600U-200. Полученные результаты для фактора Фано для световых фотонов авторы подтвердили в своей следующей статье [2]. Это дало им основание объявить об открытии субпуассоновской статистики для световых фотонов в сцинтилляторах. Не останавливаясь на погрешностях их экспериментальных данных, на которые я обратил их внимание в работе [3], я объяснил ошибочное введение фактора Фано для световых фотонов в работе [4].

Являются ли экспериментальные результаты [1, 2] доказательством открытия субпуассоновской статистики для световых фотонов в сцинтилляторах? Ни в коем случае! Это ошибочное утверждение связано с тем, что их модель не включает промежуточные этапы, которые происходят в сцинтилляторе при регистрации рентгеновских лучей, т. е. преобразование энергии рентгеновского кванта в энергию вторичных заряженных частиц, генерацию электронно-дырочных пар, возбуждение люминесцентных центров, излучение световых фотонов и сбор световых фотонов на фотокатодах фотодетекторов. Результаты работ [1, 2] яв-

ляются несомненным доказательством неприменимости описания статистики фотонов фактором Фано для световых фотонов в сцинтилляторе. Причина этого несоответствия заключается в принципиальном различии регистрации световых фотонов в квантовой оптике и регистрации рентгеновских лучей сцинтилляционным детектором в радиационной физике.

2. СВЯЗЬ МЕЖДУ СТАТИСТИКАМИ ФОТОНОВ И ФОТОЭЛЕКТРОНОВ В КВАНТОВОЙ ОПТИКЕ

Действительно, в квантовой оптике статистика фотонов характеризуется параметром Манделя [5]

$$Q = (\langle (\Delta N)^2 \rangle - \langle N \rangle) / \langle N \rangle, \quad (10)$$

где $\langle N \rangle$ и $\langle (\Delta N)^2 \rangle$ – среднее значение и дисперсия числа фотонов в световом импульсе. Относительная дисперсия числа фотонов в световом импульсе определяется выражением

$$\eta_N^2 = \sigma_N^2 / \langle N \rangle^2 = (Q + 1) / \langle N \rangle = F_N / \langle N \rangle, \quad (11)$$

где $F_N = Q + 1$ – фактор Фано, также используемый параметр для характеристики статистики световых фотонов в квантовой оптике.

В квантовой оптике существуют три возможных статистики фотонов в световом импульсе. Если $Q = 0$, то есть $F_N = 1$, то статистика фотонов пуассоновская. Источник света со стабильной интенсивностью подчиняется статистике Пуассона, например, идеально когерентный лазерный свет. Если $Q > 0$, то есть $F_N > 1$, статистика фотонов суперпуассоновская. Любой классический источник света, или более точно, любой источник с хаотически изменяющейся интенсивностью света подчиняется суперпуассоновской статистике. Если $Q < 0$, то есть $0 < F_N < 1$, статистика фотонов субпуассоновская, то есть источник света является неклассическим, например, так называемый квантовый источник сжатого света. Следует отметить, что создание неклассических источников света требует большой изобретательности и находится в стадии разработки во многих лабораториях мира.

В квантовой теории фотодетектирования световых полей [6] существует аналог формулы (4). Чтобы получить формулу для связи статистики фотонов и фотоэлектронов в квантовой оптике, необходимо иметь модели для описания, как светового поля, так и фотодетектора. Статистические свойства источника света должны быть стационарными, то есть статистические средние измеряемых величин должны быть инвариантны во времени. Процесс фотодетектирования в квантовой оптике представляет собой случайный стоха-

стический процесс регистрации фотодетектором случайного числа фотоотсчетов n из случайного числа световых фотонов N , попадающих на фотодетектор в течение одного и того же времени измерения T . Этот случайный процесс является эргодическим, поскольку характер флуктуаций числа фотоотсчетов и флуктуаций числа световых фотонов неизменны в каждой реализации процесса.

