

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЯДЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ

УДК 539.1.074.3

СТАНДАРТНАЯ ТЕОРИЯ СЦИНТИЛЛЯЦИОННЫХ СПЕКТРОМЕТРОВ С ОДНИМ ФОТОДЕТЕКТОРОМ

© 2022 г. В. В. Самедов*

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, 115409 Россия

*E-mail: v-samedov@yandex.ru

Поступила в редакцию 25.10.2020 г.

После доработки 21.07.2021 г.

Принята к публикации 23.07.2021 г.

Существующие в настоящее время макроскопические теории сцинтилляционных спектрометров с одним фотодетектором обладают рядом принципиальных недостатков. Преодолеть указанные недостатки позволяет корректное микроскопическое описание процессов, происходящих при преобразовании энергии первичной частицы в сигнал на выходе сцинтилляционного спектрометра. Сформулированная в работе математическая модель является основанием для стандартной теории сцинтилляционных спектрометров с одним фотодетектором, которая позволяет получать выражения для произвольных моментов функции распределения сигнала на выходе сцинтилляционного спектрометра. Показано, что в разработанной стандартной теории сцинтилляционных спектрометров с одним фотодетектором отсутствуют недостатки существующих в настоящее время теорий сцинтилляционных спектрометров. В частности, в разработанной стандартной теории показана структура вклада в энергетическое разрешение, связанного с нелинейностью световых выходов сцинтиллятора.

Ключевые слова: сцинтилляционный детектор, фотодетектор, энергетическое разрешение, световой ход, нелинейность световых выходов, светосбор, фактор Фано

DOI: 10.56304/S207956292201033X

1. ВВЕДЕНИЕ

Все процессы, происходящие в сцинтилляционных спектрометрах при регистрации первичных моноэнергетических частиц, приводят к уширению спектральных линий. При прохождении через материальную среду, заряженные частицы испытывают неупругие столкновения с молекулами и атомами среды. Неупругие столкновения могут сопровождаться как ионизацией, так и возбуждением молекул или атомов среды, а также образованием электронно-дырочных пар в полупроводниках и сцинтилляторах. В результате передачи энергии люминесцентным центрам, происходит излучение световых квантов с длинами волн, присущими данному сцинтиллятору. Эти кванты света в фотодетекторе преобразуются в импульсы электрического тока и далее регистрируются стандартными методами ядерной электроники. Основная задача теории сцинтилляционных спектрометров состоит в формулировании процессов, происходящих при преобразовании энергии регистрируемой частицы в сигнал на выходе сцинтилляционного спектрометра, и в их корректном математическом описании. Только такой подход позволяет получить корректные выражения для моментов функции распределения сигнала на выходе сцинтилляционного спектрометра.

2. МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ ТЕОРИИ СЦИНТИЛЛЯЦИОННЫХ СПЕКТРОМЕТРОВ С ОДНИМ ФОТОДЕТЕКТОРОМ

Первые попытки применения теории случайных процессов к процессам, происходящим в сцинтилляционных детекторах, процитированы в работе Эрнста Брайтенбергера [1]. Эта работа является основополагающей в теории сцинтилляционных детекторов. Все ее положения и выводы приведены в книге Дж. Биркса [2], являющейся до сих пор настольной книгой физиков, работающих в области сцинтилляционных детекторов. Работа Брайтенбергера, самая значительная для своего времени в теории сцинтилляционных детекторов, обладает рядом принципиальных недостатков. Во-первых, она является макроскопической теорией, в которой описание последовательных каскадных процессов осуществляется через моменты функций распределения величин, являющихся средними значениями соответствующих этапов. Во-вторых, в ней принимается, что каждая первичная частица, взаимодействующая со сцинтиллятором, генерирует в среднем $\bar{N}$ фотонов. Это означает, что в ней отсутствуют этапы, происходящие в сцинтилляторе перед процессом генерации фотонов, т.е. этапы преобразования энергии первичной частицы в энергию вторич-

ных заряженных частиц, генерации электронно-дырочных пар и возбуждения люминесцентных центров. В-третьих, в ней принимается, что флуктуации числа световых фотонов описываются распределением Пуассона. В-четвертых, она применима только к сцинтилляционным спектрометрам с одним фотодетектором.

