ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА И ИНЖИНИРИНГ, 2023, том 14, № 2, с. 151–159

ИНЖЕНЕРНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЯДЕРНО-ФИЗИЧЕСКОЙ АППАРАТУРЫ

УДК 539.1.074.3

СТАНДАРТНАЯ ТЕОРИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ДЕТЕКТОРОВ С НЕСКОЛЬКИМИ СИГНАЛЬНЫМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

© 2023 г. В. В. Самедов*

Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, 115409 Россия

**E-mail: v-samedov@yandex.ru*

Поступила в редакцию 30.07.2022 г.
После доработки 31.07.2022 г.
Принята к публикации 31.07.2022 г.

Все процессы, происходящие в полупроводниковых детекторах при регистрации первичных моноэнергетических частиц, приводят к уширению спектральных линий. В данной работе, используя теорию ветвящихся каскадных процессов, получено общее выражение для энергетического разрешения полупроводниковых детекторов с несколькими сигнальными электродами. Показано, что общая формула включает все вклады в уширение спектральной линии, описанные в литературе, и включает дополнительные вклады, связанные с флуктуациями времен жизни электронов и дырок, обусловленных неоднородной плотностью ловушек в полупроводниковом материале, и флуктуациями коэффициента усиления электронного тракта. Из общей формулы, в частности, получено приближение для энергетического разрешения полупроводникового детектора при регистрации низкоэнергетического рентгеновского излучения.

Ключевые слова: полупроводниковый детектор, энергетическое разрешение, индукция заряда, захват электронов и дырок ловушками

DOI: 10.56304/S2079562922050414

1. ВВЕДЕНИЕ

Все процессы, происходящие в детекторах при регистрации первичных моноэнергетических частиц, приводят к уширению спектральных линий. Существуют полуэмпирические формулы для энергетического разрешения полупроводниковых детекторов, в которых принимается во внимание вклад тех или иных факторов. В работах [1–4] полагается, что дисперсия сигнала на выходе детектора определяется статистикой образования носителей заряда и шумами электронного тракта детектора

$$\sigma_S^2 = \sigma_E^2 + \sigma_{\text{noise}}^2 = F\varepsilon E + \sigma_{\text{noise}}^2. \quad (1)$$

В работе [5], для улучшения согласия с экспериментальными данными, в дисперсию выходного сигнала включено слагаемое, обусловленное неэффективным сбором заряда

$$\sigma_S^2 = \sigma_E^2 + \sigma_{\text{noise}}^2 = F\varepsilon E + a_1 E^{a2} + \sigma_{\text{noise}}^2, \quad (2)$$

где a_1 и a_2 являются константами, определяемыми наилучшей подгонкой к экспериментальным результатам. В работе [6] был использован аналогичный подход, считая, что константа $a_2 = 2$. В книге [7], для оценки вклада флуктуаций, обусловленных неполным сбором заряда, используется формула, полученная в работе [8]. Однако данная формула применима только в случае равномерной ионизации и не применима в случае рентгеновского излучения, ослабление которого происходит в соответствии с экспоненциальным законом [9]. Следует отметить, что в литературе отсутствуют формулы для энергетического разрешения полупроводниковых детекторов с несколькими сигнальными электродами.

Правильная формула для дисперсии сигнала полупроводникового детектора должна строго следовать из адекватного математического описания процессов, происходящих при регистрации частицы детектором. Только в этом случае будет выявлена зависимость энергетического разрешения детектора от характеристик полупроводникового материала и других параметров детектора. Только такая формула может обладать предсказательной способностью. В частности, могут быть сформулированы условия, при соблюдении которых из характеристик выходного сигнала можно извлечь информацию о характеристиках процессов, происходящих в детекторе при регистрации излучений.

Главный недостаток всех существующих работ заключается в возможности введения различных слагаемых в формулу для энергетического разрешения, как правило, не приводя определенных формул для их связи с характеристиками полупроводникового детектора. Однако такое введение различных вкладов руками является не только неправильным, но также и контрпродуктивным, поскольку не позволяет сравнивать результаты, полученные различными научными группами.

Правильный подход к получению формулы для энергетического разрешения полупроводникового детектора с несколькими сигнальными электродами, который может представлять собой микростриповый или пиксельный детектор, заключается в создании теоретической модели, которая включает все возможные процессы, происходящие при превращении энергии регистрируемой частицы в выходные сигналы электродов полупроводникового детектора. Только после создания теоретической модели, она, используя соответствующий формализм, должна быть переведена в соответствующую математическую форму. Так как процесс превращения энергии регистрируемой частицы в выходные сигналы электродов полупроводникового детектора является ветвящимся каскадным случайным процессом, то для его математического описания должен использоваться формализм производящих функций вероятности (ПФВ). Только в этом случае, формулы для любых моментов функций распределения выходных сигналов будут строго следовать из теории. В соответствии с теоретической моделью, эти формулы будут содержать всю информацию о зависимостях всех вкладов в энергетическое разрешение от характеристик полупроводникового материала и характеристик электроники полупроводникового детектора. Только такая формула будет обладать предсказательной способностью. Следует подчеркнуть, что любое изменение в теории возможно только на этапе формулирования теоретической модели, так как математический формализм впоследствии гарантирует получение всех необходимых формул. Только после получения формул для моментов функций распределения выходных сигналов, можно делать необходимые приближения, учитывающие условия эксперимента, при которых из характеристик выходных сигналов можно извлечь информацию об особенностях процессов, происходящих в детекторе при регистрации излучения.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕГИСТРАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМ ДЕТЕКТОРОМ С НЕСКОЛЬКИМИ СИГНАЛЬНЫМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

Сформулируем математическую модель, описывающую процессы, происходящие в полупроводниковом детекторе, при преобразовании энергии регистрируемой частицы в сигналы на выходе электродов. Поскольку процесс формирования сигнала на выходе детектора представляет собой случайный ветвящийся каскадный процесс, то для его описания наиболее адекватен формализм производящих функций вероятности [10].

При формулировке математической модели регистрации первичной моноэнергетической частицы полупроводниковым детектором, воспользуемся подходом, разработанным в теории ливневых спектрометров [11—13]. Процесс преобразования энергии первичной моноэнергетической частицы в выходной сигнал включает следующие последовательные этапы.

