

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
В ЯДЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ

УДК 539.1.03; 621.384.64

ЛИНЕЙНЫЕ ПОПЕРЕЧНЫЕ, УГЛОВЫЕ И ВРЕМЕННЫЕ
ХАРАКТЕРИСТИКИ КОНВЕРСИИ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЗИТРОНЫ
В ОПТИМАЛЬНЫХ МИШЕНЯХ ПРИ $E^- = 55, 220, 1000$ МэВ

© 2021 г. Л. З. Джилаван^а, *, С. С. Бельшев^б

^аИнститут ядерных исследований Российской академии наук,
пр. 60-летия Октября 7а, Москва, 117312 Россия

^бФизический факультет, Московский государственный университет
им. М.В. Ломоносова, Воробьевы горы 1с2, Москва, 119991 Россия

*E-mail: dzhil@inr.ru

Поступила в редакцию 12.05.21 г.

После доработки 03.06.21 г.

Принята к публикации 04.06.2021 г.

Для “игольчатых” “мгновенных” пучков электронов с кинетическими энергиями $E^- = 55, 220, 1000$ МэВ, нормально падающих на оптимальные мишени-конвертеры, на выходе из конвертеров для образуемых позитронов с различными кинетическими энергиями модельно рассчитаны распределения по линейным поперечным и угловым отклонениям от оси падающего пучка и по времени выхода. Результаты расчетов сопоставлены с доступными литературными данными и требованиями экспериментов.

Ключевые слова: пучки электронов и позитронов, конверсия электронов в позитроны в толстых мишенях, распределения позитронов из мишени по линейным поперечным и угловым отклонениям от оси падающего пучка и по времени выхода

DOI: 10.56304/S2079562920060184

ВВЕДЕНИЕ

Прецизионные пучки ультрарелятивистских позитронов с малыми поперечными эмиттантами и энергетическими разбросами являются важным инструментом экспериментальных исследований в физике элементарных частиц и атомных ядер. В основном в методике получения таких пучков позитронов используется конверсия ультрарелятивистских электронов в позитроны ($e^- \rightarrow e^+$) в толстых мишенях-конвертерах. Поскольку у позитронов из этих конвертеров широкие энергетические и угловые разбросы, в одном варианте методики некая магнитная система выделяет из полного пучка позитронов из конвертера часть с необходимым малым поперечным эмиттансом и с требуемыми энергиями позитронов без последующего ускорения позитронов из конвертеров (см., например, [1–3]). В другом варианте методики позитроны из конвертеров до такого выделения сначала проходят дополнительный ускоритель (см., например, [4–6]).

Для оптимизации методики в обоих ее вариантах нужны сведения о распределениях позитронов на выходе из конвертера как по их энергиям, так и по линейным поперечным и угловым отклонениям от оси падающего пучка, а в случаях с по-

следующим ускорением позитронов в СВЧ-секциях, то и по времени их выхода из конвертера.

Предыдущая наша статья [7] посвящена дифференциальным по энергии испускаемых позитронов и по телесному углу их испускания коэффициентам конверсии $e^- \rightarrow e^+$ для “мгновенных” “игольчатых” пучков нормально падающих по оси z на однородный плоскопараллельный конвертер (то есть пучков без временных (все электроны падают на конвертер при времени $t^- \equiv 0$), угловых и линейных поперечных разбросов) при полярных углах эмиссии позитронов к оси падающего пучка электронов $\theta^+ \approx 0$ (точнее $\theta^+ \leq \theta_{\text{макс}}^+ = 0.05$ рад):

$$K(E^+, \theta^+ \leq 0.05 \text{ рад}, E^-, T, Z) = \frac{N^+}{N^- \Delta\Omega^+ \Delta E^+}, \quad (1)$$

где E^- и E^+ — кинетические энергии падающих электронов и выделяемых позитронов; T и Z — толщина конвертера и атомный номер его материала; N^- и N^+ — числа падающих электронов и выделяемых позитронов; $\Delta\Omega^+$ и ΔE^+ — малые телесный угол и разброс энергии для выделяемых позитронов.

В [7] проведен детальный анализ доступных экспериментальных данных $K_{\text{эксп}}$ при $9 \leq E^- \leq$

≤ 1000 МэВ для Cu-, Ta-, Pt-, Pb- конвертеров из работ [8–12] и выполнено их сопоставление со значениями K , рассчитанными при наборе значений E_i^- из диапазона $10 \leq E_i^- \leq 1000$ МэВ с использованием модели прохождения излучения через вещество, реализованной в библиотеке программ GEANT4 [13], для $Z=29, 73, 82$ (Cu, Ta, Pb) и разных значений T , включая значения, близкие к оптимальным $T_{\text{опт}_i}$ (см. подробнее об этом в [7]):

$$T_{\text{опт}_i} \cong 0.5(\ln E_i^-) - 0.72, \quad (2)$$

где E_i^- – в МэВ, а $T_{\text{опт}_i}$ – в радиационных длинах X_0 для конвертера [14, 15] (при прохождении X_0 энергия электрона из-за тормозного излучения уменьшается в e раз).

Однако важно также и то, что собираемый при этом весь объем результатов содержит данные и о линейных поперечных, угловых и временных распределениях пучка позитронов на выходе из конвертера. В настоящей работе в продолжение работы [7], рассматриваются характеристики таких распределений для $\theta^+ \leq 0.05$ рад, а также отчасти (см. ниже) для широкого диапазона θ^+ .

