

ИНЖЕНЕРНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЯДЕРНО-ФИЗИЧЕСКОЙ АППАРАТУРЫ

УДК 539.1.074.3

КАК ОПРЕДЕЛИТЬ ФАКТОР ФАНО В ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ МАТЕРИАЛЕ ИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ?

© 2023 г. В. В. Самедов*

Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, 115409 Россия

*E-mail: v-samedov@yandex.ru

Поступила в редакцию 30.07.2022 г.

После доработки 31.07.2022 г.

Принята к публикации 31.07.2022 г.

В настоящее время в литературе существуют формулы для определения фактора Фано в полупроводниковом материале из экспериментальных данных. Однако существующие формулы не учитывают вклад флуктуаций индуцированного заряда на электродах детектора, обусловленных захватом ловушками электронов и дырок, и вклад флуктуаций индуцированного заряда, обусловленных функцией распределения генерации электронно-дырочных пар в объеме полупроводникового детектора. В данной работе получена формула для энергетического разрешения полупроводникового детектора, которая позволяет определить вклады в энергетическое разрешение различных процессов и их зависимость от свойств полупроводникового материала детектора и характеристик регистрируемой частицы. Полученная формула для энергетического разрешения полупроводникового детектора позволяет сформулировать условия, при соблюдении которых из характеристик выходного сигнала можно извлечь информацию о факторе Фано и флуктуациях индуцированного заряда на электродах детектора, обусловленных захватом ловушками электронов и дырок, и функцией распределения генерации электронно-дырочных пар в объеме полупроводникового детектора. В качестве примера, в работе из экспериментальных данных определен фактор Фано в полупроводниковом материале CdTe.

Ключевые слова: полупроводниковый детектор, энергетическое разрешение, фактор Фано, индукция заряда, захват электронов и дырок ловушками, CdTe

DOI: 10.56304/S2079562922050438

1. ВВЕДЕНИЕ

Фактор Фано является характеристикой, которая первоначально определяла дисперсию числа пар ионов, образованных моноэнергетической частицей в ионизационном детекторе. Уго Фано, в своих основополагающих работах [1, 2], посвященных энергетическому разрешению ионизационных камер, предположил, что дисперсия числа пар ионов $\sigma_N^2 = \langle (N - \langle N \rangle)^2 \rangle$, образованных моноэнергетическим излучением с энергией E , пропорциональна их среднему значению $\langle N \rangle = E/\epsilon$, где ϵ — средняя энергия образования пары ионов. Коэффициент пропорциональности в соотношении

$$\sigma_N^2 = F \langle N \rangle, \quad (1)$$

называется фактором Фано. То, что значение фактора Фано меньше единицы, обусловлено взаимозависимостью событий ионизации. Это обстоятельство приводит к уменьшению дисперсии, по сравнению с дисперсией независимых событий, описываемых статистикой Пуассона.

Впоследствии, этот подход стал применяться к оценке флуктуаций числа частиц, которые генерируются регистрируемыми частицами в поглотителе и в результате вызывают сигнал на выходе детектора, — куперовских пар в сверхпроводнике или электронно-дырочных пар в полупроводниках. В полупроводниках значение средней энергии образования электронно-дырочной пары больше ширины запрещенной зоны, что обусловлено конкуренцией процессов, приводящих в процессе передачи энергии регистрируемой частицей в полупроводнике к образованию электронно-дырочных пар и фононов. Средняя энергия образования электронно-дырочной пары и фактор Фано определяются статистическими процессами, которые зависят от электронной структуры полупроводников.

Теоретические и экспериментальные работы по определению фактора Фано имеют исключительную важность для физики детекторов. В экспериментальных работах по определению фактора Фано в полупроводниках [3–6] полагается, что дисперсия сигнала на выходе детектора определя-

ется статистикой образования носителей заряда и шумами электроники детектора

$$\sigma_S^2 = \sigma_E^2 + \sigma_{\text{noise}}^2 = F\varepsilon E + \sigma_{\text{noise}}^2, \quad (2)$$

и основаны на вычитании электронного шума из дисперсии выходного сигнала детектора. При независимом определении средней энергии образования электронно-дырочных пар, линейная зависимость от энергии регистрируемого излучения позволяет определить значение фактора Фано F .

В работе [7], для улучшения согласия с экспериментальными данными, в дисперсию выходного сигнала было включено слагаемое, обусловленное неэффективным сбором заряда,

$$\sigma_S^2 = F\varepsilon E + a_1 E^{a_2} + \sigma_{\text{noise}}^2, \quad (3)$$

где a_1 и a_2 являются константами, определяемыми наилучшей подгонкой к экспериментальным результатам. В работе [8] был использован аналогичный подход, считая, что константа $a_2 = 2$. В книге [9], для оценки вклада флуктуаций, обусловленных неполным сбором заряда, используется формула, полученная в работе [10]. Однако данная формула применима только в случае равномерной ионизации и не применима в случае рентгеновского излучения, ослабление которого происходит в соответствии с экспоненциальным законом [11].

Более подробную информацию об экспериментальном определении фактора Фано можно найти в обзоре [12].

2. ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАЗРЕШЕНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ДЕТЕКТОРА

Фактор Фано не может быть побочным результатом экспериментальных исследований с производными детекторами. Определение фактора Фано должно представлять хорошо продуманный эксперимент. Для корректного определения фактора Фано необходимо иметь формулу для энергетического разрешения полупроводникового детектора. Данная формула должна строго следовать из адекватного математического описания процессов, которые происходят в детекторе при регистрации частицы. Только в этом случае будут выявлены вклады в энергетическое разрешение различных процессов и их зависимость от свойств полупроводникового материала детектора и характеристик регистрируемой частицы. Только в этом случае могут быть сформулированы условия, при соблюдении которых из характеристик выходного сигнала можно извлечь информацию о влиянии различных факторов, в частности фактора Фано и флуктуаций индуцированного заряда на энергетическое разрешение полупроводникового детектора.

В работе [13] сформулирована математическая модель, описывающая процессы, происходящие в полупроводниковом детекторе с несколькими сиг-

нальными электродами, при преобразовании энергии регистрируемой частицы в сигнал на его выходе. Однако следует отметить, что сложное распределение электрического поля в объеме детектора, не способствует получению аналитических формул для учета процесса индукции заряда на электродах детектора электронами и дырками, с учетом конечного времени их жизни. Поэтому, наиболее приемлемым для определения фактора Фано, является детектор с двумя электродами из однородного полупроводникового материала, в объеме которого электрическое поле однородно, что облегчает получение необходимых формул.