1. <u>Этап превращения энергии первичной моноэнергетической частицы в энергию вторичных частиц.</u> Разобьем координатное пространство на элементы объема $\Delta V_i(\alpha = \overline{1, A})$, которые принадлежат объему детектора V, и ΔV_0 — элемент объема, объединяющий пространство, не принадлежащее объему детектора.

Первичная моноэнергетическая частица, с энергией E_0, взаимодействуя с веществом, производит в элементах объема $\Delta V_i(i = \overline{0, I})$ вторичные частицы типа $\alpha(\alpha = \overline{1, A})$, где индекс α определяет вторичные частицы: фотоны, электроны, позитроны, фононы и т.д. Разобьем диапазон возможных энергий вторичных частиц на энергетические интервалы $\Delta E_j(j = \overline{1, J})$, а пространство возможных направлений вторичных частиц на элементы телесного угла $\Delta\Omega_k(k = \overline{1, K})$.

Введем $A \times I \times J \times K$-мерный случайный вектор $\{N_{\alpha ijk}\}$, компоненты которого $N_{\alpha ijk}$ представляют число вторичных частиц типа α, принадлежащих элементу фазового пространства $\Delta\Gamma_{ijk} = \Delta V_i \Delta E_j \Delta\Omega_k$. Введем вероятности $p^c_{\alpha ijk}$ всевозможных комбинаций компонентов случайного вектора $\{N^c_{\alpha ijk}\}$, которые характеризуют все возможные распределения вторичных частиц по элементам фазового пространства.

2. <u>Этап генерации электронно-дырочных пар</u>. Введем производящую функцию числа электронно-дырочных пар $f_{\nu_{\alpha ijk}}[s]$, генерируемых вторичной частицей типа α, принадлежащей элементу фазового пространства $\Delta\Gamma_{ijk}$. Здесь и далее s обозначает вспомогательную переменную производящих функций вероятности. В полупроводниковом детекторе вклад в сигнал дают вторичные частицы, энергия которых превышает определенный порог $E_{\alpha ij_{\min}k}$, который может зависеть от типа вторичной частицы, ее энергии и направления, а также от пространственной координаты в объеме детектора. В собственных полупроводниках этот порог равен энергии запрещенной зоны. Это обстоятельство можно учесть, считая, что среднее значение $\langle \nu_{\alpha ijk} \rangle$ и дисперсия $\sigma^2_{\nu_{\alpha ijk}}$ числа электронно-дырочных пар равны нулю для вто-

ричных частиц с энергиями ниже пороговой $j \le j_{\alpha\ \min}$.

3. Этап индукции заряда на сигнальных электродах детектора носителями заряда – электронами и дырками. На дрейф носителя заряда в электрическом поле накладывается процесс тепловой диффузии. Так как тепловая скорость обычно много больше скорости дрейфа, то это приводит к различным траекториям носителей заряда. Неоднородная концентрация ловушек в материале полупроводника приводит к различным временам дрейфа для различных траекторий носителей заряда до их захвата ловушкой. Время дрейфа носителя заряда перед его захватом ловушкой, обычно называемое временем жизни носителя заряда определяется выражением

$$\tau_\pi = \frac{1}{v_{\mathrm{th}\,\pi}\sigma_\pi N_{t\,\pi}}, \tag{3}$$

где $N_{t\,\pi}$ – плотность ловушек, $v_{\mathrm{th}\,\pi}$ – тепловая скорость носителя заряда и σ_π – сечение захвата носителя заряда ловушкой. В формуле (1) индекс π принимает значение $\pi = 1$ для электронов и $\pi = 2$ для дырок.

Так как плотность ловушек носителей заряда $N_{t\,\pi} \gg 1$, то, согласно закону больших чисел, распределение плотности ловушек должно подчиняться нормальному распределению со средним значением $\langle N_{t\,\pi}\rangle$ и дисперсией $\sigma^2_{N_{t\,\pi}}$. Поэтому, при рассмотрении флуктуаций, мы должны рассматривать величину, обратную времени жизни носителей заряда, поскольку распределение обратного времени жизни носителей заряда $\rho_\pi(\tau_\pi^{-1})$ также должно быть нормальным со средним значением $\langle\tau_\pi^{-1}\rangle$, дисперсией $\sigma^2_{\tau_\pi^{-1}}$, и относительной дисперсией $\eta^2_{\tau_\pi^{-1}} = \sigma^2_{\tau_\pi^{-1}}/\langle\tau_\pi^{-1}\rangle^2$, равной относительной дисперсии плотности ловушек носителей заряда $\eta^2_{N_{t\,\pi}} = \sigma^2_{N_{t\,\pi}}/\langle N_{t\,\pi}\rangle^2$.

Мы рассмотрим полупроводниковый детектор, один из электродов которого разделен на M элементов – пикселей или стрипов, которые в дальнейшем мы будем именовать сигнальными электродами. Введем производящую функцию процесса индукции заряда на m-м $(m = \overline{1,M})$ сигнальном электроде детектора электронно-дырочной парой, образованной в элементе объема ΔV_i

$$f_{q\,im}[s_m] = \left(\prod_{\pi=1}^{2}\int d\tau_\pi^{-1}\rho_\pi(\tau_\pi^{-1})f_{q\,\pi im}[\tau_\pi^{-1}, s_m]\right), \tag{4}$$

где $f_{q\,\pi im}\left[\tau_\pi^{-1}, s_m\right]$ – производящая функция процесса индукции заряда на m-м сигнальном электроде детектора носителем заряда типа π, образованном в элементе объема ΔV_i. s_m обозначает переменную производящей функции вероятности индукции заряда на m-м сигнальном электроде. Производящая функция (4) учитывает независимость вкладов от электрона и дырки в заряд, индуцируемый на m-м сигнальном электроде детектора, а также, что вклады от всевозможных траекторий носителя заряда типа π являются взаимоисключающими событиями.

4. Этап усиления сигнала электроникой m-го сигнального электрода детектора. Введем $f_{g\,m}\left[s_m\right]$ – производящую функцию коэффициента усиления сигнала электронным усилителем m-го сигнального электрода со средним значением $\langle g_m\rangle$ и дисперсией $\sigma^2_{g\,m}$, и $f_{\mathrm{noise}\,m}[s_m]$ – производящую функцию шумов электронного тракта m-го сигнального электрода с нулевым средним значением и дисперсией $\sigma^2_{\mathrm{noise}\,m}$.