Процесс регистрации пучка фотонов фотодетектором с эффективностью регистрации η можно рассматривать как светоделитель с четырьмя портами — двумя входными: портом вакуумного поля 0 и портом регистрируемого фотона 1, и двумя выходными: свободным портом 2 и портом детектора фотонов 3. В квантовой теории идеального светоделителя все четыре порта могут быть представлены операторами рождения и уничтожения с коммутационными соотношениями [7]

$$[\hat{a}_i, \hat{a}_j^+] = \delta_{ij}. \quad (12)$$

Сохранение числа фотонов между входными и выходными портами идеального светоделителя должно связывать операторы уничтожения выходных портов с операторами уничтожения входных портов унитарным преобразованием

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_2 \\ \hat{a}_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} t' & r' \\ r' & t \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

с комплексными коэффициентами отражения r' и прохождения t' для порта вакуумного поля и коэффициентами отражения r и прохождения t для порта регистрируемого фотона. Из унитарности матрицы преобразования следуют условия

$$|r|^2 + |t|^2 = 1, \quad (14)$$

$$|r'|^2 + |t'|^2 = 1, \quad (15)$$

$$r'^* t + t'^* r = 0, \quad (16)$$

$$t^* r' + r^* t' = 0. \quad (17)$$

Если мы введем амплитуды и фазы комплексных коэффициентов $r = |r| \exp(i\theta_r)$, $r' = |r'| \exp(i\theta_{r'})$, $t = |t| \exp(i\theta_t)$, $t' = |t'| \exp(i\theta_{t'})$, и связь между амплитудами $|r'| = C|r|$, $|t'| = C|t|$, то, из условий (14)–(17), следуют соотношения

$$|r| = \sqrt{1 - |t|^2}, \quad (18)$$

$$C = 1, \quad (19)$$

$$\exp(i(\theta_r + \theta_{r'} - \theta_t - \theta_{t'})) = -1 = \exp(i\pi). \quad (20)$$

Для выбора фаз комплексных коэффициентов прохождения и отражения

$$\theta_t = 0, \quad \theta_r = 0, \quad \theta_{t'} = 0, \quad \theta_{r'} = \pi, \quad (21)$$

удовлетворяющих соотношению (20), связь между операторами уничтожения будет иметь вид

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_2 \\ \hat{a}_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} t & \sqrt{1 - |t|^2} \\ -\sqrt{1 - |t|^2} & t \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Вводя обозначение для входного состояния $|N, 0\rangle = |N\rangle_1 \otimes |0\rangle_0$, и, используя коммутационные соотношения (12), получим выражение для эффективности регистрации, т. е. вероятности регистрации одного фотона фотодетектором

$$\begin{aligned} \eta &= \langle 1; 0 | \hat{a}_3^+ \hat{a}_3 | 1; 0 \rangle = \langle 1; 0 | \left(\sqrt{1 - t^2} \hat{a}_0^+ + t \hat{a}_1^+ \right) \times \\ &\quad \times \left(-\sqrt{1 - t^2} \hat{a}_0 + t \hat{a}_1 \right) | 1; 0 \rangle = \\ &= -(1 - t^2) \langle 1; 0 | \hat{a}_0^+ \hat{a}_0 | 1; 0 \rangle + t^2 \langle 1; 0 | \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 | 1; 0 \rangle = t^2. \end{aligned} \quad (23)$$

Связь между операторами уничтожения, выраженная через эффективность регистрации, будет иметь вид

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_2 \\ \hat{a}_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\eta} & \sqrt{1 - \eta} \\ -\sqrt{1 - \eta} & \sqrt{\eta} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \end{pmatrix}. \quad (24)$$

Если статистика зарегистрированных фотонов за время измерения T определяется распределением вероятностей $P(N)$, то выражения для ее первых двух моментов будут иметь вид

$$\begin{aligned} \langle n \rangle &= \sum_N P(N) \langle N; 0 | \hat{a}_3^+ \hat{a}_3 | N; 0 \rangle = \\ &= \sum_N P(N) \langle N; 0 | \left(\sqrt{1 - \eta} \hat{a}_0^+ + \sqrt{\eta} \hat{a}_1^+ \right) \times \\ &\quad \times \left(-\sqrt{1 - \eta} \hat{a}_0 + \sqrt{\eta} \hat{a}_1 \right) | N; 0 \rangle = \\ &= \sum_N P(N) [-(1 - \eta) \langle N; 0 | \hat{a}_0^+ \hat{a}_0 | N; 0 \rangle + \\ &+ \eta \langle N; 0 | \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 | N; 0 \rangle] = \eta \sum_N P(N) N = \eta \langle N \rangle, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \langle n^2 \rangle &= \sum_N P(N) \langle N; 0 | \hat{a}_3^+ \hat{a}_3 \hat{a}_3^+ \hat{a}_3 | N; 0 \rangle = \\ &= \sum_N P(N) (\langle N; 0 | \hat{a}_3^+ \hat{a}_3^+ \hat{a}_3 \hat{a}_3 | N; 0 \rangle + \\ &\quad + \langle N; 0 | \hat{a}_3^+ \hat{a}_3 | N; 0 \rangle) = \\ &= \sum_N P(N) \langle N; 0 | \hat{a}_3^+ \hat{a}_3^+ \hat{a}_3 \hat{a}_3 | N; 0 \rangle + \eta \langle N \rangle. \end{aligned} \quad (26)$$