Математическая модель регистрации первичной моноэнергетической частицы полупроводниковым детектором [14] учитывает, что процесс преобразования энергии первичной моноэнергетической частицы в выходной сигнал включает следующие последовательные этапы.

1. Этап превращения энергии регистрируемой моноэнергетической частицы в энергию вторичных частиц.
2. Этап генерации электронно-дырочных пар.
3. Этап индукции заряда на электродах детектора электронами и дырками, с учетом их захвата ловушками в полупроводниковом материале.
4. Этап усиления сигнала электроникой детектора.

Поскольку процесс формирования сигнала на выходе детектора представляет собой случайный ветвящийся каскадный процесс, то для его описания наиболее адекватен формализм производящих функций вероятности [15].

Для ветвящегося каскадного случайного процесса преобразования энергии регистрируемой моноэнергетической частицы в выходной сигнал однородного полупроводникового детектора, из производящей функции вероятностей следует выражение для среднего значения выходного сигнала, выраженного в единицах заряда электрона

$$\langle Q \rangle = E_0 \sum_{\alpha=1}^A \int_V \int_E \int_{\Omega} dV dE d\Omega \rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega) \times \times \frac{u(E - E_{\alpha \min}(\mathbf{r}, E, \Omega))}{\varepsilon_{\alpha}(E, \Omega)} \sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \langle g \rangle, \quad (4)$$

и выражение для дисперсии выходного сигнала полупроводникового детектора

$$\sigma_Q^2 = \sigma_{\text{cov}}^2 + \sigma_{\text{pair}}^2 + \sigma_{\text{ind}}^2 + \sigma_{\text{gain}}^2 + \sigma_{\text{noise}}^2, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{cov}}^2 = E_0^2 & \left\{ \sum_{\alpha=1}^A \sum_{\alpha'=1}^A \iiint_V \iiint_E \iiint_{\Omega} \iiint_{V'} \iiint_{E'} \iiint_{\Omega'} dV dE d\Omega dV' dE' d\Omega' \times \right. \\ & \times \rho_{W\alpha W'\alpha'}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega, \mathbf{r}', E', \Omega') \frac{u(E - E_{\alpha \min}(\mathbf{r}, E, \Omega))}{\varepsilon_{\alpha}(E, \Omega)} \times \\ & \times \sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \frac{u(E' - E_{\alpha' \min}(\mathbf{r}', E', \Omega'))}{\varepsilon_{\alpha'}(E', \Omega')} \sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}') \rangle - \\ & - \left(\sum_{\alpha=1}^A \iiint_V \iiint_E \iiint_{\Omega} dV dE d\Omega \rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega) \times \right. \\ & \times \left. \frac{u(E - E_{\alpha \min}(\mathbf{r}, E, \Omega))}{\varepsilon_{\alpha}(E, \Omega)} \sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \right)^2 \left. \right\} \langle g \rangle^2 \end{aligned} \quad (6)$$

— дисперсия выходного сигнала, обусловленная ковариациями вторичных частиц в элементах фазового пространства;

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{pair}}^2 = E_0^2 & \sum_{\alpha=1}^A \iiint_V \iiint_E \iiint_{\Omega} dV dE d\Omega \rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega) \times \\ & \times \frac{F_{\alpha}(E, \Omega)}{\varepsilon_{\alpha}(E, \Omega)} u(E - E_{\alpha \min}(\mathbf{r}, E, \Omega)) \left(\sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \right)^2 \langle g \rangle^2 \end{aligned} \quad (7)$$

— дисперсия выходного сигнала, обусловленная флуктуациями процесса образования электронно-дырочных пар;

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{ind}}^2 = E_0^2 & \sum_{\alpha=1}^A \iiint_V \iiint_E \iiint_{\Omega} dV dE d\Omega \rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega) \times \\ & \times \frac{u(E - E_{\alpha \min}(\mathbf{r}, E, \Omega))}{\varepsilon_{\alpha}(E, \Omega)} \times \\ & \times \sum_{\pi=1}^2 \left[\langle q_{\pi}^2(\mathbf{r}) \rangle - (\langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle)^2 \right] \langle g \rangle^2 \end{aligned} \quad (8)$$

— дисперсия выходного сигнала, обусловленная флуктуациями процесса индукции заряда на электродах детектора;

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{gain}}^2 = E_0^2 & \sum_{\alpha=1}^A \iiint_V \iiint_E \iiint_{\Omega} dV dE d\Omega \rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega) \times \\ & \times \frac{u(E - E_{\alpha \min}(\mathbf{r}, E, \Omega))}{\varepsilon_{\alpha}(E, \Omega)} \sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \sigma_g^2 \end{aligned} \quad (9)$$

— дисперсия выходного сигнала, обусловленная флуктуациями коэффициента усиления сигнала электронным усилителем; σ_{noise}^2 — дисперсия выходного сигнала, обусловленная шумами детектора и электроники.

Во всех, выше приведенных формулах, $\rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega)$ — функция распределения поглощенной энергии при появлении вторичной частицы типа α в элементе фазового пространства

$d\Gamma = dV dE d\Omega$, индекс α ($\alpha = \overline{1, A}$) определяет вторичные частицы: фотоны, электроны, позитроны, фононы и т.д.; $\rho_{W\alpha W'\alpha'}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega, \mathbf{r}', E', \Omega')$ — парная функция распределения поглощенной энергии с условиями нормировки

$$\sum_{\alpha=1}^A \iiint_V \iiint_E \iiint_{\Omega} dV dE d\Omega \rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega) = 1, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{\alpha=1}^A \sum_{\alpha'=1}^A \iiint_V \iiint_E \iiint_{\Omega} \iiint_{V'} \iiint_{E'} \iiint_{\Omega'} dV dE d\Omega dV' dE' d\Omega' \times \\ & \times \rho_{W\alpha W'\alpha'}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega, \mathbf{r}', E', \Omega') = 1; \end{aligned} \quad (11)$$

$\varepsilon_{\alpha}(E, \Omega)$ — средняя энергия образования электронно-дырочной пары вторичной частицей типа α , с энергией E , движущейся в направлении Ω , которая в случае однородного полупроводника не зависит от точки в объеме детектора; $F_{\alpha}(E, \Omega)$ — фактор Фано для вторичных частиц типа α , принадлежащих элементу фазового пространства $d\Gamma = dV dE d\Omega$; $u(x)$ — единичная функция Хевисайда ($u(x) = 0$ для $x < 0$ и $u(x) = 1$ для $x \geq 0$) учитывает пороги генерации электронно-дырочных пар вторичными частицами; $\langle g \rangle$ и σ_g^2 — среднее значение и дисперсия коэффициента усиления сигнала электронным усилителем; σ_{noise}^2 — дисперсия выходного сигнала, обусловленная шумами детектора и электроники.