Для приведенной выше модели ветвящегося каскадного случайного процесса регистрации моноэнергетических частиц полупроводниковым детектором с M сигнальными электродами производящая функция имеет вид

$$\begin{gathered} f_Q[\{s_m\}] = \lim_{IJK\to\infty}\sum_c p^c_{\alpha ijk}\prod_{\alpha=1}^{A}\prod_{i=1}^{I}\prod_{j=j_{\min}}^{J}\prod_{k=1}^{K}\Bigg(f_{\nu_{\alpha ijk}}\times \\ \times\left[\prod_{\pi=1}^{2}\int d\tau_\pi^{-1}\rho_\pi(\tau_\pi^{-1})\prod_{m=1}^{M}f_{q\,\pi im}[\tau_\pi^{-1}, f_{g\,m}[s_m]]\right]\Bigg)^{N^c_{\alpha ijk}}\times \\ \times\prod_{m=1}^{M}f_{\mathrm{noise}\,m}[s_m], \end{gathered} \tag{5}$$

где выходные сигналы электродов выражены в единицах заряда электрона.

Если в формуле (5) положить все $s_m = s$, $\left(m = \overline{1,M}\right)$, то получим формулу для производящей функции суммарного сигнала, представляющего собой сумму сигналов всех сигнальных электродов полупроводникового детектора.

$$f_Q[s] = \lim_{IJK\to\infty}\sum_c p^c_{\alpha ijk}\prod_{\alpha=1}^{A}\prod_{i=1}^{I}\prod_{j=j_{\min}}^{J}\prod_{k=1}^{K}\left(f_{\nu_{\alpha ijk}}\left[\prod_{\pi=1}^{2}\int d\tau_\pi^{-1}\rho_\pi(\tau_\pi^{-1})\cdot\prod_{m=1}^{M}f_{q\,\pi im}\left[\tau_\pi^{-1}, f_{g\,m}\left[s\right]\right]\right]\right)^{N^c_{\alpha ijk}}\prod_{m=1}^{M}f_{\mathrm{noise}\,m}[s]. \tag{6}$$

Из производящей функции (6), среднее значение суммарного выходного сигнала полупроводникового детектора имеет вид

$$\langle Q\rangle = \left.\frac{df_Q[s]}{ds}\right|_{s=1} = \\ = \lim_{IJK\to\infty}\sum_c p^c_{\alpha ijk}\sum_{\alpha=1}^{A}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\sum_{m=1}^{M} Q^c_{\alpha ijkm}, \tag{7}$$

где

$$Q^c_{\alpha ijkm} = N^c_{\alpha ijk}\left\langle \nu_{\alpha ijk}\right\rangle \sum_{\pi=1}^{2}\left\langle\left\langle q_{\pi im}\right\rangle\right\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\left\langle g_m\right\rangle \tag{8}$$

– вклад в сигнал m-го сигнального электрода от вторичных частиц типа α, принадлежащих элементу фазового пространства $\Delta\Gamma_{ijk}$.

Из производящей функции (6), дисперсия суммарного выходного сигнала полупроводникового детектора имеет вид

$$\sigma^2_Q = \left.\frac{d^2 f_Q[s]}{ds^2}\right|_{s=1} + \left.\frac{df_Q[s]}{ds}\right|_{s=1} - \left(\left.\frac{df_Q[s]}{ds}\right|_{s=1}\right)^2 = \\ = \sigma^2_{\text{cov}} + \sigma^2_{\text{pair}} + \sigma^2_{\text{ind}} + \sigma^2_{\text{gain}} + \sigma^2_{\text{noise}}. \tag{9}$$

В формуле (9) σ^2_{cov} – дисперсия суммарного выходного сигнала полупроводникового детектора, обусловленная ковариациями вторичных частиц в фазовом пространстве

$$\sigma^2_{\text{cov}} = \lim_{IJK\to\infty}\sum_{\alpha=1}^{A}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\sum_{\alpha'=1}^{A}\sum_{i'=1}^{I}\sum_{j'=1}^{J}\sum_{k'=1}^{K}\times \\ \times\left(\left\langle\sum_{m=1}^{M}Q^c_{\alpha ijkm}\sum_{m'=1}^{M}Q^c_{\alpha' i' j' k' m'}\right\rangle_c - \left\langle\sum_{m=1}^{M}\left\langle Q^c_{\alpha ijkm}\right\rangle\right\rangle_c\times \right. \\ \left.\times\left\langle\sum_{m'=1}^{M}\left\langle Q^c_{\alpha' i' j' k' m'}\right\rangle\right\rangle_c\right). \tag{10}$$

Индекс c при угловых скобках указывает на усреднение по всевозможным комбинациям компонентов случайного вектора $\{N^c_{\alpha ijk}\}$.

В формуле (9), σ^2_{pair} – дисперсия суммарного выходного сигнала, обусловленная флуктуациями процесса образования электронно-дырочных пар

$$\sigma^2_{\text{pair}} = \lim_{IJK\to\infty}\sum_{\alpha=1}^{A}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\left\langle N^c_{\alpha ijk}\right\rangle_c \sigma^2_{\nu_{\alpha ijk}}\left(\sum_{m=1}^{M}\sum_{\pi=1}^{2}\left\langle\left\langle q_{\pi im}\right\rangle\right\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\left\langle g_m\right\rangle\right)^2 = \\ = \lim_{IJK\to\infty}\sum_{\alpha=1}^{A}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\left\langle N^c_{\alpha ijk}\right\rangle_c F_{\alpha ijk}\left\langle \nu_{\alpha ijk}\right\rangle\left(\sum_{m=1}^{M}\sum_{\pi=1}^{2}\left\langle\left\langle q_{\pi im}\right\rangle\right\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\left\langle g_m\right\rangle\right)^2, \tag{11}$$

где $\left\langle N_{\alpha ijk}\right\rangle_c$ – среднее число частиц типа α, в элементе фазового пространства $\Delta\Gamma_{ijk}$. В формуле (11), в соответствии с моделью Фано [14], считается, что флуктуации числа электронно-дырочных пар пропорциональны их среднему значению

$$\sigma^2_{\nu_{\alpha ijk}} = F_{\alpha ijk}\left\langle \nu_{\alpha ijk}\right\rangle, \tag{12}$$

где $F_{\alpha ijk}$ – фактор Фано для вторичных частиц типа α, принадлежащих элементу фазового пространства $\Delta\Gamma_{ijk}$.