Из-за коммутационных соотношений все члены, включающие операторы рождения и уничтожения для порта вакуумного поля, исчезают, и первая сумма равна в выражении (26) равна

$$\begin{aligned}
& \sum_N P(N) \langle N; 0 | \hat{a}_3^+ \hat{a}_3^+ \hat{a}_3 \hat{a}_3 | N; 0 \rangle = \\
& = \sum_N P(N) \langle N; 0 | (\sqrt{1-\eta} \hat{a}_0^+ + \sqrt{\eta} \hat{a}_1^+) \times \\
& \times (\sqrt{1-\eta} \hat{a}_0^+ + \sqrt{\eta} \hat{a}_1^+) (-\sqrt{1-\eta} \hat{a}_0 + \sqrt{\eta} \hat{a}_1) \times \\
& \times (-\sqrt{1-\eta} \hat{a}_0 + \sqrt{\eta} \hat{a}_1) | N, 0 \rangle \quad (27) \\
& = \eta^2 \sum_N P(N) \langle N; 0 | \hat{a}_1^+ \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 \hat{a}_1 | N, 0 \rangle = \\
& = \eta^2 \sum_N P(N) (\langle N; 0 | \hat{a}_1^+ \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 | N, 0 \rangle - \langle N; 0 | \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 | N, 0 \rangle) \\
& = \eta^2 \sum_N P(N) (N^2 - N) = \eta^2 (\langle N^2 \rangle - \langle N \rangle).
\end{aligned}$$

Таким образом, дисперсия числа зарегистрированных детектором фотоэлектронов принимает вид

$$\begin{aligned}
\sigma_n^2 &= \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 = \eta^2 (\langle N^2 \rangle - \langle N \rangle) + \\
&+ \eta \langle N \rangle - \eta^2 \langle N \rangle^2 = \sigma_N^2 \eta^2 + \langle N \rangle \eta (1 - \eta). \quad (28)
\end{aligned}$$

С определениями факторов Фано (1) и (2), выражение (28) можно привести к формуле

$$F_n = 1 + \eta(F_N - 1), \quad (29)$$

которая аналогична формуле (4). Однако, если формула (29) справедлива для связи между статистикой фотоэлектронов и фотонов в квантовой оптике, то формула (4) вообще неприменима к сцинтилляционным детекторам в радиационной физике.

Причина этого несоответствия заключается в принципиальном различии регистрации световых фотонов в квантовой оптике и регистрации рентгеновских лучей сцинтилляционным детектором в радиационной физике. Отсутствие микроскопического подхода, который позволяет учесть все этапы, происходящие при преобразовании энергии регистрируемой частицы в сигнал на выходе сцинтилляционного спектрометра, привело к тому, что рассмотрение процесса регистрации частицы в работе [1] начинается с процесса образования световых фотонов рентгеновским квантом. Именно отсутствие промежуточных этапов, а именно, преобразования энергии рентгеновского кванта в энергию вторичных заряженных частиц, образование электронно-дырочных пар, возбуждение люминесцентных центров, излучение световых фотонов и сбор световых фотонов на фотокатодах фотодетекторов, привело к ошибочному утверждению об открытии субпуассоновской статистики для световых фотонов в сцинтилляторах.

Только микроскопический подход в теории ветвящихся каскадных случайных процессов может дать правильное выражение для связи флуктуаций выходных сигналов фотодетекторов с флуктуациями процессов, происходящих при регистрации частицы сцинтилляционным детектором.