Для среднего значения и относительной дисперсии выходного сигнала сцинтилляционного детектора в работах [1, 2] приводятся формулы

$$\bar{Q} = \bar{N} \cdot \bar{p} \cdot \bar{M}, \quad (1)$$

$$\eta_Q^2 = \frac{\sigma_Q^2}{\bar{Q}^2} = \eta_p^2 + (1 + \eta_p^2) \left(\eta_N^2 - \frac{1}{\bar{N}} \right) + \frac{1 + \eta_M^2}{\bar{N} \cdot \bar{p}}, \quad (2)$$

где $\bar{Q}$, σ_Q^2 и η_Q^2 — среднее значение, дисперсия и относительная дисперсия выходного сигнала; $\bar{N}$ и η_N^2 — среднее значение и относительная дисперсия числа фотонов, образуемых первичной частицей в сцинтилляторе; $\bar{p}$ и η_p^2 — среднее значение и относительная дисперсия вероятности фотону образовать электрон на первом диноде фотоумножителя; $\bar{M}$ и η_M^2 — среднее значение и относительная дисперсия коэффициента умножения ФЭУ.

Из формулы (2) следует, что минимальное значение относительной дисперсии достигается, когда флуктуации числа световых фотонов описываются распределением Пуассона, т.е. $\eta_N^2 = \bar{N}$, и флуктуации вероятности фотону образовать электрон на первом диноде фотоумножителя отсутствуют, т.е. $\bar{p} = p$ и $\eta_p^2 = 0$. В этом случае

$$\eta_{Q \min}^2 = \frac{1 + \eta_M^2}{\bar{N} \cdot p}. \quad (3)$$

Отмечу, что эта формула встречается во многих работах, и интерпретируется как собственное разрешение, т.е. предельное разрешение, которое может быть достигнуто в сцинтилляционном детекторе.

В последующих работах, для объяснения расхождения экспериментальных результатов с предсказаниями теории, в формулу для энергетического разрешения стали включать различные слагаемые, отражающие, с точки зрения авторов, вклад тех или иных факторов в энергетическое разрешение сцинтилляционных детекторов. Для иллюстрации можно привести две публикации с формулами, включающими вклады в энергетическое разрешение сцинтилляционных детекторов, которые различаются не только названиями, но и физическим смыслом учитываемых процессов. Так, в работе [3], приведена формула

$$(\Delta E/E)^2 = \delta_{sc}^2 + \delta_p^2 + \delta_{st}^2 + \delta_n^2, \quad (4)$$

где δ_{sc}^2 — собственное разрешение сцинтиллятора, δ_p^2 — вклад, связанный со сбором света фотоумножителем или фотодиодом, δ_{st}^2 — вклад статистических процессов умножения электронов в фотоумножителе или флуктуационных процессов в фотодиоде, и δ_n^2 — вклад шумов электроники. Только для вклада статистических процессов умножения электронов в фотоумножителе в работе [3] приводится формула

$$\delta_{st} = 2.35 \sqrt{(1 + \varepsilon)/N}, \quad (5)$$

где N — число фотоэлектронов, ε — относительная дисперсия коэффициента умножения фотоумножителя.

Аналогичная формула для энергетического разрешения R приведена в работе [4]

$$R^2 = R_{np}^2 + R_{inh}^2 + R_{tr}^2 + R_{lim}^2, \quad (6)$$

где R_{np}^2 — вклад, связанный с непропорциональностью световых выхода сцинтиллятора, R_{inh}^2 — вклад, связанный с неоднородностью характеристик сцинтилляционного кристалла, R_{tr}^2 — вклад, связанный со сбором света на фотокатод фотоумножителя, R_{lim}^2 — предельное разрешение детектора, формула для которого совпадает с формулой (5).

В книге Глена Нолла [5], посвященной детекторам и их применению для регистрации излучений, приводится формула

$$(\text{FWHM})_{\text{overall}}^2 = (\text{FWHM})_{\text{statistical}}^2 + (\text{FWHM})_{\text{noise}}^2 + (\text{FWHM})_{\text{drift}}^2 + \dots, \quad (7)$$

и возможные вклады, влияющие на энергетическое разрешение сцинтилляционных детекторов, лишь упоминаются.

В книге [6], посвященной детекторам элементарных частиц, приводится формула для энергетического разрешения сцинтилляционного детектора

$$\frac{\sigma_{E_{\text{dep}}}}{E_{\text{dep}}} = \sqrt{\frac{f}{N_{pe}} + \left(\frac{\sigma_e}{E_{\text{dep}}} \right)^2} + \Delta^2, \quad (8)$$

где f — фактор избыточного шума; σ_e — вклад шумов электроники; Δ — вклад от непропорциональности световых выхода сцинтиллятора. В формуле (8),

$$N_{pe} = L_{ph} E_{\text{dep}} \eta_c Q_s, \quad (9)$$

E_{dep} — энергия, поглощенная в сцинтилляторе; L_{ph} — световой выход сцинтилляционного кристалла; η_c — вероятность светосбора сцинтилляционных фотонов; Q_s — квантовая эффективность фотодетектора.

В работах [7, 8], авторы попытались объяснить вклад в энергетическое разрешение непропорциональности световых в сцинтилляторе, разделив вклады от ионизационных потерь и от дельта-электронов. Однако авторы, в итоге, просуммировали относительные флуктуации различных вкладов, что сразу перечеркнуло все их усилия. В разделе 4 будет показано, почему такой подход неверен.