В формуле (9),

$$\sigma^2_{\text{ind}} = \lim_{IJK\to\infty}\sum_{\alpha=1}^{A}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\left\langle N_{\alpha ijk}\right\rangle_c\left\langle \nu_{\alpha ijk}\right\rangle\times \\ \times\sum_{\pi=1}^{2}\left(\left\langle\left(\sum_{m=1}^{M}\left\langle q_{\pi im}\right\rangle\left\langle g_m\right\rangle\right)^2\right\rangle_{\tau_\pi^{-1}} - \right. \\ - \left(\sum_{m=1}^{M}\left\langle\left\langle q_{\pi im}\right\rangle\right\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\left\langle g_m\right\rangle\right)^2 + \\ \left. + \sum_{m=1}^{M}\left(\left\langle\left\langle q^2_{\pi im}\right\rangle\right\rangle_{\tau_\pi^{-1}} - \left\langle\left\langle q_{\pi im}\right\rangle^2\right\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\right)\left\langle g_m\right\rangle^2\right) \tag{13}$$

– дисперсия суммарного выходного сигнала, обусловленная флуктуациями процесса индукции заряда;

$$\sigma^2_{\text{gain}} = \lim_{IJK\to\infty}\sum_{\alpha=1}^{A}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\left\langle N^c_{\alpha ijk}\right\rangle_c\left\langle \nu_{\alpha ijk}\right\rangle\sum_{\pi=1}^{2}\sum_{m=1}^{M}\left\langle\left\langle q_{\pi im}\right\rangle\right\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\sigma^2_{g\,m} \tag{14}$$

– дисперсия суммарного выходного сигнала, обусловленная флуктуациями коэффициентов усиления электронных трактов сигнальных электродов; σ^2_{noise} – дисперсия суммарного выходного сигнала, обусловленная шумами электронных трактов сигнальных электродов.

В приведенных выше формулах индекс при угловых скобках означает усреднение по распределениям обратного времени жизни носителей, в частности

$$\left\langle\left\langle q_{\pi im}\right\rangle\right\rangle_{\tau_\pi^{-1}} = \int d\tau_\pi^{-1}\rho_\pi(\tau_\pi^{-1})\left\langle q_{\pi im}(\tau_\pi^{-1})\right\rangle, \tag{15}$$

$$\left\langle\left\langle q^2_{\pi im}\right\rangle\right\rangle_{\tau_\pi^{-1}} = \int d\tau_\pi^{-1}\rho_\pi(\tau_\pi^{-1})\left\langle q^2_{\pi im}(\tau_\pi^{-1})\right\rangle \tag{16}$$

представляют усредненные по распределению обратного времени жизни первый и второй моменты функции распределения заряда, индуцированного на m-м сигнальном электроде детектора носителем заряда типа π, образованного в элементе объема ΔV_i [15].

Так как в случае полупроводникового детектора среднее число электронно-дырочных пар определяется энергией, поглощенной в элементе объема детектора, то удобно перейти от распределения частиц к распределению поглощенной энергии следующим образом

$$N^c_{\alpha ijk}\left\langle \nu_{\alpha ijk}\right\rangle = W^c_{\alpha ijk}/\varepsilon_{\alpha ijk}, \tag{17}$$

где $W^c_{\alpha ijk}$ энергия, поглощенная в элементе объема ΔV_i при появлении в нем $N^c_{\alpha ijk}$ вторичных частиц типа α, принадлежащих элементу фазового пространства $\Delta\Gamma_{ijk} = \Delta V_i \Delta E_j \Delta\Omega_k$, $\varepsilon_{\alpha ijk}$ – средняя энергия образования электронно-дырочной пары.

Для каждой из возможных комбинаций потерь энергии вторичных частиц во всем пространстве полная поглощенная энергия равна энергии первичной частицы E_0

$$\sum_{\alpha=1}^{A}\sum_{i=0}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} W^c_{\alpha ijk} = E_0. \tag{18}$$

Любой детектор обычно характеризуется энергетическим разрешением пика полного поглощения, когда вся энергия моноэнергетической первичной частицы E_0 поглощается в объеме детектора

$$\sum_{\alpha=1}^{A}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} W^c_{\alpha ijk} = E_0. \tag{19}$$

Для случая полного поглощения энергии моноэнергетической первичной частицы в объеме детектора, введем функцию распределения поглощенной энергии $\rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ с условием нормировки

$$\sum_{\alpha=1}^{A}\int_V\int_E\int_\Omega dVdEd\mathbf{\Omega}\rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = 1, \tag{20}$$

а также парную функцию распределения $\rho_{W\alpha W'\alpha'}(E_0, \mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}, \mathbf{r}', E', \mathbf{\Omega}')$ с условием нормировки

$$\begin{gathered}\sum_{\alpha=1}^{A}\sum_{\alpha'=1}^{A}\int_V\int_E\int_\Omega\int_{V'}\int_{E'}\int_{\Omega'} dVdEd\mathbf{\Omega}dV'dE'd\mathbf{\Omega}' \times \\ \times \rho_{\rho_{W\alpha W'\alpha'}}(E_0, \mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}, \mathbf{r}', E', \mathbf{\Omega}') = 1.\end{gathered} \tag{21}$$

При переходе к распределению поглощенной энергии, среднее значение выходного сигнала полупроводникового детектора будет иметь вид

$$\begin{gathered}\left\langle Q\right\rangle = E_0\sum_{\alpha=1}^{A}\int_V\int_E\int_\Omega dVdEd\mathbf{\Omega}\rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) \times \\ \times \frac{u(E - E_{\alpha\ \min}(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}))}{\varepsilon_\alpha(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})}\sum_{\pi=1}^{2}\sum_{m=1}^{M}\left\langle\left\langle q_{\pi m}(\mathbf{r})\right\rangle\right\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\left\langle g_m\right\rangle,\end{gathered} \tag{22}$$

где $u(x)$ – единичная функция Хевисайда, $u(x) = 0$ для $x < 0$ и $u(x) = 1$ для $x \geq 0$, которая учитывает порог генерации электронно-дырочных пар; $\varepsilon_\alpha(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ – средняя энергия образования электронно-дырочной пары вторичной частицей типа α, с энергией E, движущейся в направлении $\mathbf{\Omega}$ в точке с радиусом-вектором $\mathbf{r}$.