1. ОСОБЕННОСТИ ОБЩЕГО ОПИСАНИЯ КОНВЕРСИИ $e^- \rightarrow e^+$

Для резонансного ускорителя электронов в сгруппированном сгустке пучка электронов, нормально падающем на плоскопараллельную однородную мишень-конвертер, любой электрон по отношению к некоторому реперному ультрарелятивистскому электрону, движущемуся вдоль оси z , можно охарактеризовать на входе конвертера с помощью точки с координатами $(x^-, y^-, \theta_x^-, \theta_y^-, t^-, E^-)$ в соответствующем 6-мерном пространстве. Здесь: ось z направлена вдоль оси пучка электронов; оси x и y перпендикулярны оси z и друг другу; x^- и y^- – проекции линейного поперечного отклонения электрона r^- от оси z ; θ_x^- и θ_y^- – проекции на плоскости xz и yz полярного угла θ^- отклонения направления движения электрона по отношению к направлению оси z ; t^- – время появления рассматриваемого электрона на входе в конвертер, отсчитываемое от момента падения на конвертер реперного электрона; E^- – кинетическая энергия падающего электрона. Распределение совокупности электронов в их сгустке по этим координатам описывается некой функцией плотности вероятности $f^-(x^-, y^-, \theta_x^-, \theta_y^-, t^-, E^-)$.

При бомбардировке конвертера электронами из такого сгустка позитроны из их соответствующего сгустка на выходе из конвертера распределены по своим координатам $(x^+, y^+, \theta_x^+, \theta_y^+, t^+, E^+)$,

где t^+ – время выхода позитрона из конвертера, отсчитываемое от времени попадания на вход конвертера реперного электрона, E^+ – кинетическая энергия испускаемого позитрона. При этом распределение всей совокупности позитронов в их сгустке по указанным координатам описывается соответствующей функцией плотности вероятности $f^+(x^+, y^+, \theta_x^+, \theta_y^+, t^+, E^+)$, которая является сверткой по всем координатам падающих на конвертер электронов функции плотности вероятности для этих электронов $f^-(x^-, y^-, \theta_x^-, \theta_y^-, t^-, E^-)$ с величиной k – дифференциальным коэффициентом конверсии $e^- \rightarrow e^+$:

$$k \equiv k(x^+, y^+, \theta_x^+, \theta_y^+, t^+, E^+, x^-, y^-, \theta_x^-, \theta_y^-, t^-, E^-, Z, T, \rho), \quad (3)$$

где ρ – плотность материала конвертера.

Функция k для конвертера с зафиксированными параметрами Z, T и ρ исчерпывающе описывает способности конвертера к генерации позитронов при бомбардировке электронами с указанными координатами. Хотя задача описания ($e^- \rightarrow e^+$) конверсии и является многопараметрической с большим количеством переменных у функции k , затрудняющим ее решение, но есть обстоятельства, упрощающие ситуацию:

- так как обычно конвертеры однородны по толщине, плотности и составу и имеют поперечные размеры, значительно превышающие и характерные поперечные размеры электронно-фотонно-позитронных каскадов в них, и поперечные размеры падающих пучков электронов, то можно считать, что есть симметрия по отношению к сдвигам по осям x и y , то есть достаточно найти функцию k при $x^- = y^- = 0$;

- во всех практических случаях падающие пучки электронов имеют малые поперечные эмиттансы, и даже при фокусировке электронов в малое пятно на входе в конвертер угловые расходимости их пучка малы, поэтому практически наиболее интересен вид функции k при $\theta_x^- = \theta_y^- = 0$, тем более, что можно предполагать зависимости k от θ_x^- и θ_y^- плавными;

- практически наиболее интересен случай $\theta_x^+ = \theta_y^+ = 0$, так как именно при этом обычно находится область усваиваемых позитронов из конвертера, тем более что зависимости k от θ_x^+ и θ_y^+ очень широкие (см. ниже);

- так как обычно конвертеры изотропны и однородны по толщине и составу, задача обладает осевой по оси z симметрией для $x^- = y^- = 0$ и $\theta_x^- = \theta_y^- = 0$, и из-за осевой симметрии можно для таких конвертеров заменить для испускаемых позитронов зависимости от x^+ и y^+ на зависимость

от $r^+ = \sqrt{(x^+)^2 + (y^+)^2}$, а зависимости от θ_x^+ и θ_y^+ на зависимость от $\theta^+ = \sqrt{(\theta_x^+)^2 + (\theta_y^+)^2}$ (для падающих электронов соответственно можно заменить зависимости от x^- и y^- на зависимость от $r^- = \sqrt{(x^-)^2 + (y^-)^2}$, а зависимости от θ_x^- и θ_y^- на зависимость от $\theta^- = \sqrt{(\theta_x^-)^2 + (\theta_y^-)^2}$);

• так как задача обладает симметрией относительно смещений по t^- , то достаточно найти вид функции k для $t^- = 0$.

Итак, важны k для “игольчатого” “мгновенного” пучка моноэнергичных электронов ($x^- = y^- = 0$; $\theta_x^- = \theta_y^- = 0$; $t^- = 0$; $f^-(x^-, y^-, \theta_x^-, \theta_y^-, t^-, E^-)$ – δ -функция по всем аргументам) в разделенном и осесимметричном представлениях соответственно:

$$k_{\text{игл_мгн}} \equiv k(x^+, y^+, \theta_x^+, \theta_y^+, t^+, E^+, x^- = y^- = 0, \theta_x^- = \theta_y^- = 0, t^- = 0, E^-, Z, T, \rho), \quad (4)$$

$$k_{\text{игл_мгн}} \equiv k(r^+, \theta^+, t^+, E^+, r^- = 0, \theta^- = 0, t^- = 0, E^-, Z, T, \rho). \quad (5)$$

Но даже этот случай остается довольно сложным. Поэтому имеет смысл для $k_{\text{игл_мгн}}$ в осесимметричном представлении рассмотреть задачу в предположении, что переменные по координатам позитронов можно разделять. В этом предположении получаются крайние пределы границ области, занимаемой пучком позитронов. Так, опуская для краткости параметры конвертера и координаты электронов на входе в конвертер (кроме E_i^- из некоторого их набора) в приводимом выражении, имеем при интегрировании по полным диапазонам отсутствующих аргументов – координат позитронов на выходе из конвертера:

$$k_{\text{игл_мгн}_i} \leq \prod_{j=1}^{j=4} k_{j,i}(E_i^-) = k_{1,i}(r^+, E_i^-) k_{2,i}(\theta^+, E_i^-) k_{3,i}(t^+, E_i^-) k_{4,i}(E^+, E_i^-). \quad (6)$$