В работе [9] авторы предположили, что флуктуации числа световых фотонов не подчиняются распределению Пуассона, и ввели фактор Фано для световых фотонов, генерируемых гамма-квантами в сцинтилляторе

$$\sigma_N^2 = F_N \bar{N}. \quad (10)$$

Из своих экспериментальных данных [9], подтверждённых авторами в их следующей статье [10], они получили для фактора Фано для световых фотонов в сцинтилляторе LaBr3:Ce значение $F_N = 0.10 \pm 0.16$ с фотоумножителем Hamamatsu R6233-100, и значение $F_N = 0.09 \pm 0.20$ с фотоумножителем Hamamatsu R7600U-200. Это дало им основание объявить об открытии субпуассоновской статистики фотонов в сцинтилляторах. Не останавливаясь на погрешностях их экспериментальных данных, на которые я указал им в работе [11], в работе [12] я объяснил ошибочность введения фактора Фано для световых фотонов.

В работе [13], авторы, в результате анализа факторов, влияющих на энергетическое разрешение, привели формулу, которая, с их точки зрения, учитывает все вклады, определяющие собственное разрешение сцинтилляционного детектора:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{N_{ph}}^2}{\langle N_{ph} \rangle^2} &= \frac{\sigma_{N_{eh}}^2}{\langle N_{eh} \rangle^2} + \\ &+ \frac{\int \langle q(n) \rangle (1 - \langle q(n) \rangle) \langle w(n) \rangle d \log n}{\langle N_{eh} \rangle \left(\int \langle q(n) \rangle \langle w(n) \rangle d \log n \right)^2} + \\ &+ \frac{\int \sigma_{q(n)}^2 \langle w(n) \rangle^2 d \log n}{\left(\int \langle q(n) \rangle \langle w(n) \rangle d \log n \right)^2} + \\ &+ \frac{\iint \langle q(n) \rangle \langle q(n') \rangle \text{cov}(w(n), w(n')) d \log n \cdot d \log n'}{\left(\int \langle q(n) \rangle \langle w(n) \rangle d \log n \right)^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

В формуле (11), $w(n)$ — функция распределения концентрации электронно-дырочных пар в треке, с условием нормировки

$$\int w(n) d \log n = 1, \quad (12)$$

$q(n)$ — доля возбуждений, которые производят световой фотон, и

$$\langle N_{ph} \rangle = \langle N_{eh} \rangle \int \langle q(n) \rangle \langle w(n) \rangle d \log n, \quad (13)$$

где $\langle N_{eh} \rangle$ — среднее число электронно-дырочных пар, образованных регистрируемой частицей.

Первое слагаемое в формуле (11) описывает вклад в энергетическое разрешение флуктуаций числа электронно-дырочных пар

$$\frac{\sigma_{N_{eh}}^2}{\langle N_{eh} \rangle^2} = \frac{F_{eh}}{\langle N_{eh} \rangle}. \quad (14)$$

Авторы выразили второе слагаемое в формуле (11)

$$\frac{\int \langle q(n) \rangle (1 - \langle q(n) \rangle) \langle w(n) \rangle d \log n}{\langle N_{eh} \rangle \left(\int \langle q(n) \rangle \langle w(n) \rangle d \log n \right)^2} = \frac{F_{ph}}{\langle N_{ph} \rangle}, \quad (15)$$

введя фактор Фано для световых фотонов

$$F_{ph} = \frac{\int \langle q(n) \rangle (1 - \langle q(n) \rangle) \langle w(n) \rangle d \log n}{\int \langle q(n) \rangle \langle w(n) \rangle d \log n} < 1, \quad (16)$$

и сделали заключение, что энергетическое разрешение не может быть лучше чем “теоретический” предел

$$\frac{\sigma_{N_{ph}}}{\langle N_{ph} \rangle} \approx \frac{1}{\sqrt{\langle N_{ph} \rangle}}. \quad (17)$$

Авторы связали третье слагаемое в формуле (11) с неоднородным распределением дефектов и примесей в кристалле σ_{inhom}^2 , и последнее слагаемое — с флуктуациями топологии треков σ_{track}^2 . Авторы отмечают, что флуктуации $w(n)$ могут быть оценены с использованием ковариации $\text{cov}(w(n), w(n'))$, которую можно рассчитать с помощью метода Монте-Карло.