В приведенных выше формулах

$$\langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle = \int d\tau_{\pi}^{-1} \rho_{\pi}(\tau_{\pi}^{-1}) \langle q_{\pi}(\mathbf{r}, \tau_{\pi}^{-1}) \rangle, \quad (12)$$

$$\langle q_{\pi}^2(\mathbf{r}) \rangle = \int d\tau_{\pi}^{-1} \rho_{\pi}(\tau_{\pi}^{-1}) \langle q_{\pi}^2(\mathbf{r}, \tau_{\pi}^{-1}) \rangle \quad (13)$$

— усредненные по распределению обратного времени жизни носителей заряда первый и второй моменты функции распределения индуцированного заряда носителем заряда типа π , принимающим значение $\pi = 1$ для электронов и $\pi = 2$ для дырок, образованном в точке $\mathbf{r}$ детектора.

Полученные выражения являются наиболее общими формулами для среднего значения и дисперсии выходного сигнала однородного полупроводникового детектора, и являются основой для всевозможных приближений.

3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАЗРЕШЕНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ДЕТЕКТОРА ПРИ РЕГИСТРАЦИИ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Прежде всего, необходимо проанализировать влияние типа частиц на экспериментальное определение фактора Фано. Использование заряжен-

ных частиц для определения фактора Фано затруднительно, поскольку связано с флуктуациями потерь энергии в мертвом слое полупроводникового детектора для легких заряженных частиц, и, помимо флуктуаций потерь энергии, сильную комбинацию электронно-дырочных пар, зависящую от плотности ионизации, для тяжелых заряженных частиц. Поэтому, наиболее целесообразными для определения фактора Фано являются кванты электромагнитного излучения, поскольку их распространение в материале детектора не меняет их энергию.

При исследовании характеристик детектора, наиболее простой для анализа является реакция детектора на моноэнергетическое рентгеновское излучение низкой энергии, для которого процесс фотоэлектрического поглощения преобладает над комптоновским рассеянием. В этом случае многократным рассеянием рентгеновского кванта в объеме детектора можно пренебречь, и мы можем считать, что его энергия, за исключением энергии связи, переходит в точке взаимодействия в кинетическую энергию фотоэлектрона.

Так как обычно объем детектора много больше объема области конверсии низкоэнергетического фотоэлектрона в энергию электронно-дырочных пар, то можно считать, что все электронно-дырочные пары образуются в точке взаимодействия рентгеновского кванта с детектором. При регистрации низкоэнергетического рентгеновского излучения в детекторе образуются вторичные частицы только двух типов электроны $\alpha = 1$ и фотоны $\alpha = 2$. Так как в полупроводниках в образовании электронно-дырочных пар участвуют только электроны, то функция распределения поглощенной энергии и парная функция распределения принимают вид

$$\rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \rho_W(E_0, E, \mathbf{\Omega}) \delta_{\alpha,1}, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \rho_{W\alpha W'\alpha'}(E_0, \mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}, \mathbf{r}', E', \mathbf{\Omega}') = \\ = \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \rho_{WW'}(E_0, E, \mathbf{\Omega}, E', \mathbf{\Omega}') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta_{\alpha,1} \delta_{\alpha',1}, \end{aligned} \quad (15)$$

где $\delta_{i,k}$ – символ Кронекера, а $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ – дельта-функция Дирака.

Таким образом, среднее значение сигнала полупроводникового детектора при регистрации моноэнергетического рентгеновского излучения низкой энергии будет иметь вид

$$\langle Q \rangle = E_0 \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{1}{\varepsilon(E_0)} \sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \langle g \rangle, \quad (16)$$

где величина, обратная средней энергии образования электронно-дырочной пары, определяется выражением

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon(E_0)} = \\ = \int_E \int_{\Omega} dE d\Omega \rho_W(E_0, E, \mathbf{\Omega}) \frac{u(E - E_{\min}(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}))}{\varepsilon(E, \mathbf{\Omega})}. \end{aligned} \quad (17)$$

Вклады в дисперсию сигнала полупроводникового детектора будут иметь вид

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{cov}}^2 = E_0^2 \left\{ \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{1}{\tilde{\varepsilon}^2(E_0)} \left(\sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \right)^2 - \right. \\ \left. - \left(\int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{1}{\varepsilon(E_0)} \sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \right)^2 \right\} \langle g \rangle^2, \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tilde{\varepsilon}^2(E_0)} = \\ = \int_E \int_{\Omega} \int_{E'} \int_{\Omega'} dE d\Omega dE' d\Omega' \rho_{WW'}(E_0, E, \mathbf{\Omega}, E', \mathbf{\Omega}') \times \\ \times \frac{u(E - E_{\min}(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})) u(E' - E_{\min}(\mathbf{r}, E', \mathbf{\Omega}'))}{\varepsilon(E, \mathbf{\Omega}) \varepsilon(E', \mathbf{\Omega}')}, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\sigma_{\text{pair}}^2 = E_0 \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{F(E_0)}{\varepsilon(E_0)} \left(\sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \right)^2 \langle g \rangle^2, \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{F(E_0)}{\varepsilon(E_0)} = \int_E \int_{\Omega} dE d\Omega \rho_W(E_0, E, \mathbf{\Omega}) \times \\ \times \frac{F(E, \mathbf{\Omega})}{\varepsilon(E, \mathbf{\Omega})} u(E - E_{\min}(E, \mathbf{\Omega})); \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{ind}}^2 = E_0 \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{1}{\varepsilon(E_0)} \times \\ \times \sum_{\pi=1}^2 \left[\langle q_{\pi}^2(\mathbf{r}) \rangle - (\langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle)^2 \right] \langle g \rangle^2; \end{aligned} \quad (22)$$

$$\sigma_{\text{gain}}^2 = E_0 \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{1}{\varepsilon(E_0)} \sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \sigma_g^2. \quad (23)$$

