

УДК 533.9.01

ОЦЕНКА МАКСИМУМА МАГНИТНОЙ ЭНЕРГИИ ТОКА ПЛАЗМЫ, КОНВЕРТИРУЕМОЙ В КИНЕТИЧЕСКУЮ ЭНЕРГИЮ УБЕГАЮЩИХ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ СРЫВАХ В ТОКАМАКЕ

© 2021 г. В. Ю. Савин*

Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Каширское ш. 31, Москва, 115409 Россия

*E-mail: SVY29041994@mail.ru

Поступила в редакцию 07.04.2022 г.

После доработки 14.04.2022 г.

Принята к публикации 15.04.2022 г.

В рамках модели, включающей в себя плазменный шнур, вакуумный зазор и стенку камеры токамака, исследуется процесс конверсии энергии полоидального магнитного поля тока плазмы в кинетическую энергию убегающих электронов (УЭ) в терминальной фазе срыва разряда. Получено уравнение для изменения кинетической энергии УЭ, позволяющее по известным профилям плотности УЭ, плотности тока УЭ и магнитному полю определить изменение указанной энергии в общем случае. Для плоского профиля плотности тока плазмы получена оценка сверху для указанной энергии и доли конверсии.

Ключевые слова: токамак, срыв разряда, убегающие электроны, конверсия энергии

DOI: 10.56304/S2079562920060494

ВВЕДЕНИЕ

Серьезной проблемой на пути к термоядерному реактору являются непредвиденные срывы плазменного разряда в токамаке. При срывах происходит резкое падение температуры (Thermal Quench), тока плазмы (Current Quench), вынос тепловой энергии и частиц на первую стенку вакуумной камеры, генерация токов в металлических элементах, что приводит к эрозии элементов токамака, дополнительным механическим нагрузкам и уменьшению времени эксплуатации токамака.

Одной из целого ряда причин повреждений первой стенки токамака при срывах является большой поток тепловой энергии, локально выбрасываемый высокоэнергетичными убегающими электронами (УЭ). Исследования показывают [1, 2], что переданная за время срыва разряда убегающим электронам энергия может достигать 100 МДж на установке ITER, причем площадь поверхности первой стенки, на которой выделяется эта энергия, достаточно мала [1]. При этом указывается, что эта энергия в 10 раз больше начальной кинетической энергии УЭ (в отличие от 3.5–5 раз в работе [2]), что может приводить к драматическим последствиям с точки зрения целостности первой стенки токамака.

Кинетическая энергия убегающих электронов W_{kin} приобретает ими при ускорении в вихревом электрическом поле, генерируемом при па-

дении тороидального тока плазмы. На терминальной фазе срыва разряда происходит уход УЭ из плазмы. При этом падает плотность УЭ, а значит, и плотность тока плазмы. Падение тока приводит к изменению полоидального магнитного потока. Энергия полоидального магнитного поля W_{mag} при этом переходит в тепловую энергию остаточной плазмы, которая состоит из ионов плазмы и тепловых электронов, передается убегающим электронам, которые еще не успели покинуть плазму, либо вновь появившимся за счет процессов генерации, а также частично уходит из системы в виде потока электромагнитной энергии через поверхность, ограничивающую рассматриваемую систему (по теореме Пойнтинга). Потому говорят о конверсии W_{mag} в W_{kin} , которая, как показывают оценки [2, 3], может быть значительной. При этом оценивают отношение α переданной электронам энергии полоидального магнитного поля тока плазмы к начальной энергии поля. Используя параметры токамаков и формулу (26) из работы [1], можно показать, что величина конверсии составляет от 0.2 до 67% для разных установок (JET, DIII-D и FTU).