В результате авторы привели формулу для собственного разрешения сцинтилляционного детектора

$$\begin{aligned} R_{int} &= 2.355 \frac{\sigma_{N_{ph}}}{\langle N_{ph} \rangle} = \\ &= 2.355 \sqrt{\frac{F_{eh}}{\langle N_{eh} \rangle} + \frac{F_{ph}}{\langle N_{ph} \rangle} + \sigma_{inhom}^2 + \sigma_{track}^2}, \end{aligned} \quad (18)$$

которая с учетом вклада фотоумножителя, принимает конечный вид

$$\begin{aligned} R_{int} &= 2.355 \times \\ &\times \sqrt{\frac{F_{eh}}{\langle N_{eh} \rangle} + \frac{F_{ph}}{\langle N_{ph} \rangle} + \frac{1 + \epsilon}{\langle N_{pe} \rangle} + \sigma_{inhom}^2 + \sigma_{track}^2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Анализ всех, приведенных в этом разделе работ, будет проведен в Разделе 4.

Следует отметить неоднозначность введения вкладов в энергетическое разрешение сцинтилляционных детекторов различными авторами, и отсутствие информации о связи соответствующих вкладов с характеристиками сцинтиллятора, интерфейса сцинтиллятор-фотодетектор, характеристиками фотодетектора и электронного тракта спектрометра.

Главный недостаток всех существующих работ заключается в возможности произвольного включения различных слагаемых в формулу для энергетического разрешения сцинтилляционных спектрометров, отражающих понимание происходящих в сцинтилляторе процессов тем или иным автором, как правило, без определенных формул для их связи с характеристиками детектора. Однако такая вставка “вручную” различных слагаемых является не только неправильной, но и контрпродуктивной, так как не позволяет сравнивать результаты, полученные различными научными группами.

Правильная формула для энергетического разрешения должна строго следовать из адекватного математического описания процессов, происходящих в сцинтилляционном детекторе при регистрации первичной частицы. Только в этом случае будет выявлена зависимость энергетического разрешения детектора от характеристик сцинтилляционного материала и других параметров детектора. Только такая формула может обладать предсказательной способностью. В частности, на ее основании могут быть сформулированы условия, при соблюдении которых из характеристик выходного сигнала можно извлечь информацию о характеристиках процессов, происходящих в детекторе при регистрации излучений.

3. МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СЦИНТИЛЛЯЦИОННОГО СПЕКТРОМЕТРА С ОДНИМ ФОТОДЕТЕКТОРОМ

Основным недостатком теории Брайтенберге-ра, и всех последующих работ, является то, что они являются макроскопическими теориями, учитывающими последовательные каскадные процессы через моменты функций распределения величин, являющихся средними значениями соответствующих этапов. Микроскопическая теория ветвящихся каскадных случайных процессов была развита в теории ливневых спектрометров [14] и опубликована в работах [15, 16]. Так как процесс преобразования энергии регистрируемой частицы в выходной сигнал фотодетектора сцинтилляционного спектрометра представляет случайный ветвящийся каскадный процесс, то для его описания наиболее адекватным является формализм производящих функций вероятности (ПФВ).

В работе [17] сформулирована математическая модель регистрации первичной частицы сцинтилляционным спектрометром с несколькими фо-

тодетекторами. Математическая модель учитывает, что процесс превращения энергии регистрируемой частицы в выходной сигнал спектрометра включает следующие последовательные этапы.

1. Этап взаимодействия регистрируемой частицы со сцинтилляционным кристаллом.
2. Этап генерации электронно-дырочных пар.
3. Этап рекомбинации электронно-дырочных пар.
4. Этап диффузии носителей (электронов, дырок и экситонов) в сцинтилляторе.
5. Этап активации люминесцентных центров.
6. Этап эмиссии светового фотона люминесцентным центром.
7. Этап светосбора светового фотона на фотокатод фотодетектора.
8. Этап преобразования светового фотона в фотоэлектрон в фотокатод фотодетектора.
9. Этап усиления сигнала фотодетектором и электронным усилителем, с учетом шумов электроники.

Микроскопический подход заключается в детальном описании случайных процессов преобразования энергии первичной частицы в детекторе, позволяющий выразить моменты функции распределения амплитуды выходного сигнала через моменты функций распределения этапов, в частности, через совместные функции распределения вторичных частиц в элементах фазового пространства $d\Gamma = dVdEd\Omega$.

Необходимо отметить, что математическая модель применима не только к неорганическим сцинтилляторам, но также и к органическим сцинтилляторам, если учесть, что этап генерации электронно-дырочных пар соответствует этапу ионизации и возбуждения органических молекул; этап рекомбинации электронно-дырочных пар — этапу “тушения” люминесценции; этап диффузии носителей — этапу миграции энергии возбуждения к другим молекулам; этап активации люминесцентного центра — этапу перехода энергии возбуждения соответствующему радиационному переходу; этап эмиссии светового фотона люминесцентным центром — этапу радиационного перехода с эмиссией светового фотона.