При получении позитронов более важны не сами распределения $k_{j,i}(E_i^-)$ от интегрирования по полным интервалам опущенных координат позитронов (см. (6)), а распределения величин от интегрирования по некоторым частям интервалов значений этих координат. Так, для $0 < E^+ \leq E_{l,i}^+$, где $E_{l,i}^+ = 1.25 \cdot 2^{l-1}$ МэВ для индексов $l = (1-6)$ и $E_{l=7,i}^+ = E_i^- - 2\mu$ (здесь μ – энергия покоя электрона), а в части расчетов для $\theta^+ \leq \theta_{\text{макс}}^+ = 0.05$ рад такие величины в этой работе есть: $k_{1,l,i}(r^+, \theta^+ \leq 0.05 \text{ рад}, E^+ \leq E_{l,i}^+, E_i^-)$;

$k_{2,l,i}(\theta^+, E^+ \leq E_{l,i}^+, E_i^-)$; $k_{3,l,i}(t^+, \theta^+ \leq 0.05 \text{ рад}, E^+ \leq E_{l,i}^+, E_i^-)$. Заметим, что в этих обозначениях рассмотренная ранее в нашей работе [7] величина $K(E^+, \theta^+ \leq 0.05 \text{ рад}, E^-, T, Z)$ (см. (1)) есть $k_{4,l,i}(E^+, \theta^+ \leq 0.05 \text{ рад}, E_i^-)$.

Однако практически для вылетевших из конвертера позитронов, имеющих энергии из интервала $0 < E^+ \leq E_{l,i}^+$ и образованных электронами с энергиями E_i^- , удобно (и более доступно в модельных расчетах методом статистических испытаний [13]) использовать, например, следующие интегральные характеристики:

– вместо $k_{1,l,i}(r^+, \theta^+ \leq 0.05 \text{ рад}, E^+ \leq E_{l,i}^+, E_i^-)$ – величину относительной вероятности $F(r^+) \equiv F(r^+, \theta^+ \leq 0.05 \text{ рад}, E^+ \leq E_{l,i}^+, E_i^-)$, то есть вероятности того, что линейные поперечные смещения позитронов на выходе из конвертера не превышают r^+ , по отношению к полной вероятности для позитронов при таких θ^+ , E_i^- и E^+ вылететь из конвертера при любых значениях r^+ ;

– вместо $k_{2,l,i}(\theta^+, E^+ \leq E_{l,i}^+, E_i^-)$ – величину относительной вероятности $F(\theta^+) \equiv F(\theta^+, E^+ \leq E_{l,i}^+, E_i^-)$, то есть вероятности того, что полярные углы позитронов на выходе из конвертера не превышают θ^+ , по отношению к полной вероятности для позитронов при таких E_i^- и E^+ вылететь из конвертера при любых доступных углах θ^+ ;

– вместо $k_{3,l,i}(t^+, \theta^+ \leq 0.05 \text{ рад}, E^+ \leq E_{l,i}^+, E_i^-)$ – величину относительной вероятности $F(t^+) \equiv F(t^+, \theta^+ \leq 0.05 \text{ рад}, E^+ \leq E_{l,i}^+, E_i^-)$, то есть вероятности того, что времена выхода позитронов из конвертера не превышают t^+ , по отношению к полной вероятности для позитронов при таких θ^+ , E_i^- и E^+ вылететь из конвертера при любых доступных значениях t^+ .

2. ДОСТУПНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ХАРАКТЕРИСТИКАХ КОНВЕРСИИ $e^- \rightarrow e^+$ В ТОЛСТЫХ МИШЕНЯХ

Дадим сводку известных сведений о $k_{1,i}(r^+, E_i^-)$, $k_{2,i}(\theta^+, E_i^-)$, и $k_{3,i}(t^+, E_i^-)$ в толстых мишенях-конвертерах.

Есть расчеты зависимости k_1 для линейных поперечных отклонений от оси z , проведенные в [16, 17] и проанализированные в [10]. Эти данные

Таблица 1. Значения $r_{0.5}^+$ и $r_{0.75}^+$ для линейных поперечных отклонений выходящих из конвертера позитронов от оси z для “игольчатого” пучка падающих электронов при $\theta^+ \leq 0.05$ рад и различных значениях E_i^- и $E_{l,i}^+$

l	$E_{l,i}^+$, МэВ	$E_{i=1}^- = 55$ МэВ		$E_{i=2}^- = 220$ МэВ		$E_{i=3}^- = 1000$ МэВ	
		$r_{0.5}^+$, мм	$r_{0.75}^+$, мм	$r_{0.5}^+$, мм	$r_{0.75}^+$, мм	$r_{0.5}^+$, мм	$r_{0.75}^+$, мм
1	1.25	1.666	2.989	1.242	2.289	1.175	2.507
2	2.50	1.481	2.609	1.132	2.039	1.026	2.121
3	5.00	1.261	2.164	0.956	1.713	0.823	1.729
4	10.00	1.027	1.751	0.783	1.363	0.608	1.256
5	20.00	0.817	1.404	0.637	1.075	0.463	0.893
6	40.00	0.683	1.197	0.525	0.867	0.367	0.658
7	$E_i^- - 2\mu$	0.673	1.184	0.397	0.651	0.225	0.369