В работе исследуется конверсия энергии магнитного поля тока плазмы в кинетическую энергию УЭ в терминальной фазе срыва разряда. Анализируется уравнение для изменения кинетической энергии УЭ и, исходя из квадратичной зависимости полученного соотношения от плот-

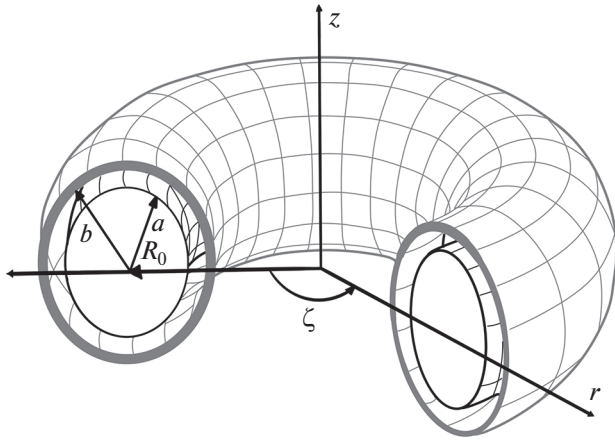


Рис. 1. К геометрии задачи.

ности тока УЭ, приводится выражение для максимального прироста энергии УЭ (оценка сверху), а также получены численные значения в зависимости от параметров разряда. Также приведена оценка доли энергии магнитного поля полного тока плазмы, которая конвертируется в кинетическую энергию УЭ во время терминальной фазы срыва разряда в токамаке, которая при определенном условии редуцируется к аналогичной формуле в работе [1].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Как и в работах [2, 4] рассматривается двумерная круглая осесимметричная модель токамака в приближении большого аспектного отношения, включающая три области: плазменный шнур малого радиуса a и большого радиуса R_0 , вакуумный зазор и стенку вакуумной камеры радиуса b (рис. 1).

Исследуется только терминальная фаза срыва тока плазмы, когда ток УЭ спадает по некоторому закону за счет ухода УЭ из плазмы [1, 2], приводя к генерации тока остаточной плазмы и тока в стенке.

Плотность тока плазмы $\mathbf{j}_p$ представим в виде двух компонент: плотности тока УЭ $\mathbf{j}_{RE}$ и плотности тока остаточной плазмы $\mathbf{j}_{OH}$ (как и в работах [1, 5, 6])

$$\mathbf{j}_p = \mathbf{j}_{RE} + \mathbf{j}_{OH}, \quad (1)$$

Кроме того, как и в работах [1, 5], будем полагать, что ток УЭ направлен в основном по тороидальному углу ζ

$$\mathbf{j}_{RE} = j_{RE} \mathbf{e}_\zeta. \quad (2)$$

Тогда для плотности тока УЭ имеем

$$j_{RE}(\mathbf{r}, t) = j_0(\mathbf{r}) f\left(\frac{t}{\tau_d}\right), \quad (3)$$

где $f\left(\frac{t}{\tau_d}\right)$ — некоторая функция, определяющая характер спада тока УЭ, τ_d — характерное время спада, а $j_0(\mathbf{r})$ — начальный профиль плотности тока УЭ.

Эволюция плотности тока остаточной плазмы $\mathbf{j}_{OH}$ и плотности тока в стенке $\mathbf{j}_w$ должна определяться из уравнений Максвелла

$$\text{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (4)$$

$$\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j}, \quad (5)$$

и законов Ома для тока плазмы и тока в стенке камеры

$$\mathbf{E} = \eta_p \mathbf{j}_{OH} - \mu_0 [\mathbf{v}, \mathbf{H}], \quad (6)$$

$$\mathbf{E} = \eta_w \mathbf{j}_w. \quad (7)$$

Здесь $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ — напряженности электрического и магнитного полей в данной точке пространства, $\mathbf{v}$ — скорость плазмы как целого, μ_0 — магнитная постоянная, η_p и η_w — удельные сопротивления плазмы и стенки соответственно.