3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СЦИНТИЛЛЯЦИОННОГО ДЕТЕКТОРА ПРИ РЕГИСТРАЦИИ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ

В работе [8], на основании микроскопической теории случайных ветвящихся каскадных процессов были получены формулы для энергетического разрешения сцинтилляционного спектрометра с несколькими фотодетекторами. Математическая модель учитывает, что процесс превращения энергии регистрируемой частицы в выходной сигнал спектрометра включает следующие последовательные этапы.

1. Этап взаимодействия регистрируемой частицы со сцинтилляционным кристаллом.
2. Этап генерации электронно-дырочных пар.
3. Этап рекомбинации электронно-дырочных пар.
4. Этап диффузии носителей (электронов, дырок и экситонов) в сцинтилляторе.
5. Этап активации люминесцентных центров.
6. Этап эмиссии светового фотона люминесцентным центром.
7. Этап светосбора светового фотона на фотокатод фотодетектора.
8. Этап преобразования светового фотона в фотоэлектрон в фотокатоде фотодетектора.
9. Этап усиления сигнала фотодетектором с учетом шумов электроники.

Микроскопический подход заключается в детальном описании случайных процессов преобразования энергии первичной частицы в детекторе, позволяющий получать моменты функции распределения амплитуды выходного сигнала через моменты функций распределения этапов, в частности, через совместные функции распределения вторичных частиц в элементах фазового пространства $d\Gamma = dV dE d\Omega$.

Чтобы понять, к чему приводит отсутствие этапов в работе [1], учитываемых в микроскопической теории, приведем основные формулы теории сцинтилляционных детекторов. В соответствии с теми условиями, которые приняты в работе [1], будем считать, что при регистрации моноэнергетического рентгеновского излучения низкой энергии E_0 , вся энергия первичной частицы поглощается локально в точке $\mathbf{r}_c$, и вторичными частицами являются электроны. Будем также считать, что в однородном и изотропном сцинтилляционном кристалле люминесцентные центры осуществляют один излучающий переход. В данном приближении формулы микроскопической теории для среднего значения и дисперсии сигнала каждого из фотоумножителей принимают вид

$$\langle Q_n(E_0) \rangle = \langle Y^c(E_0) \rangle_c \langle T_n(\mathbf{r}_c) \rangle_c \langle g_n \rangle, \quad (30) \quad \eta_Q^2(E_0) = \eta_{\text{cov}}^2 + \eta_{\text{pair}}^2 + \eta_{\text{tr}}^2 + \eta_{\text{gain}}^2 + \eta_{\text{noise}}^2, \quad (31)$$

где

$$\eta_{\text{cov}}^2 = \frac{\int \int_{E, E'} dE dE' u(E - E_{\min}) u(E' - E_{\min}) \left\langle \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} \frac{\partial Y^c(E_0, E')}{\partial E'} \right\rangle_c \langle T^2(\mathbf{r}_c) \rangle_c}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c^2 \langle T(\mathbf{r}_c) \rangle_c^2} - 1 \quad (32)$$

— относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная ковариациями вторичных частиц в фазовом пространстве;

$$\eta_{\text{pair}}^2 = \frac{\int_E dEu(E - E_{\min}) \left\langle F(E) \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} S(E) Q \right\rangle_c \langle T^2(\mathbf{r}_c) \rangle_c}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c^2 \langle T(\mathbf{r}_c) \rangle_c^2} \quad (33)$$

— относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная флуктуациями числа электронно-дырочных пар;

$$\eta_{\text{tr}}^2 = \frac{1}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c \langle T(\mathbf{r}_c) \rangle_c} - \frac{\int_E dEu(E - E_{\min}) \left\langle \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} S(E) Q \right\rangle_c \langle T^2(\mathbf{r}_c) \rangle_c}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c^2 \langle T(\mathbf{r}_c) \rangle_c^2} \quad (34)$$

— относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная флуктуациями процессов, происходящих в детекторе от образования электронно-дырочной пары в сцинтилляторе до образования фотоэлектрона в фотодетекторе;

$$\eta_{\text{gain}}^2 = \frac{1}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c \langle T(\mathbf{r}_c) \rangle_c \langle g \rangle^2} \frac{\sigma_g^2}{\langle g \rangle^2} \quad (35)$$

— относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная флуктуациями коэффициента усиления фотодетектора и электронного усилителя;

$$\eta_{\text{noise}}^2 = \frac{\sigma_{\text{noise}}^2}{\langle Q(E_0) \rangle^2} \quad (36)$$

— относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная шумами фотодетектора и электроники.

