

УСКОРИТЕЛИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ДЛЯ ЯДЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

УДК 621.384.6, 544.034.7, 51-73

ДИФфуЗИОННАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ РЕЛАКСАЦИОННОГО ПРОЦЕССА В ОБЕДНЕННОМ ЭЛЕКТРОНАМИ ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ СЛОЕ ФОТОКАТОДА

© 2023 г. М. В. Владимиров^а, *, С. М. Полозов^а, В. И. Рашиков^а

^аНациональный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, 115409 Россия

*E-mail: MVVladimirov@mephi.ru

Поступила в редакцию 20.07.2022 г.

После доработки 01.08.2022 г.

Принята к публикации 02.08.2022 г.

В рамках построения модели фотоэмиссии пикосекундных электронных сгустков в присутствии сильного электромагнитного поля разработана диффузионная модель, позволяющая описывать заполнение электронами металлической подложки предварительно обедненного полупроводникового слоя фотокатода. С учетом и без учета внешнего электрического поля получены аналитические зависимости распределения концентрации электронов в полупроводниковом слое, а также временные зависимости заряда полупроводникового слоя. Показана принципиальная возможность определения времени релаксации — времени, за которое заряд полупроводникового слоя уменьшится до заданного уровня, — что является очередным шагом развития модели фотоэмиссии.

Ключевые слова: фотокатод, электронные фотоинжекторы, диффузия, задача конвекции–диффузии

DOI: 10.56304/S2079562922050529

ВВЕДЕНИЕ

В современных фотокатодах, применяющихся в ускорителях заряженных частиц в составе электронных инжекторов, активно используются полупроводниковые структуры с высоким квантовым выходом, выращенные на металлических подложках [1, 2]. При работе таких фотокатодов для получения интенсивных электронных пучков используется внешнее ускоряющее электрическое поле E с максимумом амплитуды на поверхности катода для быстрого ускорения эмиттированных электронов до ультрарелятивистских ($\gamma \gg 1$) скоростей, что позволяет снизить влияние пространственного заряда, а также соленоидальное магнитное поле для контроля поперечного эмиттанта пучка. Амплитуда электрического поля велика настолько, что фотоэмиссионный ток электронов из полупроводника в вакуум существенно превосходит диффузионный ток электронов из металла в полупроводник: $j_{ph} \gg j_{dif}$. В результате происходит стремительное обеднение электронами последнего и полупроводниковый слой оказывается заряжен положительно [3].

Учет наличия динамически изменяющегося заряда полупроводникового слоя $q(t)$ при моделировании фотопушек ранее позволил значительно улучшить согласие расчета с экспериментом [3, 4]. Поскольку при полном истощении полупровод-

никового слоя фототок исчезающе мал, представляет интерес дальнейшее его заполнение электронами металла, происходящее в результате диффузии. Такой — релаксационный с точки зрения заполнения валентных состояний — процесс требует построения математической модели, способной адекватно его описывать на качественном и количественном уровнях.

ПОДХОД (ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ)

Заполнение полупроводникового слоя фотокатода электронами металла рассматривается как диффузионный процесс и описывается соответствующими уравнениями математической физики. При этом используется ряд предположений и допущений, которые делают возможным аналитическое решение сформулированной проблемы:

1. одномерность задачи: координата z соответствует направлению роста фотокатода, то есть нормали;
2. электрическое поле внутри полупроводникового слоя однородно и стационарно;
3. отсутствие влияния дырок на движение электронов, в частности, нет рекомбинации;
4. постоянство коэффициента диффузии электронов D (все рассматриваемые далее физические величины без индекса относятся к электронам);

5. отсутствие фотоэффекта: поскольку рассматривается заполнение обедненного слоя, фотоэффектом, а значит и генерацией электронов, по крайней мере при достаточно малых временах, можно пренебречь.