Кинетическая энергия, приобретаемая УЭ во время терминальной фазы срыва тока, определяется из следующих соображений. На электрон в плазме действуют две силы: кулоновская, отвечающая за ускорение электрона в электрическом поле, и сила трения электрона о частицы плазмы, которую мы обозначим, введя эффективное поле $\mathbf{E}_C$:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e(\mathbf{E} - \mathbf{E}_C), \quad (8)$$

где величина эффективного поля определяется выражением [7–10]

$$E_C = \frac{n_e e^3 \ln \Lambda}{4\pi \epsilon_0^2 m_e c^2}, \quad (9)$$

а направлено поле по тороидальному углу. Здесь n_e — плотность всех электронов в плазме, m_e — масса электрона, $\ln \Lambda$ — кулоновский логарифм, c — скорость света, e — элементарный заряд, ϵ_0 — диэлектрическая постоянная. Везде ниже будем считать величину E_C постоянной.

Для плотности УЭ имеем

$$\mathbf{j}_{RE} = -en_{RE} \mathbf{v}_{RE}. \quad (10)$$

Здесь $\mathbf{v}_{RE}$ — скорость УЭ, n_{RE} — плотность УЭ.

Тогда из уравнений (2), (8) и (10) получаем следующее соотношение для изменения кинетической энергии убегающего электрона

$$\frac{dE_{\text{kin}}}{dt} = \frac{j_{\text{RE}}}{n_{\text{RE}}} (E_{\zeta} - E_C), \quad (11)$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - v_{\text{RE}}^2/c^2}} - m_e c^2. \quad (12)$$

УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ИЗМЕНЕНИЯ ЭНЕРГИИ УЭ

В предположении, что ток смещения мал, подставляя (6) в (11) с учетом (5) и (1), получаем соотношение для изменения кинетической энергии одного УЭ

$$\begin{aligned} \frac{dE_{\text{kin}}}{dt} = & \frac{\mu_0 j_{\text{RE}}}{n_{\text{RE}}} [\mathbf{H}, \mathbf{v}]_{\zeta} + \\ & + \frac{\eta_p j_{\text{RE}}}{n_{\text{RE}}} (\text{rot} \mathbf{H})_{\zeta} - \frac{\eta_p}{n_{\text{RE}}} j_{\text{RE}}^2 - \frac{E_C}{n_{\text{RE}}} j_{\text{RE}}. \end{aligned} \quad (13)$$

Уравнение (13) позволяет, зная плотность УЭ, плотность тока УЭ, магнитное поле и скорость движения плазмы как целого, определить изменение кинетической энергии УЭ в общем случае. Единственным ограничивающим условием, используемым при выводе уравнения (13), является малость тока смещения по сравнению с плотностью полного тока плазмы $\mathbf{j}$. Интегрирование соотношения (13) по всему объему плазмы и по времени срыва даст приращение кинетической энергии всех УЭ.

Даже без знания указанных физических величин, из уравнения (13) можно сделать следующий вывод. Аксиально-симметричное магнитное поле может быть описано следующей формулой

$$\mathbf{H} = \frac{[\nabla \Psi, \mathbf{e}_{\zeta}]}{2\pi r \mu_0} + \frac{I}{2\pi r} \mathbf{e}_{\zeta}, \quad (14)$$

где Ψ — полоидальный магнитный поток, r — расстояние от центра токамака до рассматриваемой точки, I — полоидальный ток.

Подстановка соотношения (14) в уравнение (13) приводит к выражению

$$\begin{aligned} \frac{dE_{\text{kin}}}{dt} = & \frac{j_{\text{RE}}}{2\pi r n_{\text{RE}}} (\nabla \Psi, \mathbf{v}) - \frac{r \eta_p j_{\text{RE}}}{2\pi \mu_0 n_{\text{RE}}} \text{div} \frac{\nabla \Psi}{r^2} - \\ & - \frac{\eta_p}{n_{\text{RE}}} j_{\text{RE}}^2 - \frac{E_C}{n_{\text{RE}}} j_{\text{RE}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Из выражения (15) видно, что тороидальное или полоидальное вращение плазмы не будет влиять на изменение кинетической энергии УЭ. Только ее расширение или сжатие может внести некоторый вклад.