Выражения (17), (19) и (21) можно рассматривать как определения средней энергии образования электронно-дырочной пары, квадрата средней энергии и фактора Фано, которые зависят от энергии первичной частицы. Из выражений (17), (19) и (21) следует, что только в случае, когда средняя энергия образования электронно-дырочной пары и фактор Фано не зависят от энергии и направления движения вторичных частиц,

$$\frac{1}{\varepsilon(E_0)} = \frac{1}{\varepsilon}, \quad \frac{1}{\tilde{\varepsilon}^2(E_0)} = \frac{1}{\varepsilon^2}, \quad \frac{F(E_0)}{\varepsilon(E_0)} = \frac{F}{\varepsilon}, \quad (24)$$

средняя энергия образования электронно-дырочной пары, квадрат средней энергии и фактор

Фано не зависят от энергии первичной частицы. Именно это приближение обычно применяется при оценке значений фактора Фано из экспериментальных данных.

В указанном приближении для однородного полупроводникового детектора среднее значение выходного сигнала будет иметь вид

$$\langle Q \rangle = \frac{E_0}{\varepsilon} \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) (\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle + \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle) \langle g \rangle. \quad (25)$$

Дисперсия выходного сигнала, обусловленная ковариациями вторичных частиц в фазовом пространстве, сводится к дисперсии выходного сигнала, обусловленной пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта в объеме детектора

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{cov}}^2 &= \sigma_{\text{sp}}^2 = \\ &= \frac{E_0^2}{\varepsilon^2} \left\{ \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) (\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle + \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle)^2 - \right. \\ &\quad \left. - \left(\int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) (\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle + \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle) \right)^2 \right\} \langle g \rangle^2, \end{aligned} \quad (26)$$

а другие вклады в энергетическое разрешение примут вид

$$\sigma_{\text{pair}}^2 = \frac{E_0}{\varepsilon} F \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) (\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle + \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle)^2 \langle g \rangle^2, \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{ind}}^2 &= \frac{E_0}{\varepsilon} \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \times \\ &\times \left(\langle q_n^2(\mathbf{r}) \rangle - \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle^2 + \langle q_p^2(\mathbf{r}) \rangle - \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle^2 \right) \langle g \rangle^2, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\sigma_{\text{gain}}^2 = \frac{E_0}{\varepsilon} \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) (\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle + \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle) \sigma_g^2. \quad (29)$$

Чтобы понять влияние вкладов в энергетическое разрешение полупроводникового детектора, удобно использовать относительную дисперсию выходного сигнала, связанную с энергетическим разрешением спектрометра выражением

$$\frac{\Delta E}{E_0} = 2.36 \eta_Q, \quad (30)$$

где ΔE – полная ширина линии с энергией E_0 на половине высоты (ПШПВ).

Для полупроводникового детектора при регистрации низкоэнергетического рентгеновского излучения, формулы для среднего значения и относительной дисперсии выходного сигнала будут иметь вид

$$\langle Q \rangle = \frac{E_0}{\varepsilon} (\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V) \langle g \rangle, \quad (31)$$

$$\eta_Q^2 = \eta_{\text{sp}}^2 + \eta_{\text{pair}}^2 + \eta_{\text{ind}}^2 + \eta_{\text{gain}}^2 + \eta_{\text{noise}}^2, \quad (32)$$

где

$$\begin{aligned} \eta_{\text{sp}}^2 &= \left(\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle^2 \rangle_V - \langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V^2 + \right. \\ &\quad \left. + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle^2 \rangle_V - \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V^2 + 2 \langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V - \right. \\ &\quad \left. - \langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V \right) / (\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V)^2 = \\ &= (\sigma_{\langle q_n \rangle}^2 + \sigma_{\langle q_p \rangle}^2 + 2 \text{cov}(\langle q_n \rangle, \langle q_p \rangle)) / (\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V)^2, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \eta_{\text{pair}}^2 &= \frac{\varepsilon}{E_0} F \left(\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle^2 \rangle_V + 2 \langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \right. \\ &\quad \left. + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle^2 \rangle_V \right) / (\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V)^2 = \\ &= \frac{\varepsilon}{E_0} F (\eta_{\text{sp}}^2 + 1), \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \eta_{\text{ind}}^2 &= \frac{\varepsilon}{E_0} \left(\langle \langle q_n^2(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V - \langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle^2 \rangle_V + \langle \langle q_p^2(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V - \right. \\ &\quad \left. - \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle^2 \rangle_V \right) / (\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V)^2 = \\ &= \frac{\varepsilon}{E_0} (\sigma_{q_n}^2 + \sigma_{q_p}^2) / (\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V)^2, \end{aligned} \quad (35)$$

$$\eta_{\text{gain}}^2 = \frac{\varepsilon}{E_0} \frac{\sigma_g^2}{\langle g \rangle^2} / (\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V), \quad (36)$$

$$\eta_{\text{noise}}^2 = \sigma_{\text{noise}}^2 / \langle Q \rangle^2. \quad (37)$$

В формулах, индекс при угловых скобках означает усреднение по функции распределения точек взаимодействия рентгеновского кванта в объеме полупроводникового детектора.

4. МОМЕНТЫ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНДУЦИРОВАННОГО ЗАРЯДА В ОДНОРОДНОМ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОМ ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ ДЕТЕКТОРЕ

В работе [16], получена общая формула для моментов функции распределения заряда, индуцированного на электродах детектора, с учетом захвата носителей заряда ловушками

$$\langle q^n \rangle = n \int_0^1 dq \cdot q^{n-1} \exp(-F(q)). \quad (38)$$

Моменты функции распределения заряда определяются безразмерной функцией $F(q)$, представляющей собой линейный интеграл вдоль линии электрического поля от точки образования $\mathbf{r}$ до точки захвата носителя заряда

$$F(q) = \int_0^{l(q)} ds / \mu_{\pi} \tau_{\pi} E(s), \quad (39)$$

где $q = Q/Q_{\max}$ — относительный индуцированный заряд; $Q_{\max}$ — максимальный заряд, который может индуцировать носитель на электродах детектора; μ_π — подвижность носителя, τ_π — среднее время жизни носителя, $E(s)$ — величина электрического поля вдоль траектории движения носителя заряда.