Решение поставленных задач математической физики — задач диффузии и конвекции—диффузии — происходит с использованием метода собственных функций и преобразования Лапласа.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Уравнение диффузии

Уравнение диффузии в общем случае традиционно принимает вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla(D\nabla n), \quad (1)$$

где n — концентрация электронов проводимости, а D — коэффициент диффузии. При постоянном коэффициенте диффузии в цилиндрической системе координат, использование которой продиктовано геометрией фотокатодов, имеем:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial n}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 n}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} \right]. \quad (2)$$

Имея в виду аксиальную симметрию и тот факт, что в рассматриваемой системе существует выделенное направление, могут быть отброшены первые 2 слагаемых в правой части равенства (2) и записано:

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} = 0. \quad (3)$$

Уравнение конвекции-диффузии

Моделирование процессов, протекающих в полупроводниковом слое фотокатода, не может ограничиваться одним лишь явлением диффузии, но должно также учитывать дрейф носителей заряда. С одной стороны, это связано с наличием в полупроводниковом слое внутреннего электрического поля, индуцируемого некомпенсированным положительным зарядом объемной плотности ρ , который возникает вследствие фотоэмиссии:

$$\nabla E = \frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0}. \quad (4)$$

С другой, в полупроводниковый слой будет проникать и внешнее электромагнитное поле.

Уравнение конвекции—диффузии, учитывающее указанные физические процессы, в общем случае принимает вид [5, 6]:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla(D\nabla n) - \nabla(vn) + S, \quad (5)$$

где v — дрейфовая скорость ($v \propto E$), а в слагаемое S входят частоты генерации и рекомбинации. Считая коэффициент диффузии постоянным, выражая скорость через подвижность и напряженность электрического поля, равенство (5) оказывается переписано:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\Delta n + \nabla(\mu n E) + S. \quad (6)$$

Переходя к одномерному приближению и имея в виду $\frac{\partial \mu}{\partial z} = \frac{\partial \mu}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial z}$, получим:

$$D \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + \mu E \frac{\partial n}{\partial z} + \frac{\partial E}{\partial z} \left(\mu n + n E \frac{\partial \mu}{\partial E} \right) + S - \frac{\partial n}{\partial t} = 0. \quad (7)$$

Наконец, в случае достаточно однородного электрического поля (это справедливо для малых толщин полупроводникового слоя, что имеет место на практике при использовании полупроводниковых фотокатодов) и в пренебрежении генерацией электронов проводимости в результате фотоэффекта и рекомбинацией электронов с дырками выражение (7) примет окончательный вид:

$$D \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + \mu E \frac{\partial n}{\partial z} - \frac{\partial n}{\partial t} = 0. \quad (8)$$

Выбор начального и граничных условий

Для постановки и дальнейшего решения задач диффузии и конвекции—диффузии уравнения (3) и (8) должны быть дополнены граничными и начальными условиями. Слева от полупроводникового слоя толщины a находится металлическая подложка, концентрация электронов в которой постоянна. Диффузионный процесс, происходящий в полупроводниковом слое фотокатода, практически не оказывает влияние на значение концентрации в металле вообще и на границе металл—полупроводник ($z = 0$) в частности, поэтому граничное условие первого рода. Справа от полупроводникового слоя — вакуум, а на границе полупроводник—вакуум ($z = a$) в отсутствие фотоэмиссии ток отсутствует (исчезающе мал), чем и объясняется выбор граничного условия второго рода. При построении модели начальную концентрацию электронов в полупроводниковом слое, которая говорит о характере и степени обеднения последнего, можно считать нулевой, т.к. она существенно меньше концентрации электронов в подложке.

Дополнив уравнения диффузии и конвекции—диффузии граничными и начальными условиями, были получены задачи диффузии