Вклады в дисперсию выходного сигнала полупроводникового детектора

$$\sigma^2_Q = \sigma^2_{\text{cov}} + \sigma^2_{\text{pair}} + \sigma^2_{\text{ind}} + \sigma^2_{\text{gain}} + \sigma^2_{\text{noise}}, \tag{23}$$

будут определяться следующими выражениями

$$\begin{gathered}\sigma^2_{\text{cov}} = E_0^2\left\{\sum_{\alpha=1}^{A}\sum_{\alpha'=1}^{A}\int_V\int_E\int_\Omega\int_{V'}\int_{E'}\int_{\Omega'} dVdEd\mathbf{\Omega}dV'dE'd\mathbf{\Omega}' \times \right. \\ \times \rho_{\rho_{W\alpha W'\alpha'}}(E_0, \mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}, \mathbf{r}', E', \mathbf{\Omega}') \times \\ \times \frac{u(E - E_{\alpha\min}(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}))}{\varepsilon_\alpha(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})}\sum_{\pi=1}^{2}\sum_{m=1}^{M}\left\langle\left\langle q_{\pi m}(\mathbf{r})\right\rangle\right\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\left\langle g_m\right\rangle \times \\ \times \frac{u(E' - E_{\alpha'\min}(\mathbf{r}', E', \mathbf{\Omega}'))}{\varepsilon_{\alpha'}(\mathbf{r}', E', \mathbf{\Omega}')} \times \\ \times \sum_{\pi=1}^{2}\sum_{m'=1}^{M}\left\langle\left\langle q_{\pi m'}(\mathbf{r}')\right\rangle\right\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\left\langle g_{m'}\right\rangle -\end{gathered} \tag{24}$$

$$-\left(\sum_{\alpha=1}^{A}\int_V\int_E\int_\Omega dVdEd\mathbf{\Omega}\rho_{W\alpha}(E_0,\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})\times\right.$$
$$\left.\times\frac{u(E-E_{\alpha\ \min}(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega}))}{\varepsilon_\alpha(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})}\sum_{\pi=1}^{2}\sum_{m=1}^{M}\langle\langle q_{\pi m}(\mathbf{r})\rangle\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\langle g_m\rangle\right)^2\Bigg\},$$

$$\sigma^2_{\text{pair}} = E_0\sum_{\alpha=1}^{A}\int_V\int_E\int_\Omega dVdEd\mathbf{\Omega}\rho_{W\alpha}(E_0,\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})\times \times\frac{F_\alpha(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})}{\varepsilon_\alpha(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})}u(E-E_{\alpha\min}(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega}))\times \times\left(\sum_{\pi=1}^{2}\sum_{m=1}^{M}\langle\langle q_{\pi m}(\mathbf{r})\rangle\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\langle g_m\rangle\right)^2, \tag{25}$$

$$\sigma^2_{\text{ind}} = E_0\sum_{\alpha=1}^{A}\int_V\int_E\int_\Omega dVdEd\mathbf{\Omega}\rho_{W\alpha}(E_0,\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})\times \times\frac{u(E-E_{\alpha\ \min}(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega}))}{\varepsilon_\alpha(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})}\times \times\sum_{\pi=1}^{2}\left(\left\langle\left(\sum_{m=1}^{M}\langle q_{\pi m}(\mathbf{r})\rangle\langle g_m\rangle\right)^2\right\rangle_{\tau_\pi^{-1}} - -\left(\sum_{m=1}^{M}\langle\langle q_{\pi m}(\mathbf{r})\rangle\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\langle g_m\rangle\right)^2 + +\sum_{m=1}^{M}\left(\left\langle\langle q^2_{\pi m}(\mathbf{r})\rangle\right\rangle_{\tau_\pi^{-1}} - \left\langle\langle q_{\pi m}(\mathbf{r})\rangle^2\right\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\right)\langle g_m\rangle^2\right), \tag{26}$$

$$\sigma^2_{\text{gain}} = E_0\sum_{\alpha=1}^{A}\int_V\int_E\int_\Omega dVdEd\mathbf{\Omega}\rho_{W\alpha}(E_0,\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})\times \times\frac{u(E-E_{\alpha\min}(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega}))}{\varepsilon_\alpha(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})}\sum_{m=1}^{M}\langle\langle q_{\pi m}(\mathbf{r})\rangle\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\sigma_g^2. \tag{27}$$

Полученные выражения являются наиболее общими формулами для среднего значения и дисперсии сигнала полупроводникового детектора, и являются основой для всевозможных приближений. Полученные формулы включают случаи суммарного сигнала для любой комбинации сигнальных электродов, если в суммах оставить только слагаемые для данной комбинации сигнальных электродов.

В частности, случай $M = 1$ соответствует стандартному полупроводниковому детектору с двумя электродами, для которого выражения для среднего значения и дисперсии выходного сигнала примут вид

$$\langle Q\rangle = E_0\sum_{\alpha=1}^{A}\int_V\int_E\int_\Omega dVdEd\mathbf{\Omega}\rho_{W\alpha}(E_0,\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})\times \times\frac{u(E-E_{\alpha\min}(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega}))}{\varepsilon_\alpha(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})}\sum_{\pi=1}^{2}\langle\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\langle g\rangle, \tag{28}$$

$$\sigma_Q^2 = \sigma^2_{\text{cov}} + \sigma^2_{\text{pair}} + \sigma^2_{\text{ind}} + \sigma^2_{\text{gain}} + \sigma^2_{\text{noise}}, \tag{29}$$