Во всех приведенных выше формулах,

$$\frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} = \frac{w^c(E_0, E)}{\epsilon_{e-h}(E)} S(E) Q \quad (37)$$

— дифференциальный световыход сцинтиллятора для энергии электрона E , образованного рентгеновским квантом с энергией E_0 , в процессе потери им энергии в сцинтилляторе; $w^c(E_0, E)$ — дифференциальная плотность поглощённой энергии для определенной конфигурации c распределения поглощенной энергии в элементах фазового пространства $d\Gamma = dV dE d\Omega$; $\epsilon_{e-h}(E)$ — средняя энергия образования электронно-дырочной пары электроном с энергией E ; $S(E)$ — вероятность активации люминесцентного центра, зависящая от тормозной способности электрона с энергией E ; Q — квантовая эффективность процесса люминесценции;

$$Y^c(E_0) = \int_E dEu(E - E_{\min}) \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} = E_0 L \quad (38)$$

— световыход сцинтиллятора для рентгеновских квантов с энергией E_0 ; L — удельный световыход; $\langle g \rangle$ и σ_g^2 среднее значение и дисперсия коэффициента усиления фотодетектора. Индекс c при угловых скобках обозначает усреднение по всевозможным распределениям поглощенной энергии в элементах фазового пространства. В формулах учтена коммутативность операций интегрирования и усреднения, и мультипликативность усреднения произведения независимых величин.

В приведенных выше формулах

$$T(\mathbf{r}) = (1 + \lambda_D^2 \Delta) \times \int_{\Omega'} \frac{d\Omega'}{4\pi} \int_{S, \Omega''} dS d\Omega'' \tau(\mathbf{r}, \lambda, \Omega', S, \Omega'') \eta(\lambda, S, \Omega'') \quad (39)$$

— вероятность сцинтилляционному фотону, испущенному люминесцентным центром в точке $\mathbf{r}$ объема сцинтиллятора, образовать фотоэлектрон в фотодетекторе; $\tau(\mathbf{r}, \lambda, \Omega', S, \Omega)$ — вероятность фотону с длиной волны λ , испущенному в направлении, принадлежащем элементу телесного угла $d\Omega'$, люминесцентным центром, находящимся в точке $\mathbf{r}$ объема сцинтиллятора, достичь элемента поверхности dS входного окна фотодетектора в направлении, принадлежащем элементу телесного угла $d\Omega$ относительно нормали к элементу поверхности фотокатода; $\eta(\lambda, S, \Omega)$ — квантовая эффективность элемента поверхности dS фотодетектора к световому фотону с длиной волны λ , пересекающему входное окно в направлении, принадлежащем элементу телесного угла $d\Omega$; λ_D — характерная длина диффузии носителей; Δ — оператор Лапласа.

В отличие от существующих в литературе формул, формулы микроскопической теории содержат информацию о зависимостях всех вкладов в энергетическое разрешение от характеристик сцинтиллятора, интерфейса сцинтиллятор-фотодетектор, характеристиками фотодетектора и электронного тракта спектрометра. Формулы отражают каскадный характер случайных процессов преобразования энергии первичной частицы в выходной сигнал детектора, поскольку каждый последующий вклад в разрешение по энергии уменьшается в фактор, равный произведению средних значений предыдущих этапов.

Следует подчеркнуть, что формула для относительной дисперсии выходного сигнала сцинтилляционного детектора не содержит фактора Фано для световых фотонов. Из-за случайного пространственного распределения люминесцентных центров в сцинтилляционном кристалле энергетические уровни каждого люминесцентного центра испытывают различные штарковские сдвиги,

обусловленные результирующим электрическим полем окружающих ионов. Поэтому число световых фотонов в каждой элементарной излучательной моде много меньше единицы, и мы можем считать, что световые фотоны испускаются люминесцентными центрами независимо. Поскольку процесс излучения светового фотона люминесцентным центром описывается биномиальным распределением, его флуктуации учитываются в формуле (34). Относительная дисперсия выходного сигнала сцинтилляционного детектора содержит только фактор Фано, который определяет флуктуации числа электронно-дырочных пар (33).