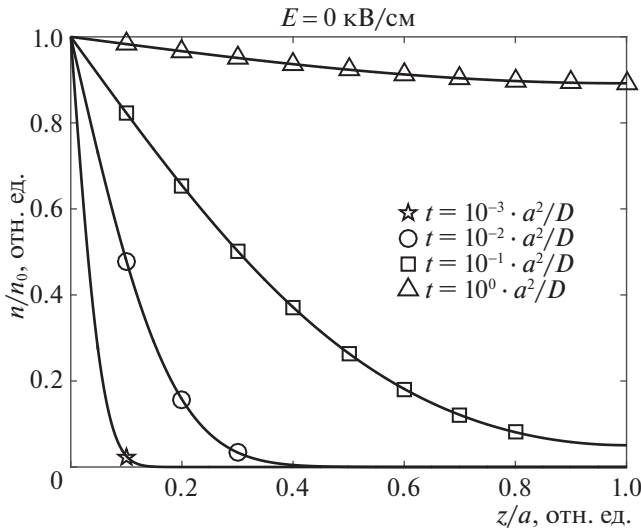


Рис. 1. Распределение приведенной концентрации электронов вдоль полупроводникового слоя в отсутствие электрического поля в различные моменты времени.

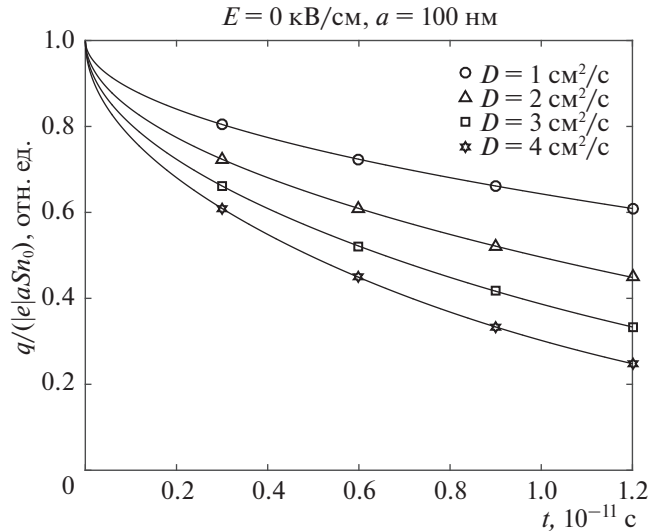


Рис. 2. Временная зависимость приведенного заряда полупроводникового слоя при различных коэффициентах диффузии в отсутствие электрического поля.

$$\begin{cases} Dn'' - \dot{n} = 0, \\ n(0, t) = n_0, \\ n'(a, t) = 0, \\ n(z, 0) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

и конвекции–диффузии соответственно

$$\begin{cases} Dn'' + \mu En' - \dot{n} = 0, \\ n(0, t) = n_0, \\ n'(a, t) = 0, \\ n(z, 0) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

СВЕДЕНИЕ ЗАДАЧИ КОНВЕКЦИИ–ДИФфуЗИИ К ЗАДАЧЕ ДИФфуЗИИ

Сведение уравнения конвекции–диффузии к уравнению диффузии является продуктивным шагом при аналитическом решении соответствующей задачи. Известно [6] и непосредственной подстановкой можно проверить, что замена $n(z, t) = \bar{n}(z, t) \exp\left(-\frac{A}{a}z - \left(\frac{A}{a}\right)^2 Dt\right)$, где $A = \mu Ea/2D$, приводит к желаемому результату.

Начальное и граничные условия ранее поставленной задачи конвекции–диффузии с учетом введенной выше подстановки модифицируются, так что система (10) приобретает вид:

$$\begin{cases} D\bar{n}'' - \dot{\bar{n}} = 0, \\ \bar{n}(0, t) = n_0 \exp(A^2 Dt), \\ \bar{n}'(a, t) - A\bar{n}(a, t) = 0, \\ \bar{n}(z, 0) = 0. \end{cases} \quad (11)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Решены поставленные задачи диффузии и конвекции–диффузии.

Решение задачи диффузии

С помощью метода собственных функций получено выражение для концентрации электронов внутри полупроводникового слоя фотокатода:

$$n(z, t) = n_0 \left[1 - 2 \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{\gamma_k} \times \right. \\ \left. \times \cos\left(\frac{\gamma_k}{a}(z-a)\right) \exp\left(-\left(\frac{\gamma_k}{a}\right)^2 Dt\right) \right], \quad (12)$$

где $\gamma_k = \frac{\pi}{2}(1 + 2k)$. Иллюстрация выражения (12) приведена на рис. 1.