Все существующие в литературе формулы для энергетического разрешения применимы только к сцинтилляционным спектрометрам с одним фотодетектором при регистрации моноэнергетического рентгеновского излучения низкой энергии E_0 , когда вся энергия первичной частицы поглощается локально в точке $\mathbf{r}_c$. При этом считается, что люминесцентные центры сцинтиллятора осуществляют один излучающий переход. Чтобы понять преимущество микроскопической теории, по сравнению с существующими эмпириче-

скими формулами, приведем формулы для среднего значения и относительной дисперсии выходного сигнала микроскопической теории для данного случая

$$\langle Q(E_0) \rangle = \langle Y^c(E_0) \rangle_c \langle T(\mathbf{r}_c) \rangle_c \langle g \rangle, \quad (20)$$

$$\eta_Q^2(E_0) = \eta_{\text{cov}}^2 + \eta_{\text{pair}}^2 + \eta_{\text{tr}}^2 + \eta_{\text{gain}}^2 + \eta_{\text{noise}}^2, \quad (21)$$

$$\eta_{\text{cov}}^2 = \frac{\int \int_{E E'} dE dE' u(E - E_{\min}) u(E' - E_{\min}) \left\langle \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} \frac{\partial Y^c(E_0, E')}{\partial E'} \right\rangle_c \langle T^2(\mathbf{r}_c) \rangle_c}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c^2 \langle T(\mathbf{r}_c) \rangle_c^2} - 1 \quad (22)$$

— относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная ковариациями вторичных частиц в фазовом пространстве;

$$\eta_{\text{pair}}^2 = \frac{\int_E dE u(E - E_{\min}) \left\langle F(E) \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} S(E) Q \right\rangle_c \langle T^2(\mathbf{r}_c) \rangle_c}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c^2 \langle T(\mathbf{r}_c) \rangle_c^2} \quad (23)$$

— относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная флуктуациями числа электронно-дырочных пар;

$$\eta_{\text{tr}}^2 = \frac{1}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c \langle T(\mathbf{r}_c) \rangle_c} - \frac{\int_E dE u(E - E_{\min}) \left\langle \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} S(E) Q \right\rangle_c \langle T^2(\mathbf{r}_c) \rangle_c}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c^2 \langle T(\mathbf{r}_c) \rangle_c^2} \quad (24)$$

— относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная флуктуациями процессов, происходящих в детекторе от образования электронно-дырочной пары в сцинтилляторе до образования фотоэлектрона в фотодетекторе;

$$\eta_{\text{gain}}^2 = \frac{1}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c \langle T(\mathbf{r}_c) \rangle_c} \frac{\sigma_g^2}{\langle g \rangle^2} \quad (25)$$

— относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная флуктуациями коэффициента усиления фотодетектора и электронного усилителя;

$$\eta_{\text{noise}}^2 = \frac{\sigma_{\text{noise}}^2}{\langle Q(E_0) \rangle^2} \quad (26)$$

— относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная шумами фотодетектора и электроники.

Во всех приведенных выше формулах,

$$\frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} = \frac{w^c(E_0, E)}{\epsilon_{e-h}(E)} S(E) Q \quad (27)$$

— дифференциальный световой выход сцинтиллятора для энергии электрона E , образованного рентгеновским квантом с энергией E_0 , в процессе потери им энергии в сцинтилляторе; $w^c(E_0, E)$ — дифференциальная плотность поглощённой энергии для определенной конфигурации c распределения поглощенной энергии в элементах фазового пространства $d\Gamma = dV dE d\Omega$; $\epsilon_{e-h}(E)$ — средняя энергия образования электронно-дырочной пары электроном с энергией E ; $S(E)$ — вероятность активации люминесцентного центра, зависящая от тормозной способности электрона с энергией E ; Q — квантовая эффективность процесса люминесценции;

$$\begin{aligned} \langle Y^c(E_0) \rangle_c &= \\ &= \left\langle \int_E dE u(E - E_{\min}) \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} \right\rangle_c = E_0 L \end{aligned} \quad (28)$$

— световой выход сцинтиллятора для рентгеновских квантов с энергией E_0 ; L — удельный световой выход; $\langle g \rangle$ и σ_g^2 среднее значение и дисперсия коэффициента усиления фотодетектора; $u(E - E_{\min})$ — единичная функция Хевисайда, которая учитывает порог генерации электронно-дырочных пар. Ин-

декс c при угловых скобках обозначает усреднение по всевозможным распределениям поглощенной энергии в элементах фазового пространства. В формулах учтена коммутативность операций интегрирования и усреднения, и мультипликативность усреднения произведения независимых величин.