Для сравнения с формулой (29), определяющей дисперсию числа зарегистрированных фотоэлектронов идеальным детектором в экспериментах в квантовой оптике, необходимо осуществить в формулах микроскопической теории сцинтилляционных детекторов приближение к случаю идеального сцинтилляционного детектора. В идеальном сцинтилляционном детекторе коэффициент усиления $\langle g \rangle = 1$ и флуктуации усиления и электронный шум отсутствуют, т. е. $\sigma_g^2 = 0$ и $\sigma_{\text{noise}}^2 = 0$; каждая электронно-дырочная пара генерирует сцинтилляционный фотон, т. е. $S(E)Q = 1$. Если сцинтилляционный кристалл абсолютно прозрачен и квантовый выход фотокатода равен η , то вероятность регистрации светового фотона фотодетектором равна $T(\mathbf{r}) = \eta$. Если средняя энергия образования электронно-дырочной пары и фактор Фано не зависят от энергии электронов, то относительная дисперсия выходного сигнала фотодетектора имеет вид

$$\eta_{\text{ideal}}^2 = \eta_{\text{cov}}^2 + \eta_{\text{pair}}^2 + \eta_{\text{tr}}^2. \quad (40)$$

В формуле (40)

$$\eta_{\text{cov}}^2 = \eta_Y^2 = \frac{\int \int_E dE dE' u(E - E_{\min}) u(E' - E_{\min}) \left\langle \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} \frac{\partial Y^c(E_0, E')}{\partial E'} \right\rangle_c}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c^2} - 1 \quad (41)$$

— относительная дисперсия выходного сигнала детектора, обусловленная ковариациями дифференциального световыхода сцинтиллятора. Именно это слагаемое связано с непропорциональностью световыхода, т.е. с зависимостью дифференциального световыхода от энергии электрона в процессе потерь им энергии в сцинтилляторе.

Если дифференциальный световыход сцинтиллятора не зависит от энергии электрона, то, в соответствии с формулой (37), формула (41) будет соответствовать относительной дисперсии выходного сигнала детектора, обусловленной ковариациями поглощенной энергии в сцинтилляторе

$$\eta_Y^2 = \eta_W^2 = \frac{\left\langle \int_E \int_{E'} dE dE' u(E - E_{\min}) u(E' - E_{\min}) w^c(E_0, E) w^c(E_0, E') \right\rangle_c}{\left\langle W^c(E_0, E_{\min}) \right\rangle_c^2} - 1. \quad (42)$$

Второе слагаемое в формуле (40) представляет относительную дисперсию выходного сигнала детектора, обусловленную флуктуациями числа электронно-дырочных пар

$$\eta_{\text{pair}}^2 = \frac{F}{\left\langle Y^c(E_0) \right\rangle_c} = \frac{F \varepsilon_{e-h}}{\left\langle W^c(E_0, E_{\min}) \right\rangle_c}, \quad (43)$$

где

$$\left\langle W^c(E_0, E_{\min}) \right\rangle_c = \left\langle \int_E dE u(E - E_{\min}) w^c(E_0, E) \right\rangle_c \approx E_0 \quad (44)$$

— средняя энергия, поглощенная сцинтиллятором при регистрации рентгеновского излучения, которая идет на образование электронно-дырочных пар, которая практически равна энергии регистрируемой частицы. Так как средняя энергия образования электронно-дырочной пары определяется как отношение энергии рентгеновского кванта E_0 к среднему числу образованных электронно-дырочных пар $\langle N_{e-h} \rangle$, то формулу (43) можно представить в виде

$$\eta_{\text{pair}}^2 = \frac{F \varepsilon_{e-h}}{E_0} = \frac{F}{\langle N_{e-h} \rangle}. \quad (45)$$

В приближении идеального сцинтилляционного детектора относительная дисперсия выходного сигнала фотодетектора, обусловленная флуктуациями комбинированного процесса преобразования электронно-дырочной пары в фотоеlectron в фотодетекторе (34), приводится к выражению.