а вклады в дисперсию (29) будут определяться следующими выражениями

$$\sigma^2_{\text{cov}} = E_0^2\left\{\sum_{\alpha=1}^{A}\sum_{\alpha'=1}^{A}\int_V\int_E\int_\Omega\int_{V'}\int_{E'}\int_{\Omega'} dVdEd\mathbf{\Omega}dV'dE'd\mathbf{\Omega}'\rho_{\rho_{W\alpha W'\alpha'}}(E_0,\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega},\mathbf{r}',E',\mathbf{\Omega}')\times \right.$$
$$\frac{u(E-E_{\alpha\ \min}(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega}))}{\varepsilon_\alpha(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})}\sum_{\pi=1}^{2}\langle\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\frac{u(E'-E_{\alpha'\ \min}(\mathbf{r}',E',\mathbf{\Omega}'))}{\varepsilon_{\alpha''}(\mathbf{r}',E',\mathbf{\Omega}')}\sum_{\pi=1}^{2}\langle\langle q_\pi(\mathbf{r}')\rangle\rangle_{\tau_\pi^{-1}} \tag{30}$$
$$\left.-\left(\sum_{\alpha=1}^{A}\int_V\int_E\int_\Omega dVdEd\mathbf{\Omega}\rho_{W\alpha}(E_0,\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})\frac{u(E-E_{\alpha\ \min}(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega}))}{\varepsilon_\alpha(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})}\sum_{\pi=1}^{2}\langle\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\right)^2\right\}\langle g\rangle^2,$$

$$\sigma^2_{\text{pair}} = E_0\sum_{\alpha=1}^{A}\int_V\int_E\int_\Omega dVdEd\mathbf{\Omega}\rho_{W\alpha}(E_0,\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})\times \times\frac{F_\alpha(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})}{\varepsilon_\alpha(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})}u(E-E_{\alpha\min}(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega}))\times \times\left(\sum_{\pi=1}^{2}\langle\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\right)^2\langle g\rangle^2, \tag{31}$$

$$\sigma^2_{\text{ind}\ m} = E_0\sum_{\alpha=1}^{A}\int_V\int_E\int_\Omega dVdEd\mathbf{\Omega}\rho_{W\alpha}(E_0,\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})\times \times\frac{u(E-E_{\alpha\min}(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega}))}{\varepsilon_\alpha(\mathbf{r},E,\mathbf{\Omega})} \sum_{\pi=1}^{2}\left[\left\langle\langle q^2_\pi(\mathbf{r})\rangle\right\rangle_{\tau_\pi^{-1}} - \left(\langle\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle\rangle_{\tau_\pi^{-1}}\right)^2\right]\langle g\rangle^2, \tag{32}$$

при этом из четырех слагаемых в формуле (26) остаются только два;

$$\sigma^2_{\text{gain}} = E_0 \sum_{\alpha=1}^{A} \int_V \int_E \int_\Omega dV dE d\mathbf{\Omega} \rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) \times \\ \times \frac{u(E - E_{\alpha\,\min}(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}))}{\varepsilon_\alpha(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})} \sum_{\pi=1}^{2} \langle\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle\rangle_{\tau_\pi^{-1}} \sigma_g^2. \quad (33)$$

3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАЗРЕШЕНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ДЕТЕКТОРА ПРИ РЕГИСТРАЦИИ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

При исследовании характеристик детектора, наиболее простой для анализа является реакция детектора на моноэнергетическое рентгеновское излучение низкой энергии, для которого процесс фотоэлектрического поглощения преобладает над комптоновским рассеянием. В этом случае многократным рассеянием рентгеновского кванта в объеме детектора можно пренебречь, и мы можем считать, что его энергия, за исключением энергии связи, полностью переходит в точке взаимодействия в кинетическую энергию фотоэлектрона.

Так как обычно объем детектора много больше объема области конверсии низкоэнергетического фотоэлектрона в энергию электронно-дырочных пар, то можно считать, что все электронно-дырочные пары образуются в точке взаимодействия рентгеновского кванта с детектором. В этом случае в детекторе имеются вторичные частицы только двух типов электроны $\alpha = 1$ и фононы $\alpha = 2$. В собственных полупроводниках в образовании электронно-дырочных пар участвуют только электроны, поэтому функция распределения поглощенной энергии и парная функция распределения принимают вид

$$\rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \rho_W(E_0, E, \mathbf{\Omega}) \delta_{\alpha,1}, \quad (34)$$

$$\rho_{W\alpha W'\alpha'}(E_0, \mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}, \mathbf{r}', E', \mathbf{\Omega}') = \\ = \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \rho_W(E_0, E, \mathbf{\Omega}, E', \mathbf{\Omega}') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta_{\alpha,1} \delta_{\alpha',1}, \quad (35)$$

где $\delta_{i,k}$ – символ Кронекера, а $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ – дельта-функция Дирака.

В случае однородного полупроводникового материала, распределения обратного времени жизни носителей заряда $\rho_\pi(\tau_\pi^{-1})$ будут представлять собой дельта-функции, и угловые скобки, обозначающие усреднение по обратному времени жизни носителей будут отсутствовать. При этом наряду со средним временем жизни носителя заряда τ_π, удобно пользоваться средней длиной его свободного пробега λ_π.

Среднее значение сигнала однородного полупроводникового детектора при регистрации моноэнергетического рентгеновского излучения низкой энергии будет иметь вид

$$\langle Q\rangle = E_0 \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{1}{\varepsilon(E_0, \mathbf{r})} \sum_{\pi=1}^{2} \langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle \langle g\rangle, \quad (36)$$

где величина, обратная средней энергии образования электронно-дырочной пары, определяется выражением

$$\frac{1}{\varepsilon(E_0, \mathbf{r})} = \int_E \int_\Omega dE d\mathbf{\Omega} \rho_W(E_0, E, \mathbf{\Omega}) \times \\ \times \frac{u(E - E_{\min}(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}))}{\varepsilon(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})}. \quad (37)$$

Вклады в дисперсию сигнала полупроводникового детектора будут иметь вид

$$\sigma^2_{\text{cov}} = E_0^2 \left(\int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{1}{\tilde{\varepsilon}^2(E_0, \mathbf{r})} \left(\sum_{\pi=1}^{2} \langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle \right)^2 - \\ - \left(\int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{1}{\varepsilon(E_0, \mathbf{r})} \sum_{\pi=1}^{2} \langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle \right)^2 \right) \langle g\rangle^2, \quad (38)$$