получены для Pb конвертеров и следующих пар значений E^- и T : $\{E^- = 200$ МэВ; $T = 1.5X_0\}$; $\{E^- = 500$ МэВ; $T = 2X_0\}$; $\{E^- = 1000$ МэВ; $T = 3X_0\}$. При анализе [10] брались позитроны из интервала $10 \leq E^+ \leq 20$ МэВ, испускаемых во все доступные углы θ^+ , то есть вместо величины $F_l(r^+) \equiv F(r^+)$ рассматривалась величина $F(r^+, 10 \leq E^+ \leq 20$ МэВ, $E^-)$. Согласно [10, 16, 17] 50% таких позитронов испускается из круга с радиусом $\approx 0.16X_0$, а 75% их — из круга с радиусом $\approx 0.32X_0$. В следующем разделе эти результаты сопоставляются с нашими для величины

$$F_{||}(r^+) \equiv F_{||}(r^+, \theta^+ \leq 0.05 \text{ рад},$$

$10 \leq E^+ \leq 20$ МэВ, $E_i^-)$ — величины относительной вероятности того, что линейные поперечные смещения позитронов на выходе из конвертера не превышают r^+ , по отношению к полной вероятности для позитронов при таких θ^+ , E_i^- и E^+ вылететь из конвертера при любых значениях r^+ .

Имеются измерения угловой зависимости k_2 , проведенные на SLAC (H. De Staebler, см. об этом в [10]) при $E^- = 1000$ МэВ для Pb-конвертера с $T = 2.9X_0$. У позитронов с энергиями E^+ от нескольких мегаэлектронвольт до нескольких десятков мегаэлектронвольт угловое распределение очень широкое: $\ln[k_2(\theta^+ = 0)/k_2(\theta^+)] = 1$ при $\theta^+ \approx 0.35$ рад, что примерно согласуется с расчетами [16, 17].

Нам не известны экспериментальные или аккуратные модельно-расчетные исследования распределения k_3 от r^+ . Попытка приближенных оценок разброса длин пути электронов из-за многократного рассеяния была сделана в работе [19] для всех θ . Ожидаемые разбросы при этом представляются приемлемыми, а, кроме того, выделение

узких разбросов по θ^+ должно сужать распределения испускаемых из конвертера позитронов по r^+ . Тем не менее, желательны аккуратные модельные расчеты именно для узких разбросов θ^+ для конвертеров из материалов с высокими Z и ρ .

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ЛИНЕЙНЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ, УГЛОВЫХ И ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОНВЕРСИИ $e^- \rightarrow e^+$ В ОПТИМАЛЬНЫХ МИШЕНЯХ ПРИ $E^- = 55, 220, 1000$ МэВ

В настоящей работе проведены с помощью [13] расчеты характеристик линейных поперечных, угловых и временных распределений пучка позитронов на выходе из свинцовых мишеней-конвертеров оптимальной толщины $T_{\text{опт}}$, бомбардируемых “игольчатыми” “мгновенными” пучками электронов для трех вариантов $i = (1; 2; 3)$ значений кинетических энергий этих электронов $E_i^- = (55; 220; 1000)$ МэВ, причем согласно (2) $T_{\text{опт},i} = (1.28367; 1.97681; 2.73388)X_0$ соответственно. Выбор таких значений E_i^- согласуется со значениями этой величины в ряде экспериментальных и расчетных работ с получением позитронов из толстых мишеней-конвертеров (см., например, [2, 3, 5–7, 9–12, 16–18, 20, 21]). При проведении выборки из полученных результатов расчетов использовались выделенные значения кинетических энергий испускаемых из конвертерной мишени позитронов $E_{l,i}^+$, а именно: $E_{l,i}^+ = 1.25 \cdot 2^{l-1}$ МэВ для индексов $l = (1-6)$ и $E_{l=7,i}^+ = E_i^- - 2\mu$ (см. также значения $E_{l,i}^+$ в табл. 1–3).

Таблица 2. Значения $\theta_{0.5}^+$ и $\theta_{0.75}^+$ для угловых отклонений выходящих из конвертера позитронов от оси z для “игольчатого” пучка падающих электронов при различных значениях E_i^- и $E_{l,i}^+$

l	$E_{l,i}^+$, МэВ	$E_{i=1}^- = 55$ МэВ		$E_{i=2}^- = 220$ МэВ		$E_{i=3}^- = 1000$ МэВ	
		$\theta_{0.5}^+$, рад	$\theta_{0.75}^+$, рад	$\theta_{0.5}^+$, рад	$\theta_{0.75}^+$, рад	$\theta_{0.5}^+$, рад	$\theta_{0.75}^+$, рад
1	1.25	0.795	1.090	0.797	1.095	0.798	1.096
2	2.50	0.767	1.061	0.769	1.066	0.771	1.067
3	5.00	0.726	1.018	0.725	1.021	0.727	1.023
4	10.00	0.667	0.959	0.656	0.952	0.658	0.954
5	20.00	0.600	0.894	0.562	0.856	0.559	0.852
6	40.00	0.566	0.863	0.471	0.765	0.456	0.747
7	$E_i^- - 2\mu$	0.565	0.862	0.400	0.700	0.314	0.613

Таблица 3. Значения $t_{\text{ср}}^+$ и $(\Delta t)_{\text{ср_кв}}^+$ для времени выхода позитронов из конвертера для “игольчатого” “мгновенного” пучка падающих электронов при $\theta^+ \leq 0.05$ рад и различных значениях E_i^- и $E_{l,i}^+$

l	$E_{l,i}^+$, МэВ	$E_{i=1}^- = 55$ МэВ		$E_{i=2}^- = 220$ МэВ		$E_{i=3}^- = 1000$ МэВ	
		$t_{\text{ср}}^+$, пс	$(\Delta t)_{\text{ср_кв}}^+$, пс	$t_{\text{ср}}^+$, пс	$(\Delta t)_{\text{ср_кв}}^+$, пс	$t_{\text{ср}}^+$, пс	$(\Delta t)_{\text{ср_кв}}^+$, пс
1	1.25	29.546	12.192	41.386	11.846	55.994	12.416
2	2.50	27.929	9.652	40.181	9.042	54.389	8.850
3	5.00	26.603	6.833	38.982	6.202	53.205	6.500
4	10.00	25.598	4.980	38.096	3.973	52.250	3.993
5	20.00	25.002	3.634	37.572	2.497	51.694	2.415
6	40.00	24.759	3.064	37.323	1.675	51.434	1.518
7	$E_i^- - 2\mu$	24.746	3.036	37.172	1.107	51.242	0.624