$$\eta_{\text{tr}}^2 = \frac{\eta(1-\eta)}{\left\langle Y^c(E_0) \right\rangle_c \eta^2} = \frac{\varepsilon_{e-h}(1-\eta)}{E_0 \eta} = \frac{(1-\eta)}{\langle N_{e-h} \rangle \eta}. \quad (46)$$

В результате, относительная дисперсия выходного сигнала фотодетектора принимает вид

$$\eta_{\text{ideal}}^2 = \eta_Y^2 + \frac{F}{\langle N_{e-h} \rangle} + \frac{(1-\eta)}{\langle N_{e-h} \rangle \eta}. \quad (47)$$

Если формально ввести фактор Фано для фотоеlectронов, то выражение (47) можно привести к виду

$$F_n = \frac{\sigma_n^2}{\langle n \rangle} = \eta_{\text{ideal}}^2 \langle n \rangle = \eta_Y^2 \langle n \rangle + \frac{F}{\langle N_{e-h} \rangle} \langle n \rangle + \frac{(1-\eta)}{\langle N_{e-h} \rangle \eta} \langle n \rangle = \eta_Y^2 \langle n \rangle + 1 + \eta(F-1), \quad (48)$$

где

$$\langle n \rangle = \langle N_{e-h} \rangle \eta \quad (49)$$

— среднее число фотоеlectронов, регистрируемых фотодетектором.

Только в случае, когда можно пренебречь первым слагаемым, связанным с непропорциональностью световых сцинтиллятора, формула (48) формально совпадает с формулой (29)

$$F_n = 1 + \eta(F-1), \quad (50)$$

в которой вместо фактора Фано для световых фотонов присутствует фактор Фано для электронно-дырочных пар.

4. КОВАРИАЦИИ МЕЖДУ СИГНАЛАМИ ФОТОДЕТЕКТОРОВ

В работе [9] получены общие выражения микроскопической теории для ковариации между сигналами фотодетекторов сцинтилляционного спектрометра с несколькими фотодетекторами. Ковариация между сигналами фотодетекторов $Q_n(E_0)$ и $Q_{n'}(E_0)$, сцинтилляционного спектрометра с однородным и изотропным сцинтиллятором, люминесцентные центры которого осуществляют один излучающий переход, для случая локального поглощения энергии низкоэнергетического рентгеновского излучения с энергией E_0 , определяется выражением

$$\begin{aligned} \text{cov}(Q_n, Q_{n'}) &= \int_E \int_{E'} dE dE' u(E - E_{\min}) u(E' - E_{\min}) \times \\ &\times \left\langle \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} \frac{\partial Y^c(E_0, E')}{\partial E'} \right\rangle_c \langle T_n(\mathbf{r}_c) T_{n'}(\mathbf{r}_c) \rangle_c \langle g_n \rangle \langle g_{n'} \rangle - \\ &- \left\langle Y^c(E_0) \right\rangle_c^2 \langle T_n(\mathbf{r}_c) \rangle_c \langle T_{n'}(\mathbf{r}_c) \rangle_c \langle g_n \rangle \langle g_{n'} \rangle + \\ &+ \int_E dE u(E - E_{\min}) \left\langle \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} (F(E) - 1) S(E) Q \right\rangle_c \times \\ &\times \langle T_n(\mathbf{r}_c) T_{n'}(\mathbf{r}_c) \rangle_c \langle g_n \rangle \langle g_{n'} \rangle. \end{aligned} \quad (51)$$

В приближении идеального сцинтилляционного детектора, в формуле (51) необходимо учесть, что коэффициенты усиления $\langle g_1 \rangle = 1$ и $\langle g_2 \rangle = 1$; что каждая электронно-дырочная пара генерирует

сцинтилляционный фотон, т. е. $S(E)Q = 1$; что сцинтилляционный кристалл абсолютно прозрачен и вероятность регистрации светового фотона фотодетектором равна квантовому выходу фотокатода $T(\mathbf{r}) = \eta$. Если средняя энергия образования электронно-дырочной пары и фактор Фано не зависят от энергии электронов, то ковариация между сигналами фотодетекторов принимает вид

$$\text{cov}(Q_1, Q_2) = \eta_Y^2 \langle N_{e-h} \rangle^2 \eta_1 \eta_2 + \langle N_{e-h} \rangle (F - 1) \eta_1 \eta_2. \quad (52)$$

Только в случае, когда мы можем пренебречь первым слагаемым, обусловленным непропорциональностью световых выходов сцинтиллятора, формула (52) формально совпадает с недиагональными элементами ковариационной матрицы (5), в которой вместо среднего числа и фактора Фано для световых фотонов присутствуют среднее число и фактор Фано для электронно-дырочных пар.