В приведенных выше формулах

$$T(\mathbf{r}) = (1 + \lambda_D^2 \Delta) \times \int_{\Omega'} \frac{d\Omega'}{4\pi} \int_S dS d\Omega'' \tau(\mathbf{r}, \lambda, \Omega', S, \Omega'') \eta(\lambda, S, \Omega'') \quad (29)$$

— вероятность сцинтилляционному фотону, испущенному люминесцентным центром в точке $\mathbf{r}$ объема сцинтиллятора, образовать фотоэлектрон в фотодетекторе; $\tau(\mathbf{r}, \lambda, \Omega', S, \Omega'')$ — вероятность фотону с длиной волны λ , испускаемого в направлении, принадлежащем элементу телесного угла $d\Omega'$, люминесцентным центром в точке сцинтиллятора $\mathbf{r}$, достичь элемента поверхности dS входного окна фотодетектора в направлении, принадлежащем элементу телесного угла $d\Omega''$ относительно нормали к элементу поверхности фотокатода; $\eta(\lambda, S, \Omega'')$ — квантовая эффективность элемента поверхности dS фотодетектора к световому фотону с длиной волны λ , пересекающему входное окно в направлении, принадлежащем элементу телесного угла $d\Omega''$; λ_D — характерная длина диффузии носителей; Δ — оператор Лапласа.

В отличие от всех существующих в настоящее время в литературе формул, формулы микроскопической теории содержат информацию о зависимостях всех вкладов в энергетическое разрешение от характеристик сцинтиллятора, интерфейса сцинтиллятор-фотодетектор, характеристик фотодетектора и электронного тракта спектрометра. Формулы отражают каскадный характер случайных процессов преобразования энергии первичной частицы в выходной сигнал спектрометра, поскольку каждый последующий вклад в энергетическое разрешение уменьшается в фактор, равный произведению средних значений предыдущих этапов.

4. АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ РАБОТ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Из микроскопической теории сцинтилляционных спектрометров следует, что формула (5) в работе [3] и третье слагаемое в формуле (19) в работе [13] не могут представлять статистический вклад ФЭУ или фотодиода, поскольку они содержат также положительную часть относительной дисперсии (24). Это неприемлемо, потому что отрицательное слагаемое относительной дисперсии

(24) не может отдельно входить в относительную дисперсию выходного сигнала, так как все вклады должны быть строго положительными. Только относительная дисперсия выходного сигнала, обусловленная флуктуациями процессов, происходящих в детекторе от образования электронно-дырочной пары в сцинтилляторе до образования фотоэлектрона в фотодетекторе (24) всегда положительна, поскольку является относительной дисперсией биномиального процесса. Следует отметить, что в работе [13], этот положительный вклад также учитывается во втором слагаемом формулы (11), то есть, дважды.

Формулы (5) и (19) справедливы только в случае, если флуктуации числа световых фотонов описываются распределением Пуассона, что является неприемлемым, поскольку относительная дисперсия выходного сигнала сцинтилляционного спектрометра не должна содержать фактора Фано для световых фотонов. Это связано с тем, что флуктуации процесса испускания световых фотонов различными люминесцентными центрами в сцинтилляторе являются независимыми. Так как процесс испускания светового фотона люминесцентным центром описывается биномиальным распределением, то его флуктуации учитываются в формуле (24). В относительную дисперсию выходного сигнала спектрометра, входит только фактор Фано, определяющий флуктуации числа электронно-дырочных пар. Фактор Фано для электронно-дырочных пар в полупроводниках имеет значение порядка 0.1, что и объясняет результаты, полученные в работах [9, 10].

Введение фактора Фано для световых фотонов в работах [9, 13] ошибочно, и может привести к неоднозначности, поскольку в физике фактор Фано для световых фотонов уже существует в квантовой оптике. В квантовой оптике статистика фотонов определяется фактором Фано для световых фотонов [18], который характеризует относительную дисперсию в числе фотонов в световом импульсе

$$\eta_N^2 = F / \langle N \rangle = (Q + 1) / \langle N \rangle, \quad (30)$$

где F — фактор Фано для световых фотонов, который связан с также используемым в квантовой оптике параметром Манделя определяемым соотношением

$$Q = (\langle (\Delta N)^2 \rangle - \langle N \rangle) / \langle N \rangle, \quad (31)$$

где $\langle N \rangle$ и $\langle (\Delta N)^2 \rangle$ — среднее число и дисперсия числа фотонов в световом импульсе.

В квантовой оптике существуют три возможных статистики фотонов в световом импульсе. Если $Q = 0$, то есть $F = 1$, то статистика фотонов

пуассоновская. Источник света со стабильной интенсивностью подчиняется статистике Пуассона, например, идеально когерентный лазерный свет. Если $Q > 0$, то есть $F > 1$, статистика фотонов суперпуассоновская. Любой классический источник света, или более точно, любой источник с хаотически изменяющейся интенсивностью света подчиняется суперпуассоновской статистике. Если $Q < 0$, то есть $0 < F < 1$, статистика фотонов субпуассоновская, то есть источник света является неклассическим, например, так называемый квантовый источник сжатого света. Нужно отметить, что создание неклассических источников света требует большой изобретательности, и разрабатывается во многих лабораториях во всем мире.