В этих условиях в настоящей работе при $0 < E^+ \leq E_{l,i}^+$ и $\theta^+ \leq \theta_{\text{макс}}^+ = 0.05$ рад рассчитаны значения $F_1(r^+) \equiv F_1(r^+, \theta^+ \leq 0.05 \text{ рад}, E^+ \leq E_{l,i}^+, E_i^-)$ (где $F_1(r^+) \equiv F(r^+)$, см. также определение $F(r^+)$ в разделе 2). Результаты этих расчетов представлены на рис. 1а, 1б, 1в (отметим, что здесь подварианты рисунка, обозначаемые буквами (а, б, в) даны для $i = (1; 2; 3)$ и $E_i^- = (55; 220; 1000)$ МэВ соответственно).

В дополнение к рис. 1а, 1б, 1в приведены в табл. 1 для тех же случаев значения величин $r_{0.5}^+$ и $r_{0.75}^+$ — значения линейных поперечных отклонений выходящих из конвертера позитронов от оси z , задающих границы областей, содержащих 0.5 всех испускаемых позитронов (то есть для медиан распределений) и 0.75 таких позитронов соответ-

ственно. Понятно, что можно ждать увеличений ширин таких распределений при уменьшении E^- и E^+ . Отметим, что здесь выбор полярных углов вылета позитронов из конвертера $\theta^+ \leq \theta_{\text{макс}}^+$ (где $\theta_{\text{макс}}^+$ — малая величина) соответствует результатам [6]: при получении позитронов для задач, в которых нужны пучки позитронов с особенно малыми энергетическими разбросами и поперечными эмиттантами (как с использованием добавочного ускорителя позитронов, так и без него) “усваиваются” только позитроны с малыми θ^+ .

Даже из прямого сопоставления зависимости описанных выше в этом разделе результатов расчетов в случае свинцовых мишеней-конвертеров для $F_1(r^+) \equiv F_1(r^+, \theta^+ \leq 0.05 \text{ рад}, E^+ \leq E_{l,i}^+, E_i^-)$ при $\{E^- = 220 \text{ МэВ}; T = 1.97681X_0\}$ и $\{E^- = 1000 \text{ МэВ}; T = 2.73388X_0\}$, приведенных на

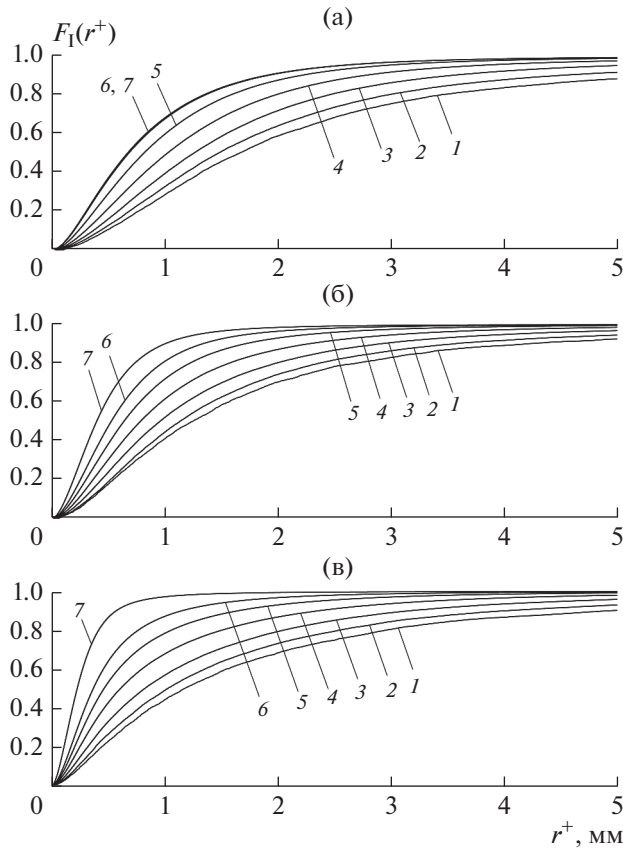


Рис. 1. $F_I(r^+)$ в зависимости от r^+ для $\theta^+ \leq 0.05$ рад и $0 < E^+ \leq E_{i,i}^+$, где $E_{i,i}^+ = 1.25 \cdot 2^{l-1}$ МэВ при $l = (I-6)$ и $E_{i=7,i}^+ = E_i^- - 2\mu$. (а) $E_{i=1}^- = 55$ МэВ; (б) $E_{i=2}^- = 220$ МэВ; (в) $E_{i=3}^- = 1000$ МэВ.