В формуле (39), $l(q)$ — функция, обратная функции распределения относительного индуцированного заряда на положительном электроде детектора

$$q(l) = |\Delta\phi(l)|/V, \quad (40)$$

где $\Delta\phi(l)$ — разность потенциалов между точкой образования $\mathbf{r}$ и точкой захвата носителя заряда, который прошел путь l в материале детектора; V — напряжение смещения детектора.

Преимуществом однородного плоскопараллельного полупроводникового детектора толщиной d является то, что электрическое поле в объеме детектора однородно, $E = \text{const}$, и формулы для моментов функции распределения заряда примут вид

$$\langle q_\pi(\mathbf{r}) \rangle = \frac{\mu_\pi \tau_\pi E}{d} \left[1 - \exp\left(-\frac{l_\pi(\mathbf{r})}{\mu_\pi \tau_\pi E}\right) \right], \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \langle q_\pi^2(\mathbf{r}) \rangle &= 2 \left(\frac{\mu_\pi \tau_\pi E}{d} \right)^2 \times \\ &\times \left[1 - \left(1 + \frac{l_\pi(\mathbf{r})}{\mu_\pi \tau_\pi E} \right) \exp\left(-\frac{l_\pi(\mathbf{r})}{\mu_\pi \tau_\pi E}\right) \right], \end{aligned} \quad (42)$$

где $l_\pi(\mathbf{r})$ — максимальный пробег носителя, образованного в точке $\mathbf{r}$ детектора.

Мы примем стандартную схему подключения плоскопараллельного детектора толщиной d , для которой напряженность поля направлена противоположно направлению оси X , перпендикулярной плоскостям электродов. В этом случае, максимальные пробеги носителей, образованных в точке x_0 детектора, равны $l_n(x_0) = d - x_0$, $l_p(x_0) = x_0$, и

$$\langle q_n(x_0) \rangle = \frac{\lambda_n}{d} \left[1 - \exp\left(-\frac{d - x_0}{\lambda_n}\right) \right], \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \langle q_n^2(x_0) \rangle &= 2 \left(\frac{\lambda_n}{d} \right)^2 \times \\ &\times \left[1 - \left(1 + \frac{d - x_0}{\lambda_n} \right) \exp\left(-\frac{d - x_0}{\lambda_n}\right) \right], \end{aligned} \quad (44)$$

$$\langle q_p(x_0) \rangle = \frac{\lambda_p}{d} \left[1 - \exp\left(-\frac{x_0}{\lambda_p}\right) \right], \quad (45)$$

$$\langle q_p^2(x_0) \rangle = 2 \left(\frac{\lambda_p}{d} \right)^2 \left[1 - \left(1 + \frac{x_0}{\lambda_p} \right) \exp\left(-\frac{x_0}{\lambda_p}\right) \right], \quad (46)$$

где $\lambda_\pi = \mu_\pi \tau_\pi E$ — средние пробеги носителей в полупроводниковом материале.

При падении потока рентгеновских квантов вдоль оси X , функция распределения точек взаимодействия рентгеновского кванта в объеме полупроводникового детектора имеет вид

$$\rho_V(x_0) = \frac{C}{\lambda_X} \exp\left(-\frac{x_0}{\lambda_X}\right), \quad (47)$$

где λ_X — длина ослабления рентгеновского излучения с энергией E_0 , а

$$C = 1 / \left[1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_X}\right) \right]. \quad (48)$$

Таким образом, усредненные по функции распределения точек взаимодействия рентгеновского кванта в объеме полупроводникового детектора моменты функции распределения индуцированного заряда будут определяться выражениями

$$\begin{aligned} \langle \langle q_n(x_0) \rangle \rangle_V &= \int_V dx_0 \rho_V(x_0) \langle q_n(x_0) \rangle = \\ &= C \frac{\lambda_n}{d} \left[1 - \frac{\exp\left(-\frac{d}{\lambda_n}\right)}{1 - \frac{\lambda_X}{\lambda_n}} - \frac{\exp\left(-\frac{d}{\lambda_X}\right)}{1 - \frac{\lambda_n}{\lambda_X}} \right], \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \langle \langle q_p(x_0) \rangle \rangle_V &= \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle = \\ &= C \frac{\lambda_p}{d} \left(1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_X}\right) \right) \times \\ &\times \left(1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_X} \left(1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_p}\right) \right) \right) / \left(1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_X} \right), \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \langle \langle q_n(\mathbf{r})^2 \rangle \rangle_V &= \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \langle q_n(\mathbf{r})^2 \rangle = \\ &= C \left(\frac{\lambda_n}{d} \right)^2 \left[1 - \frac{2 \exp\left(-\frac{d}{\lambda_n}\right)}{1 - \frac{\lambda_X}{\lambda_n}} + \right. \\ &\left. + \frac{\exp\left(-\frac{2d}{\lambda_n}\right)}{1 - \frac{2\lambda_X}{\lambda_n}} - \frac{\exp\left(-\frac{d}{\lambda_X}\right)}{\left(1 - \frac{\lambda_n}{\lambda_X}\right)\left(1 - \frac{\lambda_n}{2\lambda_X}\right)} \right], \end{aligned} \quad (51)$$

$$\langle \langle q_p(\mathbf{r})^2 \rangle \rangle_V = \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \langle q_p(\mathbf{r})^2 \rangle =$$

$$= C \left(\frac{\lambda_p}{d} \right)^2 \left(\frac{1}{\left(1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_X} \right) \left(1 + \frac{\lambda_p}{2\lambda_X} \right)} - \right. \quad (52)$$

$$\left. - \exp \left(-\frac{d}{\lambda_X} \right) \left(1 - \frac{2 \exp \left(-\frac{d}{\lambda_p} \right)}{1 + \frac{\lambda_X}{\lambda_p}} + \frac{\exp \left(-\frac{2d}{\lambda_p} \right)}{1 + \frac{2\lambda_X}{\lambda_p}} \right) \right),$$

$$\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V = \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle =$$

$$= C \left(\frac{\lambda_n}{d} \right) \left(\frac{\lambda_p}{d} \right) \times$$

$$\times \left(\frac{1}{\left(1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_X} \right)} - \frac{\exp \left(-\frac{d}{\lambda_n} \right)}{\left(1 - \frac{\lambda_X}{\lambda_n} \right) \left(1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_X} - \frac{\lambda_p}{\lambda_n} \right)} - \right. \quad (53)$$