Являются ли результаты экспериментов [9, 10] доказательством открытия, как утверждали авторы, субпуассоновской статистики для световых фотонов в сцинтилляторах? Ни в коем случае! Это ошибочное утверждение происходит из-за отсутствия в классической теории сцинтилляционных спектрометров упомянутых выше промежуточных этапов, происходящих в сцинтилляторе перед процессом генерации световых фотонов, т.е. этапов преобразования энергии первичной частицы в энергию вторичных заряженных частиц, генерации электронно-дырочных пар и возбуждения люминесцентных центров. Результаты работ [9, 10] являются явным подтверждением вышеупомянутого недостатка классической теории и указывают на неприменимость описания статистики фотонов фактором Фано для световых фотонов в сцинтилляторе.

Фактор Фано для световых фотонов, введенный в работе [13], фактически определяется флуктуациями процессов, происходящих в детекторе от образования электронно-дырочной пары в сцинтилляторе до образования фотоэлектрона в фотодетекторе. А это означает, что введенный фактор Фано для световых фотонов определяется многими характеристиками конкретного спектрометра, такими как геометрия сцинтилляционного кристалла, его прозрачность, квантовый выход фотоприемника, и т.д. Поэтому, фактор Фано для световых фотонов (15) не фундаментален, и его введение бессмысленно с точки зрения сравнения результатов, полученных различными исследователями.

Единственный фундаментальный фактор — это фактор Фано для электронно-дырочных пар, который характеризует флуктуации процесса образования электронно-дырочных пар в сцинтилляторе. Следует отметить, что вклад флуктуаций процесса образования электронно-дырочных пар может быть представлен в форме (14) только для абсолютно прозрачного сцинтилляционного кристалла, иначе этот вклад должен быть представлен формулой (23).

Структура третьего слагаемого в формуле (11), который авторы связали с неоднородностью кристалла, противоречит определению функции плотности вероятности случайной величины в теории вероятности. Последнее слагаемое в формуле (11), которое авторы связали с флуктуациями в топологии треков σ_{track}^2 , определяется через ковариацию функции плотности вероятности, хотя в теории вероятности ковариация определена только для случайных величин.

По моему мнению, плотность концентрации электронно-дырочных пар в треке не является хорошей переменной для описания процессов, происходящих в сцинтилляторе, поскольку не зависит от пространственной переменной, хотя, как это следует из статьи, авторы имеют в виду распределение плотности ионизации в различных элементах объема сцинтиллятора. Поэтому, все полученные с этим распределением результаты действительны только в сцинтилляторах с абсолютной прозрачностью, хотя в реальных сцинтилляторах вероятность образования фотоэлектрона на фотокатоде фотодетектора существенно зависит от пространственной координаты образования светового фотона в кристалле. Наиболее адекватным для описания процессов, происходящих в сцинтилляторе, является использование фазового пространства вторичных частиц. Только при таком подходе, полная энергия, переданная вторичным частицам, всегда равна энергии регистрируемой частицы, в то время как полная ионизация меняется от регистрации к регистрации.

Главный вывод микроскопической теории состоит также в том, что невозможно отделить вклады от ионизационных потерь, от дельта-электронов и от непропорциональности световых выходов сцинтиллятора, так как они все входят в относительную дисперсию выходного сигнала детектора, вызванную ковариациями вторичных частиц в фазовом пространстве (22). Объяснить ошибочный подход в работах [7, 8], в которых авторы разделили вклады от ионизационных потерь, от дельта-электронов, и от непропорциональности световых выходов сцинтиллятора, а затем просуммировали их флуктуации, поможет простой пример. Если полная энергия, поглощенная сцинтиллятором, равна энергии регистрируемой частицы, то

$$E_0 = \sum_{\alpha j k} W_{\alpha j k}^c, \quad (32)$$

где $W_{\alpha j k}^c$ — энергия, поглощенная в элементе объема ΔV_i для определенной конфигурации s вторичных частиц $N_{\alpha j k}^c$ типа α в элементах фазового пространства $\Delta \Gamma_{j k} = \Delta V_i \Delta E_j \Delta \Omega_k$.