рис. 1б, 1в и в табл. 1, для $E^+ \leq (10 \text{ и } 20) \text{ МэВ}$ следует:

для $F_{II}(r^+) \equiv F_{II}(r^+, \theta^+ \leq 0.05 \text{ рад}, 10 \leq E^+ \leq 20 \text{ МэВ}, E_i^-)$ расчет должен дать значительно более узкие распределения по r^+ , чем рассчитанные в [16, 17] и проанализированные в [10] распределения $F(r^+, 10 \leq E^+ \leq 20 \text{ МэВ}, E^-)$ для всех углов θ^+ при следующих E^- и T : $\{E^- = 200 \text{ МэВ}; T = 1.5X_0\}$; $\{E^- = 1000 \text{ МэВ}; T = 3X_0\}$, согласно которым (как уже указывалось выше) имеем, что для позитронов из интервала $10 \leq E^+ \leq 20 \text{ МэВ}$ 50% таких позитронов испускается из круга с радиусом $\approx 0.16X_0$, а 75% их — из круга с радиусом $\approx 0.32X_0$. Для аккуратного сопоставления этих поперечных линейных отклонений позитронов из мишени конвертера в настоящей работе мы рассчитали $F_{II}(r^+) \equiv F_{II}(r^+, \theta^+ \leq 0.05 \text{ рад}, 10 \leq E^+ \leq 20 \text{ МэВ}, E_i^-)$ и получили в случае, когда $\theta^+ \leq$

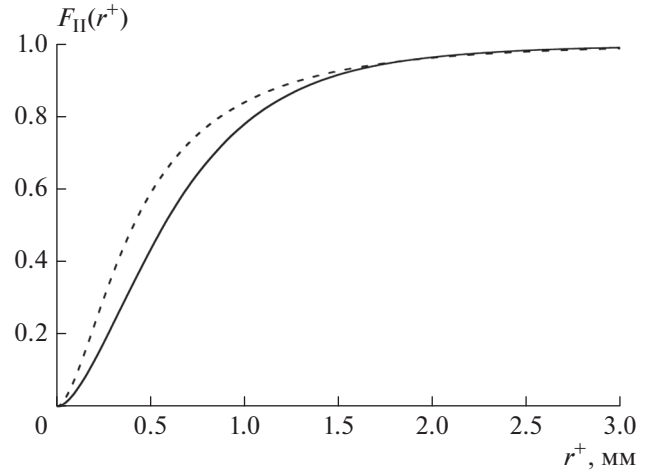


Рис. 2. $F_{II}(r^+)$ в зависимости от r^+ для $\theta^+ \leq 0.05$ рад и $10 \leq E^+ \leq 20$ МэВ. Сплошная кривая — $E_{i=2}^- = 220$ МэВ; штриховая кривая — $E_{i=3}^- = 1000$ МэВ.

≤ 0.05 рад, что 50% таких позитронов испускается из круга с радиусом $\approx 0.102X_0$ при $\{E^- = 220 \text{ МэВ}; T = 1.97681X_0\}$ и с радиусом $\approx 0.073X_0$ при $\{E^- = 1000 \text{ МэВ}; T = 2.73388X_0\}$, а 75% их — из круга с радиусом $\approx 0.167X_0$ при $\{E^- = 220 \text{ МэВ}; T = 1.97681X_0\}$ и с радиусом $\approx 0.133X_0$ при $\{E^- = 1000 \text{ МэВ}; T = 2.73388X_0\}$ (см. рис. 2). Как уже указывалось, причины различий этих распределений заключены, видимо, в различиях учитываемых значений θ^+ . В то же время из полученных результатов следует, что для уменьшения поперечных эмиттансов пучков позитронов лучше брать материалы конвертеров с малыми X_0 (в см). Для не “игольчатых”, а реальных пучков электронов, казалось бы, для минимизации r^+ нужны r^- , скажем, $\sim 0.1X_0$, но это может не проходить из-за тепловых ограничений, и надо следить, чтобы пучок электронов на конвертере не был слишком узким (см., например, [18]). Так что в разброс пучка позитронов с радиусом r^+ на выходе из конвертера могут вносить сопоставимые вклады и разброс падающего пучка электронов с радиусом r^- , и разброс, образуемый в конвертере при генерации позитронов для “игольчатого” пучка электронов, с радиусом $r_{\text{игл}}^+$, при этом $(r^+)^2 \approx (r^-)^2 + (r_{\text{игл}}^+)^2$ (все радиусы здесь среднеквадратичные).

Кроме того, для $0 < E^+ \leq E_{i,i}^+$ и всего диапазона доступных значений θ^+ рассчитаны $F(\theta^+) \equiv F(\theta^+, E^+ \leq E_{i,i}^+, E_i^-)$ (см. рис. 3а, 3б, 3в). В до-

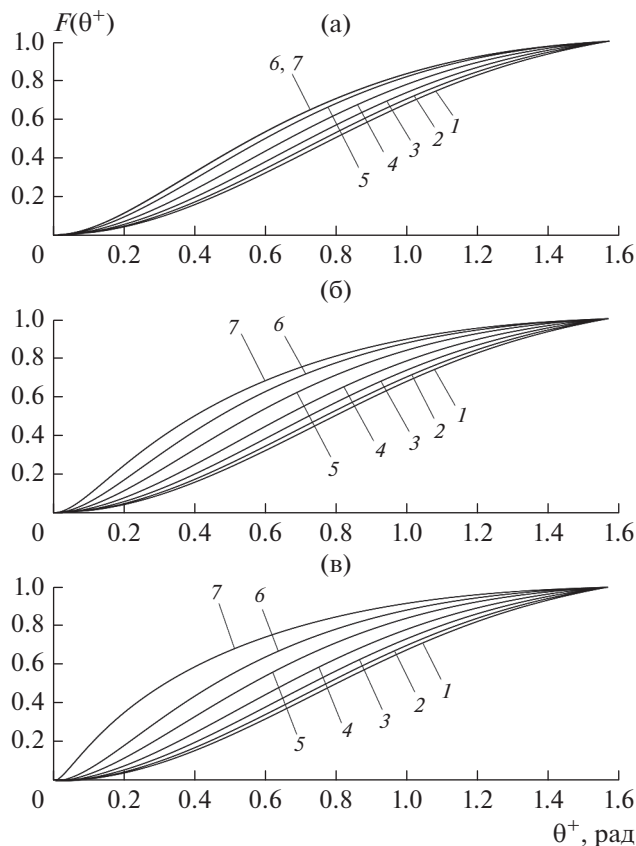


Рис. 3. $F(\theta^+)$ в зависимости от θ^+ для $0 < E^+ \leq E_{l,i}^+$, где $E_{l,i}^+ = 1.25 \cdot 2^{l-1}$ МэВ при $l = (1-6)$ и $E_{l=7,i}^+ = E_i^- - 2\mu$:
(а) $E_{i=1}^- = 55$ МэВ; (б) $E_{i=2}^- = 220$ МэВ; (в) $E_{i=3}^- = 1000$ МэВ.