$$\left. - \exp \left(-\frac{d}{\lambda_X} \right) \left(\frac{1}{\left(1 - \frac{\lambda_n}{\lambda_X} \right)} - \frac{\exp \left(-\frac{d}{\lambda_p} \right)}{\left(1 + \frac{\lambda_X}{\lambda_p} \right) \left(1 - \frac{\lambda_n}{\lambda_X} - \frac{\lambda_n}{\lambda_p} \right)} \right) \right),$$

$$\langle \langle q_n^2(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V = \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \langle q_n^2(\mathbf{r}) \rangle =$$

$$= 2C \left(\frac{\lambda_n}{d} \right)^2 \left(1 - \frac{\left(1 + \frac{d}{\lambda_n} - 2 \frac{\lambda_X}{\lambda_n} \left(1 + \frac{d}{2\lambda_n} \right) \right)}{\left(1 - \frac{\lambda_X}{\lambda_n} \right)^2} \times \right. \quad (54)$$

$$\times \exp \left(-\frac{d}{\lambda_n} \right) - \frac{\exp \left(-\frac{d}{\lambda_X} \right)}{\left(1 - \frac{\lambda_n}{\lambda_X} \right)^2} \right),$$

$$\langle \langle q_p^2(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V = \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \langle q_p^2(\mathbf{r}) \rangle =$$

$$= 2C \left(\frac{\lambda_p}{d} \right)^2 \left(1 - \exp \left(-\frac{d}{\lambda_X} \right) \left(\left(1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_X} \right)^2 - \right. \quad (55)$$

$$\left. - \left(2 \frac{\lambda_p}{\lambda_X} \left(1 + \frac{\lambda_p}{2\lambda_X} \right) + \frac{d}{\lambda_X} \left(1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_X} \right) \right) \times \right.$$

$$\left. \times \exp \left(-\frac{d}{\lambda_p} \right) \right) \left(1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_X} \right)^2.$$

5. КАК ОПРЕДЕЛИТЬ ФАКТОР ФАНО ИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ?

Если пренебречь флуктуациями коэффициента усиления сигнала электронным усилителем, то выражение для относительной дисперсии выходного сигнала однородного плоскопараллельного полупроводникового детектора при регистрации низкоэнергетического рентгеновского излучения можно представить в виде

$$\eta_Q^2 - \eta_{\text{noise}}^2 = \eta_{\text{sp}}^2 + \frac{\varepsilon}{E_0} \left[F(\eta_{\text{sp}}^2 + 1) + \eta_Q^2 \right], \quad (56)$$

который представляет собой линейную функцию от обратной энергии регистрируемого рентгеновского излучения. В формуле (56)

$$\eta_{\text{sp}}^2 = \left(\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle^2 \rangle_V - \langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V^2 + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle^2 \rangle_V - \right.$$

$$\left. - \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V^2 + 2 \left(\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V - \right. \quad (57)$$

$$\left. - \langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V \right) / \left(\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V \right)^2$$

— относительная дисперсия выходного сигнала, обусловленная пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта в объеме детектора.

$$\eta_Q^2 = \left(\langle \langle q_n^2(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V - \langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V^2 + \langle \langle q_p^2(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V - \right.$$

$$\left. - \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V^2 \right) / \left(\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V \right)^2 \quad (58)$$

— относительная дисперсия, обусловленная флуктуациями процесса индукции заряда на электродах детектора.

Следует отметить, что формула, аналогичная формуле (56), была получена мною в работе [17], посвященной собственному разрешению детектора с несколькими датчиками, в которой был предложен метод определения фактора Фано в стриповом детекторе, по ковариации флуктуаций сигналов двух датчиков на его концах. Однако к подходу развитому в этой работе не был проявлен интерес, а я, как теоретик, не обладал необходимыми экспериментальными результатами для его реализации.

Возврат к данной проблеме связан с появлением работы [18], которая содержит информацию, необходимую для определения фактора Фано. Следует отметить, что в настоящее время существует ограниченное число работ, в которых из экспериментальных данных определяется фактор Фано для полупроводникового материала CdTe [19–21]. В них приводятся только значения фактора Фано, которые находятся в диапазоне от 0.089 до 0.15.

В отличие от существующих в литературе работ, в работе [18] опубликованы данные экспериментальных исследований характеристик CdTe детектора толщиной 1 мм. Авторы привели таблицу полных ширин спектральных линий на по-

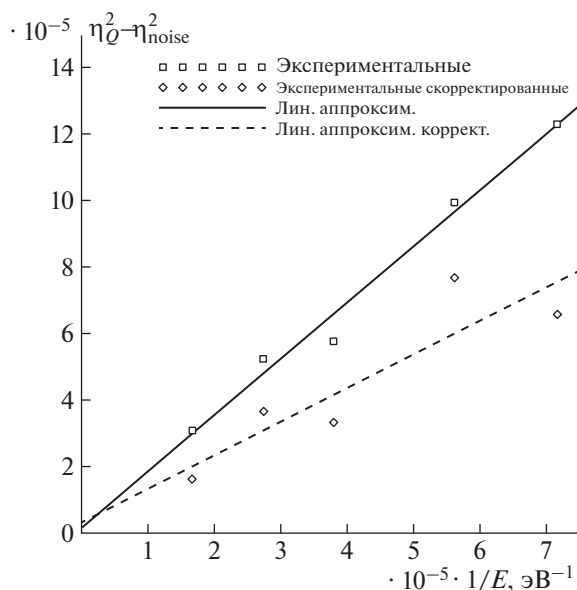


Рис. 1. Графики зависимостей относительной дисперсии выходного сигнала от обратной энергии регистрируемого рентгеновского излучения, полученные из экспериментальных и скорректированных данных работы [18], и их аппроксимации линейными зависимостями.

ловине высоты (ПШПВ) в диапазоне от 13.95 до 59.54 кэВ, в том числе ПШПВ шумов электроники. Предполагая значение средней энергии генерации электронно-дырочной пары, равным 4.43 эВ [22], и значение фактора Фано $F = 0.12$, они столкнулись с тем, что существующий теоретический подход к оценке фактора Фано требует критического анализа. Они установили, что электронный плюс избыточный шум, который, как они предположили, связан с захватом заряда и баллистическим дефицитом, доминируют над шумом Фано во всем диапазоне энергий.