Тогда, предполагая, что движения плазмы по радиусу нет, а также выражая ротор магнитного поля через плотность полного тока плазмы, полу-

чаем следующее выражение для изменения кинетической энергии одного электрона

$$\frac{dE_{\text{kin}}}{dt} = \frac{j_{\text{RE}}}{n_{\text{RE}}} (\eta_p j_{\zeta} - \eta_p j_{\text{RE}} - E_C), \quad (16)$$

где j_{ζ} — тороидальная компонента плотности полного тока плазмы.

Это выражение квадратично по плотности тока УЭ. Оно обращается в нуль, если убегающих электронов нет ($j_{\text{RE}} = 0$) и если $j_{\text{RE}} = j_{\zeta} - E_C/\eta_p$. Его максимум достигается при

$$j_{\text{RE}} = \frac{\eta_p j_{\zeta} - E_C}{2\eta_p}, \quad (17)$$

и равен

$$\left(\frac{dE_{\text{kin}}}{dt} \right)_{\text{max}} = \frac{\eta_p j_{\text{RE}}^2}{n_{\text{RE}}}. \quad (18)$$

При нахождении максимума выражения (16) имелось в виду, что для всех возможных вариантов перераспределения полного тока между током УЭ и омическим током остаточной плазмы во время терминальной стадии срыва разряда выражение (16) достигает своего максимума при условии (17), связывающем плотность тока УЭ j_{RE} с плотностью полного тока j_{ζ} . В частности, если пренебречь торможением УЭ о частицы плазмы (как показывают оценки [1], величина E_C , как правило, много меньше величины индуцированного поля E), то изменение кинетической энергии УЭ максимально в случае равенства плотности тока УЭ и остаточной плазмы.

ОЦЕНКА МАКСИМАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ УЭ

Определим максимальную энергию, которая может быть передана УЭ за время срыва. Для этого необходимо проинтегрировать соотношение (18) по всему объему плазмы и по времени. Для простоты возьмем плоский профиль плотности тока УЭ (как и в работе [1])

$$j_{\text{RE}} = \frac{I_{\text{RE}}}{\pi a^2} = \text{const}. \quad (19)$$

Здесь I_{RE} — полный ток УЭ.

Тогда для изменения кинетической энергии всех УЭ в объеме плазмы получаем соотношение

$$\frac{dW_{\text{kin}}}{dt} = \int_{V_p} n_{\text{RE}} \frac{dE_{\text{kin}}}{dt} dV = \int_{V_p} \eta_p j_{\text{RE}}^2 dV = R_p I_{\text{RE}}^2, \quad (20)$$

где $R_p = \frac{2R_0 \eta_p}{a^2}$ — сопротивление плазмы.

Здесь предполагалось, что резистивность плазмы η_p постоянна по полоидальному сечению плазмы.

Из соотношений (3) и (19) имеем

$$I_{\text{RE}}(t) = I_{\text{RE}}^0 f\left(\frac{t}{\tau_d}\right), \quad (21)$$

где I_{RE}^0 — начальный ток УЭ.

Временная зависимость спада тока УЭ может иметь разный характер. В классических работах ([1, 2, 5]) по исследованию конверсии энергии магнитного поля тока плазмы в кинетическую энергию УЭ при численном моделировании указанного процесса принято использовать показательную функцию $f\left(\frac{t}{\tau_d}\right) = e^{-t/\tau_d}$,

однако в работе [11] показано, что учет эволюции профиля плотности тока приводит к степенному закону $f\left(\frac{t}{\tau_d}\right) = 1 - \left(\frac{t}{\tau_d}\right)^v$, $0 < v \leq 1$.

Как показывает применение указанных зависимостей в дальнейших вычислениях, передаваемая от магнитного поля тока плазмы УЭ энергия в первую очередь определяется длительностью спада тока УЭ, а не его характером.

Полагая, что сопротивление плазмы мало меняется за время срыва [1], получаем оценку максимальной энергии, которая может быть передана от полоидального магнитного поля убегающим электронам

$$\Delta W_{\text{kin}} = \int \frac{dW_{\text{kin}}}{dt} dt = R_p (I_{\text{RE}}^0)^2 \tau_d C, \quad (22)$$

где параметр C порядка единицы определяется характером спада тока УЭ.