Интегрированием выражения (12) в предположении, что концентрация положительно заряженных частиц есть n_0 , получена временная зависимость некомпенсированного заряда полупроводникового слоя:

$$q(t) = 2|e|aSn_0 \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{\gamma_k^2} \exp\left(-\left(\frac{\gamma_k}{a}\right)^2 Dt\right), \quad (13)$$

где e – заряд электрона, S – площадь сечения полупроводника, а n_0 – равновесная концентрация электронов в полупроводнике. Иллюстрация полученной зависимости для фиксированной толщины полупроводникового слоя и различных коэффициентов диффузии приведена ниже:

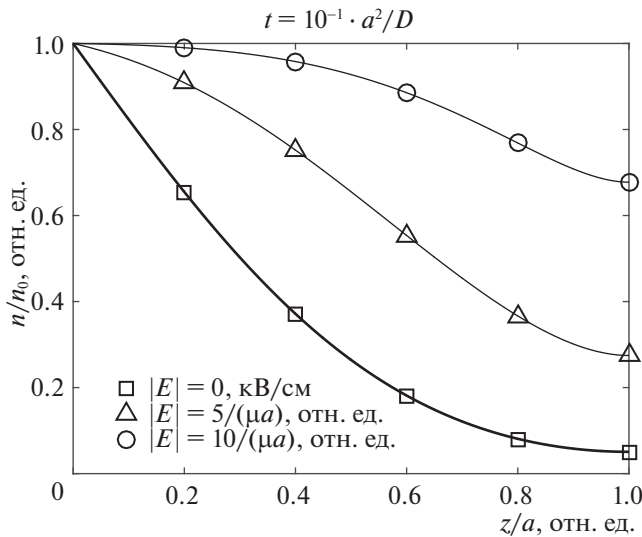


Рис. 3. Распределение приведенной концентрации электронов вдоль полупроводникового слоя в присутствии электрического поля.

Решение задачи конвекции–диффузии

С помощью преобразования Лапласа получено выражение для концентрации электронов в рассмотренной задаче конвекции–диффузии:

$$n(z, t) = n_0 \left[1 - 2 \exp \left(-\frac{A}{a} z - \left(\frac{A}{a} \right)^2 Dt \right) \times \right. \\ \left. \times \sum_{k=1}^{+\infty} C_k \sin \left(\frac{\gamma_k}{a} z \right) \exp \left(-\left(\frac{\gamma_k}{a} \right)^2 Dt \right) \right], \quad (14)$$

где γ_k – положительные корни уравнения $\gamma = A \tan \gamma$, $A = \frac{\mu E a}{2D}$, а $C_k = \frac{\gamma_k^2}{\sqrt{\gamma_k^2 + A^2} (\gamma_k^2 - A + A^2) \sin(\gamma_k)}$. Иллюстрация выражения (14) приведена на рис. 3.

Интегрированием соответствующего выражения найдена временная зависимость заряда полупроводникового слоя:

$$q(t) = 2|e|aSn_0 \sum_{k=1}^{+\infty} D_k \exp \left(-\left(\frac{\gamma_k^2 + A^2}{a^2} \right) Dt \right), \quad (15)$$

где $D_k = \frac{1}{(\gamma_k^2 - A + A^2)} \frac{\gamma_k^2}{\gamma_k^2 + A^2} \left[\left(\sin \gamma_k \left(1 + \left(\frac{A}{\gamma_k} \right)^2 \right) - 2 \frac{A}{\gamma_k} \exp(-A) \right) \right]$. Иллюстрация зависимости (15) приведена на рис. 4.