Таким образом, неправильный подход в работах [1, 2] к описанию процессов, происходящих в сцинтилляционном спектрометре при регистрации частиц, привел к тому, что вместо правильных формул (50) и (52), в которых присутствует фактор Фано для электронно-дырочных пар, в формулах (4) и (5) присутствует, введенный авторами, фактор Фано для световых фотонов. Ошибочное утверждение об открытии субпуассоновской статистики для световых фотонов в сцинтилляционных детекторах связано с тем, что полученные авторами экспериментальные значения относятся не к фактору Фано для световых фотонов, а к фактору Фано для электронно-дырочных пар. Поскольку в полупроводниках фактор Фано для электронно-дырочных пар имеет значение порядка 0.1, то экспериментальные результаты, полученные в работах [1, 2], не противоречат существующим экспериментальным значениям [10]. Таким образом, открытие субпуассоновской статистики для световых фотонов в сцинтилляторах не состоялось.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Точное математическое описание процессов, происходящих в сцинтилляционном спектрометре с несколькими фотодетекторами при регистрации низкоэнергетичного рентгеновского излучения, позволяет получить правильные формулы для среднего значения и дисперсии амплитуды фотодетекторов, а также выражение для ковариации между сигналами фотодетекторов. Из этих формул следует, что сцинтилляционный детектор должен характеризоваться только одним фактором Фано, определяющим флуктуации в процессе генерации электронно-дырочных пар. В работе показано, что неправильный подход к описанию процессов, происходящих в сцинтилляционном спектрометре при регистрации частиц, в работах [1, 2] привел к ошибочному утверждению открытия субпуассоновской статистики для световых фотонов в сцинтилляционных детекторах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. Boussselham A. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 2010. V. 620. P. 359.
2. Bora V. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 2016. V. 805. P. 72.
3. Samedov V.V. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. V. 691. P. 168.
4. Samedov V.V. // X-Ray Spectrom. 2019. V. 48. P. 597.
5. Loudon R. The Quantum Theory of Light. 2000. New York: Oxford Univ. Press.
6. Fox M. Quantum Optics: An Introduction. 2006. New York: Oxford Univ. Press.
7. Mandel L., Wolf E. Optical Coherence and Quantum Optics. 1995. Cambridge: Cambridge Univ. Press.
8. Samedov V.V. // EPJ Web Conf. 2020. V. 225. P. 01007.
9. Samedov V.V. // Phys. At. Nucl. 2019. V. 82. P. 1647.
10. Devanathan R. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 2006. V. 565. P. 637.

Discovery of Sub-Poissonian Statistics of Light Photons in Scintillators That Did Not Take Place

V. V. Samedov*

National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia

*e-mail: v-samedov@yandex.ru

Received August 20, 2021; revised August 20, 2021; accepted August 20, 2021

Abstract—When considering X-ray radiation registration by a scintillation detector, A. Boussselham et al. (Photoelectron Anticorrelations and Sub-Poisson Statistics in Scintillation Detectors), introduced two Fano factors (the Fano factor for scintillation photons and the Fano factor for photoelectrons). They stated their experimental data provided direct evidence for sub-Poissonian statistics for light photons in scintillators. An accurate mathematical description of the processes in the X-rays registration by a scintillation detector allows one to obtain the correct formulas for the mean value, the output signal variance of photodetectors, and the formula for the covariance between the signals of photodetectors. An analysis of these formulas allows one to conclude that a scintillation detector should be characterized by only one Fano factor, which determines the

fluctuations of the electron–hole pair generation process in the scintillator. Since the Fano factor for electron–hole pairs in scintillators is on the order of 0.1, this fact explains the results obtained in the article. Thus, the discovery of sub-Poissonian statistics for light photons in scintillators did not take place.

Keywords: scintillation detector, photodetector, energy resolution, light collection, Fano factor, covariance between signals, photocount statistics, sub-Poissonian statistics