Из формулы (22) видно, что конвертируемая в УЭ энергия зависит от трех физических величин: сопротивления плазмы, начального тока УЭ и времени спада этого тока. Исходя из характерных для токамака ITER значений данных величин (согласно работе [1]), определим диапазон значений энергии, определяемой (22).

Согласно значениям резистивного времени плазмы и индуктивности [1], сопротивление плазмы лежит в диапазоне от 0.33 до 1.0 мОм. Максимальный ток УЭ оценивается величиной 10 МА (минимальная величина равна нулю), а характерное время ухода УЭ из плазмы $\tau_d = 0.1$ –10 мс. Исходя из этих значений максимальная энергия, которую могут набрать УЭ за время терминальной стадии срыва разряда, составляет примерно 500 МДж. Минимальное значение при максимальной силе тока УЭ (10 МА) составит примерно 1.67 МДж.

К сожалению, одного лишь значения переданной УЭ энергии за время срыва недостаточно для оценки последствий выноса этой энергии на стенку. Необходимо также знать время “депозиции”, площадь и глубину, на которые выносятся энергия. Однако все же можно отметить, что по-

следствия от выноса на стенку 1.67 МДж не будут существенны с учетом площади поверхности, на которую выносятся эта энергия, и времени депозиции [1]; вынос же 500 МДж может оказаться катастрофичным. Также заметим, что полученная оценка максимума энергии в 500 МДж соотносится с тем, что описано у других авторов [1, 2]. Так, из работы [1] следует, что для начального тока УЭ в 10 МА и времени спада тока 10 мс кинетическая энергия УЭ может составлять до 300 МДж. В работе же [2] для тех же значений начального тока УЭ и времени его спада приводится значение энергии УЭ в 90–95 МДж. Данные значения представляют собой результаты численных расчетов для токамака ITER, поскольку проведение реальных экспериментов на данной установке пока невозможно.

Кроме того, формулу (22) можно сравнить с формулой для аналогичной энергии, которую можно получить из работы [1]

$$\Delta W_{\text{kin}} = \frac{R_p I_0^2 \tau_d \tau_{\text{res}}}{2(\tau_d + \tau_{\text{res}})} - 2\pi R_0 E_C I_0 \tau_d. \quad (23)$$

Здесь τ_{res} — резистивное время плазмы.

Видно, что энергия (23) строго меньше максимальной энергии, определяемой формулой (22), как и должно быть.

При исследовании конверсии магнитной энергии тока плазмы в кинетическую энергию УЭ принято рассматривать отношение переданной электронам энергии к начальной магнитной энергии тока плазмы (долю конверсии), которая определяется формулой

$$W_{\text{mag}} = \frac{L_p (I_p^0)^2}{2}, \quad (24)$$

где L_p — индуктивность плазмы.

Для дополнительного сравнения полученного нами результата с результатами в других работах, получим выражение для доли конверсии. Исходя из выражения (17), при котором переданная электронам энергия максимальна, определяем полный ток плазмы I_p и после подставляем его в (24)

$$W_{\text{mag}} = \frac{L_p}{2} (2I_{\text{RE}}^0 + E_C \pi a^2 / \eta_p)^2. \quad (25)$$

Тогда для отношения переданной за время срыва энергии УЭ (максимальной) к начальной энергии полоидального магнитного поля тока плазмы имеем

$$\alpha = \frac{\Delta W_{\text{kin}}}{W_{\text{mag}}} = \frac{1}{4\delta \left(1 + \frac{\pi R_0 E_C}{R_p I_{\text{RE}}^0}\right)}. \quad (26)$$

Здесь $\delta = \frac{\tau_{\text{res}}}{\tau_d}$.