Авторы попытались улучшить полученный из экспериментальных данных результат, и, чтобы уменьшить экспериментальное значение фактора Фано, предприняли попытку удаления низкоэнергетических хвостов с помощью точной подгонки спектральных линий. Из уравнения

$$\sqrt{\text{FWHM}_{\text{line}}^2 - \text{FWHM}_{\text{elec}}^2} = 2.355 \sqrt{\epsilon_{\text{CdTe}} F \sqrt{E}}, \quad (59)$$

для скорректированных данных они определили значение для фактора Фано, равное $F = 0.24 \pm 0.02$. Но и это, скорректированное значение фактора Фано, показалось авторам завышенным. В результате, они сделали вывод, что явления захвата заряда носителей приводят к уширению линии, не ограниченному только низкоэнергетическими хвостами, и что избыточный шум не может быть полностью устранен путем удаления низкоэнергетических хвостов спектральных линий.

Действительно, полученное в работе [18] значение фактора Фано не является корректным, поскольку при его определении не учитывались флуктуации, обусловленные захватом носителей в процессе индукции заряда на электродах детектора, и флуктуации, обусловленные пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта в объеме детектора.

Поэтому в данной работе я приведу пример, иллюстрирующий разработанную теорию, и покажу, как правильно определить фактор Фано в полупроводниковых материалах. В отличие от используемых во всех работах, в том числе и в работе [18], графиков зависимости ПШПВ от энергии излучения, необходимо, в соответствии с формулой (56), использовать зависимость относительной дисперсии выходного сигнала от обратной энергии регистрируемого рентгеновского излучения. На рис. 1 приведены графики зависимостей относительной дисперсии выходного сигнала, полученные из экспериментальных и скорректированных данных работы [18], от обратной энергии регистрируемого рентгеновского излучения.

Аппроксимация линейной зависимостью

$$\eta_Q^2 - \eta_{\text{noise}}^2 = a + \frac{b}{E} \quad (60)$$

экспериментальных и скорректированных данных, дают следующие результаты $a = 1.65 \cdot 10^{-6}$, $b = 1.69$ и $a_{\text{corr}} = 3.21 \cdot 10^{-6}$, $b_{\text{corr}} = 1.01$.

Предполагая значение средней энергии генерации электронно-дырочной пары, равным $\epsilon_{\text{CdTe}} = 4.43$ эВ [22], если применять метод определения фактора Фано из углового коэффициента, то получим из экспериментальных и скорректированных данных значения $F_{\text{old}} = b/\epsilon_{\text{CdTe}} = 0.38$ и $F_{\text{old corr}} = b_{\text{corr}}/\epsilon_{\text{CdTe}} = 0.23$.

По всей вероятности, значение фактора Фано из экспериментальных данных, показалось авторам завышенным, и поэтому они предприняли попытку удаления низкоэнергетических хвостов спектральных линий, чтобы уменьшить экспериментальное значение фактора Фано.

Правильный подход к определению фактора Фано должен заключаться в следующем. Коэффициент a в уравнении (60) представляет собой относительную дисперсию выходного сигнала, обусловленную пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта в объеме детектора η_{sp}^2 . Используем для расчетов значение $\lambda_{\text{X}} = 0.0246$ см⁻¹ для длины ослабления рентгеновского излучения с энергией 60 кэВ [23]. Для значения произведения времени жизни на подвижность для электронов примем значение $1.2 \cdot 10^{-3}$ см²/В, полученное авторами в работе [24] из уравнения Хехта [25]. Толщина CdTe детектора

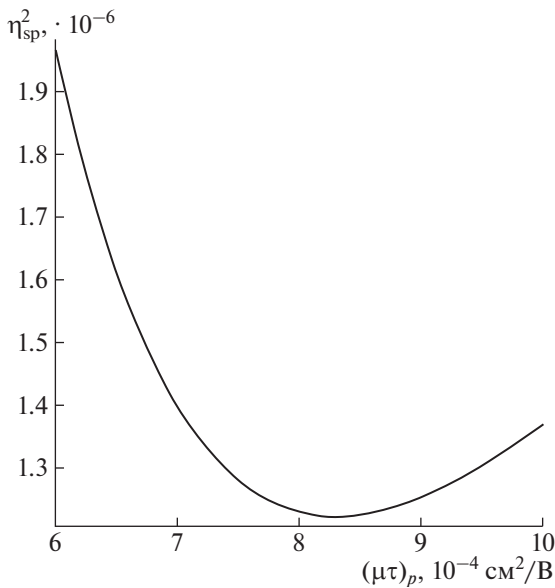


Рис. 2. График зависимости относительной дисперсии, обусловленной пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта в объеме детектора от произведения $(\mu\tau)_p$ для экспериментальных данных работы [18].

в работе [18] была равна $d = 1$ мм, а экспериментальные данные были получены для напряжения смещения детектора, равного $V = 420$ В. Используя формулы (57) и (49)–(53), и связь длины поглощения для электронов $\lambda_n = (\mu\tau)_n V/d$ с напряжением смещения и произведением времени жизни на подвижность для электронов, построим график зависимости η_{sp}^2 от произведения времени жизни на подвижность для дырок $(\mu\tau)_p$.

Для условия $\eta_{sp}^2 = a$, из графика на рис. 2 можно определить для произведения времени жизни на подвижность для дырок значение $(\mu\tau)_p = 6.43 \cdot 10^{-4}$ см²/В. Используя формулы (58) и (49)–(52), с помощью полученного значения для произведения времени жизни на подвижность для дырок, можно определить относительную дисперсию, обусловленную флуктуациями процесса индукции заряда на электродах детектора, которая будет иметь значение $\eta_q^2 = 0.089$.

Далее из уравнения

$$\frac{b}{\epsilon_{CdTe}} = [F(a+1) + \eta_q^2], \quad (61)$$

для экспериментальных данных работы [18] можно получить значение фактора Фано, равное $F_{exp} = 0.29$, а не $F_{old} = 0.38$.