Усреднение по всем возможным комбинациям вторичных частиц в элементах фазового пространства дает соотношения

$$E_0 = \langle E_0 \rangle_c = \sum_{\alpha i j k} \langle W_{\alpha i j k}^c \rangle_c, \quad (33)$$

В результате дисперсия поглощенной энергии равна нулю

$$E_0^2 = \langle E_0^2 \rangle_c = \sum_{\alpha i j k} \sum_{\alpha' i' j' k'} \langle W_{\alpha i j k}^c W_{\alpha' i' j' k'}^c \rangle_c. \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{E_0}^2 &= \langle E_0^2 \rangle_c - \langle E_0 \rangle_c^2 = \\ &= \sum_{\alpha i j k} \sum_{\alpha' i' j' k'} \left(\langle W_{\alpha i j k}^c W_{\alpha' i' j' k'}^c \rangle_c - \langle W_{\alpha i j k}^c \rangle_c \langle W_{\alpha' i' j' k'}^c \rangle_c \right) = \\ &= \sum_{\alpha i j k} \sigma_{W_{\alpha i j k}^c}^2 + \sum_{\alpha i j k} \sum_{\alpha' i' j' k' \neq \alpha i j k} \left(\langle W_{\alpha i j k}^c W_{\alpha' i' j' k'}^c \rangle_c - \langle W_{\alpha i j k}^c \rangle_c \langle W_{\alpha' i' j' k'}^c \rangle_c \right) = 0. \end{aligned} \quad (35)$$

Последняя формула убедительно демонстрирует важность ковариаций между вторичными частицами в различных элементах фазового пространства. Суммирование дисперсий, не принимая во внимание ковариации между вторичными частицами в различных элементах фазового пространства, как это сделано в [7, 8], не дает правильного результата. Поэтому, любая подгонка свободных параметров теории с экспериментальными данными сомнительна.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что существующие в настоящее время макроскопические теории сцинтилляционных спектрометров с одним фотодетектором обладают рядом принципиальных недостатков. В работе сформулирована математическая модель, которая является основанием для стандартной теории сцинтилляционных спектрометров с одним фотодетектором, позволяющая получать выражения для произвольных моментов функции распределения сигнала на выходе сцинтилляционного спектрометра. Показано, что в разработанной стандартной теории сцинтилляционных спектрометров отсутствуют недостатки существующих в настоящее время теорий сцинтилляционных спектрометров с одним фотодетектором.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. Breitenberger E. // Progr. Nucl. Phys. 1955. V. 4. P. 56.

2. Birks J.B. The Theory and Practice of Scintillation Counting. 1967. London: Pergamon.
3. Moszyński M. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 2016. V. 805. P. 25.
4. Lecoq P. et al. Inorganic Scintillators for Detector Systems. 2006. Berlin: Springer.
5. Knoll G.F. Radiation Detection and Measurement. 2000. New York: Wiley.
6. Grupen C., Schwartz B. Particle Detectors. 2008. New York: Cambridge Univ. Press.
7. Payne S.A. et al. // IEEE Trans. Nucl. Sci. 2009. V. 56. P. 2506.
8. Payne S.A. // IEEE Trans. Nucl. Sci. 2015. V. 62. P. 372.
9. Bousselham A. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 2010. V. 620. P. 359.
10. Bora V. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 2016. V. 805. P. 72.
11. Samedov V.V. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 2012. V. 691. P. 168.
12. Samedov V.V. // X-Ray Spectrom. 2019. V. 48. P. 597.
13. Gektin A., Vasil'ev A. // Radiat. Meas. 2019. V. 122. P. 108.
14. Samedov V.V. PhD Thesis. 1972. Moscow: Moscow Eng. Phys. Inst.
15. Samedov V.V. // Instrum. Exp. Tech. 1985. V. 28. P. 580.
16. Samedov V.V. // Meas. Tech. 1985. V. 28. P. 265.
17. Samedov V.V. // EPJ Web Conf. 2020. V. 225. P. 01007.
18. Loudon R. The Quantum Theory of Light. 2000. New York: Oxford Univ. Press.

Standard Theory of a Scintillation Spectrometer with a Single Photodetector

V. V. Samedov*

National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia

*e-mail: v-samedov@yandex.ru

Received October 25, 2020; revised July 21, 2021; accepted July 23, 2021

Abstract—The currently existing macroscopic theories of scintillation spectrometers with a single photodetector have a number of fundamental drawbacks. The drawbacks can be overcome by a correct microscopic

description of the processes occurring when the energy of the primary particle is converted into an output signal of the scintillation spectrometer. The mathematical model formulated in this work is the basis for the standard theory of scintillation spectrometers with a single photodetector, which allows one to obtain expressions for arbitrary moments of the signal distribution function at the output of the scintillation spectrometer. It is shown that the developed standard theory of scintillation spectrometers with a single photodetector does not have the drawbacks of other theories of scintillation spectrometers. In particular, the contribution to the energy resolution associated with the light yield nonlinearity of the scintillator is considered in the developed standard theory.

Keywords: scintillation detector, photodetector, energy resolution, light yield, light yield nonlinearity, light collection, Fano factor