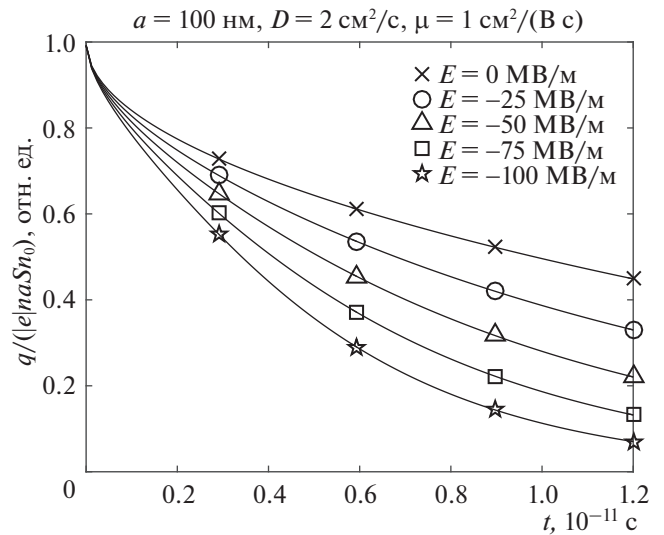


Рис. 4. Временная зависимость приведенного заряда полупроводникового слоя при различных коэффициентах диффузии в присутствии электрического поля.

ВЫВОДЫ

Полученные выражения для концентрации электронов $n(z, t)$ позволили найти временную зависимость некомпенсированного заряда полупроводникового слоя $q(t)$. Последняя позволяет, в том числе, определять характерные времена, за которые электроны металлической подложки будут заполнять до заданного уровня ранее обедненный полупроводниковый слой фотокатода, что позволяет уточнить модель фотоэмиссии [2].

В дальнейшем интерес представляет проверка построенной модели на основе экспериментальных данных. При недостаточном соответствии продуктивной может оказаться идея модификации граничных и начальных условий и решение полученных задач с проверкой соответствия теоретических (модельных) зависимостей экспериментальным. Необходимо отметить, что в литературе отсутствуют данные, например, о подвижности носителей в полупроводнике в условиях присутствия внешнего электрического поля, поэтому для настройки модели придется прибегать к использованию экспериментальных данных для каждого нового варианта материала фотокатода.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ № 19-29-12036.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. Teichert J. et al. Report on Photocathodes. CARE Report-05-028-PHIN. 2004. Geneva: CERN.
2. Hernandez-Garcia C., O Shea P.G., Stutzman M.L. // Phys. Today. 2008. V. 61 (2). P. 44–49.
3. Polozov S.M., Rashchikov V.I., Krasilnikov M.I. // Proc. 12th Int. Particle Accelerator Conf. (IPAC'21). P. 2829–2832.
<https://doi.org/10.18429/JACoW-IPAC2021-WEPAB101>
4. Красильников М., Полозов С.М., Ращиков В.И. // Ядерная физика и инжиниринг. 2022. Т. 13 (1). С. 73–78 [Krasilnikov M., Polozov S.M., Rashchikov V.I. // Phys. At. Nucl. 2021. V. 84 (11). P. 1881–1885].
5. Kumar A., Jaiswal D.K., Kumar N. // Science (Washington, DC, U. S.). 2009. V. 118 (5). P. 539–549.
6. Golz W.J., Dorroh J.R. // Appl. Math. Lett. 2001. V. 14 (8). P. 983–988.

A Diffusion Model for Describing Relaxation Process in the Semiconductor Electron Depleted Layer of a Photocathode

M. V. Vladimirov^{1, *}, S. M. Polozov¹, and V. I. Rashchikov¹

¹National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia

*e-mail: MVVladimirov@mephi.ru

Received July 20, 2022; revised August 1, 2022; accepted August 2, 2022

Abstract—To improve photoemission simulation model of picosecond electron bunches in a strong electromagnetic field, a diffusion model has been developed to describe the filling of a pre-depleted semiconductor layer of a photocathode with electrons from a metal substrate. With and without taking into account the external electric field, the analytical dependences of the distribution of the electron concentration in the semiconductor layer, as well as the time dependences of the charge of the semiconductor layer, are obtained. It is shown that it is possible in principle to determine the relaxation time, i.e., the time it takes for the charge of the semiconductor layer to decrease to a given level, which is the next step in the development of the photoemission model.

Keywords: photocathode, electron photoinjectors, diffusion, convection-diffusion problem, drift-diffusion problem