где

$$\frac{1}{\tilde{\varepsilon}^2(E_0, \mathbf{r})} = \int_E \int_\Omega \int_{E'} \int_{\Omega'} dE d\mathbf{\Omega} dE' d\mathbf{\Omega}' \times \\ \times \rho_{WW'}(E_0, E, \mathbf{\Omega}, , E', \mathbf{\Omega}') \times \\ \times \frac{u(E - E_{\min}(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}))}{\varepsilon(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})} \frac{u(E' - E_{\min}(\mathbf{r}, E', \mathbf{\Omega}'))}{\varepsilon(\mathbf{r}, E', \mathbf{\Omega}')}; \quad (39)$$

$$\sigma^2_{\text{pair}} = E_0 \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{F(E_0, \mathbf{r})}{\varepsilon(E_0, \mathbf{r})} \left(\sum_{\pi=1}^{2} \langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle \right)^2 \langle g\rangle^2, \quad (40)$$

где

$$\frac{F(E_0, \mathbf{r})}{\varepsilon(E_0, \mathbf{r})} = \int_E \int_\Omega dE d\mathbf{\Omega} \rho_W(E_0, E, \mathbf{\Omega}) \frac{F(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})}{\varepsilon(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})} \times \\ \times u(E - E_{\min}(E, \mathbf{\Omega})); \quad (41)$$

$$\sigma^2_{\text{ind}} = E_0 \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{1}{\varepsilon(E_0, \mathbf{r})} \times \\ \times \sum_{\pi=1}^{2} \left[\langle q_\pi^2(\mathbf{r})\rangle - (\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle)^2 \right] \langle g\rangle^2; \quad (42)$$

$$\sigma^2_{\text{gain}} = E_0 \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{1}{\varepsilon(E_0, \mathbf{r})} \sum_{\pi=1}^{2} \langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle \sigma_g^2. \quad (43)$$

Выражения (37), (39) и (41) можно рассматривать как определения средней энергии образования электронно-дырочной пары, квадрата средней энергии и фактора Фано, которые зависят от энергии регистрируемой частицы. Из выражений (37), (39) и (41) следует, что только в случае, когда средняя энергия образования электронно-дырочной пары и фактор Фано не зависят от энергии и направления движения вторичных частиц,

$$\frac{1}{\varepsilon(E_0,\mathbf{r})}=\frac{1}{\varepsilon},\ \frac{1}{\tilde{\varepsilon}^2(E_0,\mathbf{r})}=\frac{1}{\varepsilon^2},\quad \frac{F(E_0,\mathbf{r})}{\varepsilon(E_0,\mathbf{r})}=\frac{F}{\varepsilon},\tag{44}$$

полупроводниковый материал может быть характеризован средней энергией образования электронно-дырочной пары и фактором Фано, которые не зависят от энергии регистрируемой частицы.

В этом случае, среднее значение и дисперсия выходного сигнала полупроводникового детектора будут иметь вид

$$\begin{gathered}\langle Q\rangle=\frac{E_0}{\varepsilon}\int_V dV\rho_V(E_0,\mathbf{r})\sum_{\pi=1}^{2}\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle\langle g\rangle=\\=\frac{E_0}{\varepsilon}\sum_{\pi=1}^{2}\langle\langle q_n(\mathbf{r})\rangle\rangle_V\langle g\rangle,\end{gathered}\tag{45}$$

$$\sigma_Q^2=\sigma_{\text{sp}}^2+\sigma_{\text{pair}}^2+\sigma_{\text{ind}}^2+\sigma_{\text{gain}}^2+\sigma_{\text{noise}}^2.\tag{46}$$

Дисперсия выходного сигнала, обусловленная ковариациями вторичных частиц в фазовом пространстве, сводится к дисперсии выходного сигнала, обусловленной пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта в объеме детектора

$$\begin{gathered}\sigma_{\text{cov}}^2=\sigma_{\text{sp}}^2=\frac{E_0^2}{\varepsilon^2}\left\{\int_V dV\rho_V(E_0,\mathbf{r})\left(\sum_{\pi=1}^{2}\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle\right)^2-\right.\\ \left.-\left(\int_V dV\rho_V(E_0,\mathbf{r})\sum_{\pi=1}^{2}\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle\right)^2\right\}\langle g\rangle^2=\\=\frac{E_0^2}{\varepsilon^2}\left\{\left\langle\left(\sum_{\pi=1}^{2}\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle\right)^2\right\rangle_V-\left\langle\sum_{\pi=1}^{2}\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle\right\rangle_V^2\right\}\langle g\rangle,\end{gathered}\tag{47}$$

а другие вклады в энергетическое разрешение примут вид

$$\begin{gathered}\sigma_{\text{pair}}^2=\frac{E_0}{\varepsilon}F\int_V dV\rho_V(E_0,\mathbf{r})\left(\sum_{\pi=1}^{2}\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle\right)^2\langle g\rangle^2=\\=\frac{E_0}{\varepsilon}F\left\langle\left(\sum_{\pi=1}^{2}\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle\right)^2\right\rangle_V\langle g\rangle^2,\end{gathered}\tag{48}$$

$$\begin{gathered}\sigma_{\text{ind}}^2=\frac{E_0}{\varepsilon}\int_V dV\rho_V(E_0,\mathbf{r})\sum_{\pi=1}^{2}\left[\langle q_\pi^2(\mathbf{r})\rangle-(\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle)^2\right]\langle g\rangle^2=\\=\frac{E_0}{\varepsilon}\sum_{\pi=1}^{2}\left(\langle\langle q_\pi^2(\mathbf{r})\rangle\rangle_V-\langle\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle^2\rangle_V\right)\langle g\rangle^2,\end{gathered}\tag{49}$$

$$\begin{gathered}\sigma_{\text{gain}}^2=\frac{E_0}{\varepsilon}\int_V dV\rho_V(E_0,\mathbf{r})\sum_{\pi=1}^{2}\langle\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle\rangle_V\sigma_g^2=\\=\frac{E_0}{\varepsilon}\sum_{\pi=1}^{2}\langle\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle\rangle_V\sigma_g^2.\end{gathered}\tag{50}$$

Таким образом, в отличие от формулы (2), все вклады в дисперсию выходного сигнала (46) определяются через величины, связанные с характеристиками полупроводникового детектора и характеристиками регистрируемого рентгеновского излучения.