полнение к рис. 3а, 3б, 3в приведены в табл. 2 для тех же случаев значения величин $\theta_{0.5}^+$ и $\theta_{0.75}^+$ — угловых отклонений выходящих из конвертера позитронов от оси z , задающих границы областей, содержащих 0.5 всех испускаемых позитронов (то есть для медиан распределений) и 0.75 таких позитронов соответственно. Понятно, что здесь также можно ждать увеличений ширин таких распределений при уменьшении E^- и E^+ . Так как угловые разбросы реальных пучков падающих электронов пренебрежимо малы по сравнению с указанными разбросами для позитронов при $T \sim T_{\text{опт}}$, можно считать, что угловое распределение позитронов в случае реального пучка электронов приближенно совпадает с угловым распределением позитронов для “игольчатого” пучка электронов.

Тем не менее, представляется необходимым дать прямое сопоставление с имеющимися пара-

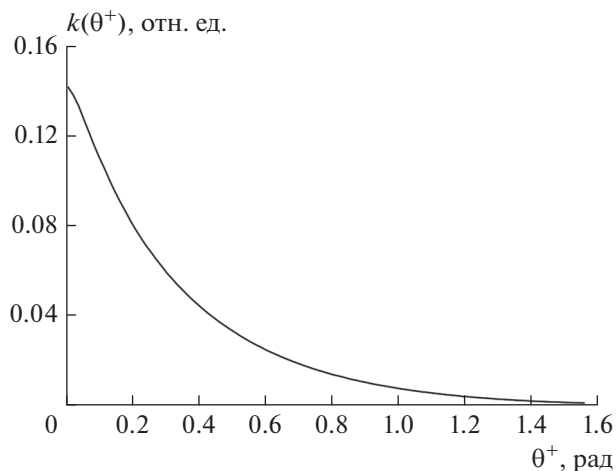


Рис. 4. Рассчитанная в настоящей работе для Pb конвертерной мишени с $T_{\text{опт } i} = 2.73388X_0$ величина $k_{2,i=3}(\theta^+, 5 \leq E^+ \leq 20 \text{ МэВ}, E_{i=3}^- = 1000 \text{ МэВ})$ в зависимости от θ^+ .

метрами, связанными с угловыми распределениями испускаемых из мишеней-конвертеров позитронов как из экспериментальных данных со SLAC (см. о них выше в разд. 2). Тем более, что значительно лучшая достигнутая статистическая “обеспеченность” модельных расчетов с помощью [13] в большей степени допускает проводить такое сопоставление не только для $F(\theta^+) \equiv F(\theta^+, E^+ \leq E_{l,i}^+, E_i^-)$, но и для исследованных на SLAC зависимостях $k_{2,i=3}(\theta^+, 5 \leq E^+ \leq 20 \text{ МэВ}, E_{i=3}^- = 1000 \text{ МэВ})$ от θ^+ . На рис. 4 для свинцового конвертера и $\{E^- = 1000 \text{ МэВ}; T = 2.73388X_0\}$ показана такая рассчитанная зависимость. Из результатов такого нашего расчета следует, что $\ln[k_2(\theta^+ = 0)/k_2(\theta^+)] = 1$ при $\theta^+ \approx 0.34$ рад, что согласуется и с результатами эксперимента на SLAC, приведенными выше в разделе 2, и с результатами расчетов [16, 17].

Наконец, при $E^+ \leq E_{l,i}^+$ и $\theta^+ \leq 0.05$ рад были рассчитаны величины $F(t^+) \equiv F(t^+, \theta^+ \leq 0.05 \text{ рад}, E^+ \leq E_{l,i}^+, E_i^-)$ (см. рис. 5а, 5б, 5в, а также табл. 3 для тех же случаев значения средних значений времени выхода позитронов $t_{\text{ср}}^+$ из конвертеров оптимальной толщины и среднеквадратичных отклонений от этого времени $(\Delta t)_{\text{ср-кв}}^+ \equiv (t^+ - t_{\text{ср}}^+)_{\text{ср-кв}}$. Отсюда следует, что для

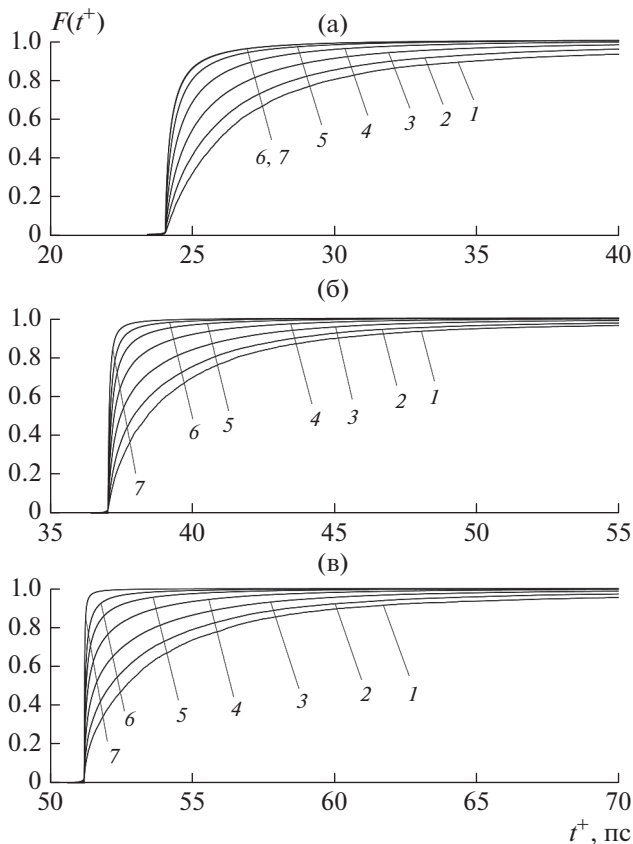


Рис. 5. $F(t^+)$ в зависимости от t^+ для $\theta^+ \leq 0.05$ рад и $0 < E^+ \leq E_{l,i}^+$, где $E_{l,i}^+ = 1.25 \cdot 2^{l-1}$ МэВ при $l = (1-6)$ и $E_{l=7,i}^+ = E_i^- - 2\mu$: (а) $E_{i=1}^- = 55$ МэВ; (б) $E_{i=2}^- = 220$ МэВ; (в) $E_{i=3}^- = 1000$ МэВ.