Если предположить, что критическое поле E_C мало ($\pi R_0 E_C \ll R_p I_{RE}^0$), то получаем выражение

$$\alpha = \frac{\Delta W_{kin}}{W_{mag}} = \frac{1}{4\delta} - \frac{\pi R_0 E_C}{4\delta R_p I_{RE}^0}, \quad (27)$$

которое аналогично соотношению (26) из работы [1], но не обязательно больше (26), в отличие от самой энергии,

$$\alpha = \frac{\Delta W_{kin}}{W_{mag}} = \frac{1}{1+\delta} - \frac{4\pi R_0 E_C}{\delta R_p I_{RE}^0}. \quad (28)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках модели, включающей в себя плазменный шнур, вакуумный зазор и стенку камеры токамака, исследуется процесс конверсии энергии полоидального магнитного поля тока плазмы в кинетическую энергию УЭ в терминальной фазе срыва разряда. Получено уравнение для изменения кинетической энергии УЭ, позволяющее по известным профилям плотности УЭ, плотности тока УЭ и магнитному полю определить изменение указанной энергии в общем случае. Для плоского профиля плотности тока плазмы получены оценки сверху для указанной энергии и доли конверсии, которые сравниваются с аналогичными выражениями в работе [1]. Для параметров разряда на токамаке ITER получены численные значения максимальной энергии, которая может передаваться УЭ за время срыва разряда.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор статьи искренне признателен д.ф.-м.н. Пуствитову Владимиру Дмитриевичу за ценные советы

и замечания по разработке данной модели, а также за оказанную помощь в написании работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. *Martín-Solís J.R., Loarte A., Hollmann E.M., Esposito B., Riccardo V.* // Nucl. Fusion. 2014. V. 54. No. 8. P. 083027. <https://doi.org/10.1088/0029-5515/54/8/083027>
2. *Riemann J., Smith H.M., Helander P.* // Phys. Plasmas. 2012. V. 19. No. 1. P. 012507. <https://doi.org/10.1063/1.3671974>
3. *Dai A.J. et al.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2018. V. 60. No. 5. P. 055003. <https://doi.org/10.1088/1361-6587/aab16d>
4. *Pustovitov V.D.* // Plasma Phys. Reports. 2019. V. 45. No. 12. P. 1114–1127. <https://doi.org/10.1134/S1063780X19120079>
5. *Loarte A. et al.* // Nucl. Fusion. 2011. V. 51. No. 7. P. 073004. <https://doi.org/10.1088/0029-5515/51/7/073004>
6. *Bandaru V. et al.* // Phys. Rev. E. 2019. V. 99. No. 6. P. 063317. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.99.063317>
7. *Dreicer H.* // Phys. Rev. 1959. V. 115. No. 2. P. 238. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.115.238>
8. *Kulsrud R.M. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1973. V. 31. No. 11. P. 690. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.31.690>
9. *Rosenbluth M.N., Putvinski S.V.* // Nucl. Fusion. 1997. V. 37. No. 10. P. 1355. <https://doi.org/10.1088/0029-5515/37/10/103>
10. *Breizman B.N., Aleynikov P., Hollmann E.M., Lehnen M.* // Nucl. Fusion. 2019. V. 59. No. 8. P. 083001. <https://doi.org/10.1088/1741-4326/ab1822>
11. *Breizman B.N.* // Nucl. Fusion. 2014. V. 54. No. 7. P. 072002. <https://doi.org/10.1088/0029-5515/54/7/072002>

Estimation of the Maximum of the Plasma Current Magnetic Energy Converted into Kinetic Energy of Runaway Electrons at Discharges in a Tokamak

V. Y. Savin*

National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia

*e-mail: svy29041994@mail.ru

Received April 7, 2022; revised April 14, 2022; accepted April 15, 2022

Within a model that includes a plasma, a vacuum gap and a wall of the tokamak chamber, the conversion of a plasma current poloidal magnetic field into the kinetic energy of runaway electrons (REs) in the termination phase of the discharge disruption is investigated. The equation for the change in the kinetic energy of REs is obtained, that allows to determine the change in the specified energy in the general case with the known REs density profile, REs current density and the magnetic field. For a flat plasma current density profile, an upper estimate for the REs kinetic energy and conversion was obtained.

Keywords: tokamak, discharge disruption, runaway electrons, energy conversion