В частности, из полученных формул следует, что, если в эксперименте создать условия, когда рентгеновские кванты поглощаются в точках эквипотенциальной поверхности электрического поля S, для которых

$$\langle q_\pi(\mathbf{r})\rangle_S=\langle q_\pi\rangle,\quad \langle q_\pi^2(\mathbf{r})\rangle_S=\langle q_\pi^2\rangle,\tag{51}$$

среднее значение сигнала полупроводникового детектора будет иметь вид

$$\langle Q\rangle=\frac{E_0}{\varepsilon}\sum_{\pi=1}^{2}\langle q_\pi\rangle\langle g\rangle.\tag{52}$$

Вклад в дисперсию выходного сигнала, обусловленный пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта в объеме детектора, будет отсутствовать

$$\sigma_{sp}^2=\frac{E_0^2}{\varepsilon^2}\left[\left(\sum_{\pi=1}^{2}\langle q_\pi\rangle\right)^2-\left(\sum_{\pi=1}^{2}\langle q_\pi\rangle\right)^2\right]\langle g\rangle^2=0,\tag{53}$$

а остальные вклады примут вид

$$\sigma_{\text{pair}}^2=\frac{E_0}{\varepsilon}F\left(\sum_{\pi=1}^{2}\langle q_\pi\rangle\right)^2\langle g\rangle^2,\tag{54}$$

$$\sigma_{\text{ind}}^2=\frac{E_0}{\varepsilon}\sum_{\pi=1}^{2}\left[\langle q_\pi^2\rangle-\langle q_\pi\rangle^2\right]\langle g\rangle^2,\tag{55}$$

$$\sigma_{\text{gain}}^2=\frac{E_0}{\varepsilon}\sum_{\pi=1}^{2}\langle q_\pi\rangle\sigma_g^2.\tag{56}$$

Если в эксперименте создать условия, когда рентгеновские кванты взаимодействуют с объемом детектора только вблизи поверхности одного из электродов, то вклады в сигнал от электронной и дырочной компонент можно разделить. В этом случае соответствующие формулы примут вид

$$\langle Q_\pi\rangle=\frac{E_0}{\varepsilon}\langle q_\pi\rangle\langle g\rangle,\tag{57}$$

$$\begin{gathered}\sigma_{Q_\pi}^2=\frac{E_0}{\varepsilon}\left\{F\langle q_\pi\rangle^2+\left(\langle q_\pi^2\rangle-\langle q_\pi\rangle^2\right)+\right.\\ \left.+\langle q_\pi\rangle\eta_g^2\right\}\langle g\rangle^2+\sigma_{\text{noise}}^2,\end{gathered}\tag{58}$$

где $\eta_g^2 = \sigma_g^2/\langle g\rangle^2$ – относительная дисперсия коэффициента усиления электронного тракта.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Точное математическое описание процесса регистрации частиц полупроводниковым детектором позволяет получить правильные формулы для средней амплитуды и дисперсии сигнала на выходе полупроводникового детектора. Общая формула для дисперсии сигнала включает все вклады уширения спектральной линии, описанные в литературе, и включает дополнительные вклады в энергетическое разрешение, связанные с временами жизни электронов и дырок, обусловленных неоднородной плотностью ловушек в полупроводниковом материале, и флуктуациями коэффициента усиления электронного тракта. В отличие от существующих в литературе формул, все вклады в дисперсию выходного сигнала определяются через величины, связанные с характеристиками полупроводникового детектора и характеристиками регистрируемого рентгеновского излучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. *Ricker G.R. et al.* // Rev. Sci. Instrum. 1982. V. 53. P. 700.
2. *Ishida N., Kikuchi J., Doke T., et al.* // Phys. Rev. A. 1992. V. 46. P. 1676.
3. *Lepi M.C. et al.* // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 2000. V. 439. P. 239.
4. *Lowe B.G., Sareen R.A.* // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 2007. V. 576. P. 367.
5. *Owens A. et al.* // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 2002. V. 484. P. 242.
6. *Papp T. et al.* // X-Ray Spectrom. 2005. V. 34. P. 106.
7. *Owens A.* Compound Semiconductor Radiation Detectors. 2012. Boca Raton: CRC Press.
8. *Iwanczyk J.S., .Schnepple W.F., Masterson M.J.* // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 1992. V. 322. P. 421.
9. *Samedov V.V.* // Phys. At. Nucl. 2022. V. 85 (10). P. 1701–1709.
10. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. 1984. Москва: Мир. Т. 1.
11. *Samedov V.* PhD Thesis. 1972. Moscow: Moscow Eng. Phys. Inst.
12. *Samedov V.V.* // Instrum. Exp. Tech. 1985. V. 28. P. 580.
13. *SamedovV.V.* // Meas. Tech. 1985. V. 28. P. 265.
14. *Fano U.* // Phys. Rev. 1947. V. 72. P. 26.
15. *Samedov V.* // X-Ray Spectrom. 2015. V. 44. P. 183.

Standard Theory of Semiconductor Detectors with Several Signal Electrodes

V. V. Samedov*

National Research Nuclear University (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia

**e-mail: v-samedov@yandex.ru*

Received July 30, 2022; revised July 31, 2022; accepted July 31, 2022

Abstract—All processes occurring in semiconductor detectors during the detection of primary monoenergetic particles lead to spectral line broadening. In this work, a general expression for the energy resolution of semiconductor detectors with several signal electrodes has been obtained using the theory of branching cascade processes. It is shown that the general formula includes all contributions to spectral line broadening described in the literature, as well as additional contributions associated with fluctuations in the lifetimes of electrons and holes due to the inhomogeneous density of traps in a semiconductor material, and fluctuations in the gain of the electronic path. In particular, an approximation for the energy resolution of a semiconductor detector when detecting low-energy X-ray radiation has been derived from the general formula.

Keywords: semiconductor detector, energy resolution, charge induction, capture of electrons and holes by traps