рассмотренных в настоящей работе случаев имеем, например, на ЛУЭ десятисантиметрового диапазона разбросы времени выхода в пучках позитронов из конвертера, образованных не “мгновенными”, а реальными пучками падающих на конвертер электронов, практически сопоставимые с присущими этим ЛУЭ типичными разбросами времени в падающих пучках электронов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты для линейных поперечных, угловых и временных распределений позитронов вылетающих из конвертерных мишеней оптимальной толщины, бомбардируемых “игольчатыми” “мгновенными” пучками электронов с характерными энергиями интересны для практики образования пучков ультрарелятивистских позитронов и могут быть существенными при разработках вариантов методики получения этих пучков

и ее оптимизации на уже запущенных (см., например, [20, 21]) и проектируемых установках.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарны профессору Б.С. Ишханову за поддержку работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. Miller J., Schuhl C., Tzara C., Tamas G. // J. Phys. Rad. 1960. V. 21. P.755.
2. Dzhilavyan L.Z. // Trudy VI Vsesouzного soveshchaniya po uskoritelyam zaryazhennykh chastitz [Proc. VI All-Union Conference on Accelerators of Charge Particles]. JINR. Dubna. 1979. V. 2. P. 182 (in Russian).
3. Dzhilavyan L.Z., Kucher // Sov. J. Nucl. Phys. 1979. V. 30. P. 151.
4. Jupiter C.P. et al. // Phys. Rev. 1961. V. 121. P. 866.
5. Dzhilavyan L.Z., Karev A.I. // Trudy VII Vsesouzного soveshchaniya po uskoritelyam zaryazhennykh chastitz [Proc. VII All-Union Conference on Accelerators of Charge Particles]. JINR. Dubna. 1981. V. 1. P. 209 (in Russian).
6. Dzhilavyan L.Z., Karev A.I. // Phys. At. Nucl. 2020. V. 83. P. 1349.
7. Belyshev S.S., Dzhilavyan L.Z., Polonski A.L. // Phys. At. Nucl. 2020. V. 83. P. 530.
8. Bernardini M., Miller J., Tamas G., Schuhl C., Tzara C. // Saclay Report CEA No. 2212 (Centre d'Etudes Nucleaires de Saclay, 1962).
9. Aggson T.L., Burnod L. // LAL Report No. 27 (Laboratoire de l'Accelérateur Lineaire d'Orsay, 1962).
10. Haissinski J. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B. 1967. V. 51. P. 181.
11. Brechna H. et al., in The Stanford Two-Mile Accelerator. Ed. by Neal R.B. 1968. New York: Benjamin.
12. Dzhilavyan L.Z., Lelekov A.V. // Soviet Physics - Lebedev Institute Reports (English translation of “Kratkie Soobshcheniya po Fizike: Sbornik, AN SSSR, Fizicheskii Inst. im. P.N. Lebedeva”). 1979. No. 8. P. 37 (in Russian)).
13. GEANT4. Ver.: geant4 9.5.0. Physics Reference Manual.
14. Rossi B., Greizen K. // Rev. Mod. Phys. 1941. V. 13. P. 240.
15. Seltzer S.M., Berger M.J. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B. 1985. V. 12. P. 95.
16. Messel H., Smirnov A.D., Varfolomeev A.A. et al. // Nucl. Phys. 1962. V. 39. P. 1.
17. Crawford D.F., Messel H. // Nucl. Phys. 1965. V. 61. P. 145.
18. Pering N.C. et al. // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1971. V. NS-18. No. 3. P. 579.
19. Yang C.N. // Phys. Rev. 1951. V. 84. P. 599.
20. Astrelina K.V. et al. // J. Exp. Theor. Phys. 2008. V. 106. P. 77.
21. Aleshaev A.N. et al. // Uskoritel'nyy kompleks [Complex of Accelerators] VEPP-4. INP-2011-20. 2011. Novosibirsk: INP (in Russian).

Linear Transversal, Angular, and Time Characteristics of Electron-to-Positron Conversion in Optimal Targets at $E^- = 55, 220, 1000$ MeV

L. Z. Dzhilavyan^{1, *} and S. S. Belyshev²

¹*Institute for Nuclear Research, Russian Academy of Sciences, pr. Shestidesyatiletiya Oktyabrya 7a, Moscow, 117312 Russia*

²*Physics Faculty of Lomonosov Moscow State University, Vorobyovy gory 1, bld. 2, Moscow, 119991 Russia*

**e-mail: dzhil@inr.ru*

Received May 12, 2021; revised June 3, 2021; accepted June 4, 2021

For normally incident on optimal converter targets “needle-like” “instantaneous” beams of electrons with the kinetic energies $E^- = 55, 220, 1000$ MeV, distributions of produced positrons with different kinetic energies at the converter outputs were model-calculated for linear transversal and angular deviations from the axis of electron beams and for time. The calculation results are compared with the available literature data and the requirements of experiments.

Keywords: beams of electrons and positrons, electron-to-positron conversion in thick targets, distributions of positrons from the targets over the linear transversal and angular deviations from the axis of the incident beam and over the exit time