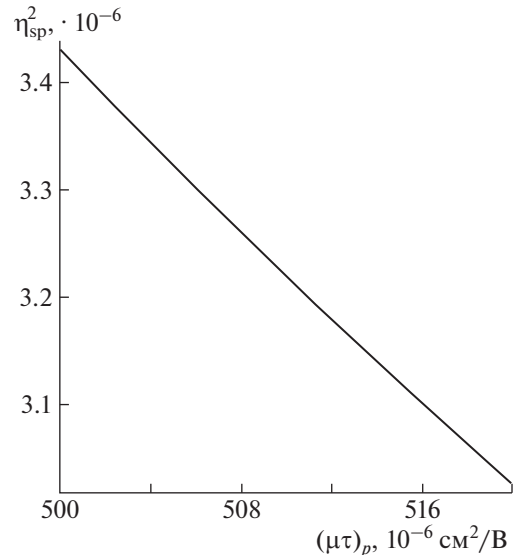


Рис. 3. График зависимости относительной дисперсии, обусловленной пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта в объеме детектора от произведения $(\mu\tau)_p$ для скорректированных данных работы [18].

Аналогично, для скорректированных данных, для условия $\eta_{sp}^2 = a_{corr}$ из графика на рис. 3 можно определить для произведения времени жизни на подвижность для дырок значение $(\mu\tau)_{p\,corr} = 5.1 \cdot 10^{-4}$ см²/В, и относительную дисперсию, обусловленную флуктуациями процесса индукции заряда на электродах детектора, которая будет иметь значение $\eta_{q\,corr}^2 = 0.089$.

Из уравнения

$$\frac{b_{corr}}{\epsilon_{CdTe}} = [F_{corr}(a_{corr} + 1) + \eta_{q\,corr}^2], \quad (62)$$

для скорректированных данных работы [18] можно получить значение фактора Фано, равное $F_{corr} = 0.14$, а не $F_{old\,corr} = 0.23$.

Так как авторы не описывают процедуру точной подгонки, связанной с удалением, низкоэнергетических хвостов, решить, какое значение фактора Фано ближе к истине, в настоящий момент невозможно. Дальнейшее увеличение статистики должно повысить точность и надежность получаемых из экспериментальных данных значений фактора Фано. Я надеюсь, что приведённый пример стимулирует экспериментальные работы по определению фактора Фано в полупроводниковых материалах.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенный в работе пример определения фактора Фано в полупроводниковом материале CdTe, демонстрирует важность адекватного математического описания процессов, происходящих в детекторе при регистрации первичных частиц, и важность получения правильной формулы для энергетического разрешения полупроводникового детектора. Показано, что только такая формула позволяет выявить зависимость энергетического разрешения детектора от характеристик полупроводникового материала и других параметров детектора. Только на основании такой формулы могут быть сформулированы условия, при соблюдении которых из характеристик выходного сигнала можно извлечь информацию о характеристиках процессов, происходящих в детекторе при регистрации излучений, в частности фактора Фано и флуктуаций индуцированного заряда.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. Fano U. // Phys. Rev. 1946. V. 70. P. 44.
2. Fano U. // Phys. Rev. 1947. V. 72. P. 26.
3. Ricker G.R. et al. // Rev. Sci. Instrum. 1982. V. 53. P. 700.
4. Ishida N., Kikuchi J., Doke T. et al. // Phys. Rev. A. 1992. V. 46. P. 1676.
5. Lepi M.C. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 2000. V. 439. P. 239.
6. Lowe B.G., Sareen R.A. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 2007. V. 576. P. 367.
7. Owens A. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 2002. V. 484. P. 242.
8. Papp T. et al. // X-Ray Spectrom. 2005. V. 34. P. 106.
9. Owens A. Compound Semiconductor Radiation Detectors. 2012. Boca Raton: CRC Press.
10. Iwanczyk J.S., Schneppe W.F., Masterson M.J. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 1992. V. 322. P. 421.
11. Самедов В.В. // Ядерная физика и инжиниринг. 2023. Т. 14 (3). С. 248 [Samedov V.V. // Phys. At. Nucl. 2022. V. 85 (10). P. 1701].
12. Devanathan R. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 2006. V. 565. P. 637.
13. Самедов В.В. // Ядерная физика и инжиниринг. 2023. Т. 14 (2). С. 151 [Samedov V.V. // Phys. At. Nucl. 2022. V. 85 (10). P. 1520].
14. Самедов В.В. // Ядерная физика и инжиниринг. 2016. Т. 7 (4). С. 298 [Samedov V.V. // Phys. At. Nucl. 2017. V. 80 (9). P. 1489].
15. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. 1968. Москва: Мир. Том 1.
16. Самедов В.В. // Ядерная физика и инжиниринг. 2015. Т. 6 (5–6). С. 279 [Samedov V.V. // Phys. At. Nucl. 2016. V. 79 (9). P. 1402].
17. Samedov V.V. // X-Ray Spectrom. 2011. V. 40. P. 7.
18. Sammartini M. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 2018. V. 910. P. 168.
19. Redus R.H. et al. // MRS Symp. Proc. 1997. V. 487. P. 101.
20. Bale G. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 1999. V. 436. P. 150.
21. Takahashi T. et al. // IEEE Trans. Nucl. Sci. 2001. V. 48. P. 287.
22. Dabrowski A.J., Iwanczyk J., Triboulet R. // Nucl. Instrum. Methods. 1974. V. 118. P. 531.
23. Hubbell J.H., Seltzer S.M. // X-Ray Mass Attenuation Coefficients. NIST Standard Reference Database. 2004. No. 126.
24. Sammartini M. et al. // Proc. 2019 IEEE NSS-MIC Conf. 2019. P. 106.
25. Hecht K. // Zeitschr. Phys. 1932. V. 77. P. 235.

How to Determine the Fano Factor in a Semiconductor Material from Experimental Data?

V. V. Samedov*

National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia

*e-mail: v-samedov@yandex.ru

Received July 30, 2022; revised July 31, 2022; accepted July 31, 2022

Abstract—Nowadays, there are formulas in the literature for determining the Fano factor in a semiconductor material from experimental data. However, the existing formulas do not take into account the contribution of fluctuations of the induced charge on the detector electrodes, due to the capture of electrons and holes by traps, as well as the contribution of the induced charge fluctuations due to the distribution function of generation of the electron hole pairs in the bulk of the semiconductor detector. In this work, a formula for the energy resolution of a semiconductor detector was obtained, which allows to determine the contributions of various processes to the energy resolution and their dependence on the properties of the semiconductor material of the detector and the characteristics of the detected particle. The obtained formula for the energy resolution of a semiconductor detector allows us to formulate the conditions under which it is possible to obtain information on the Fano factor and fluctuations of the induced charge on the detector electrodes due to the capture of electrons and holes by traps, and the distribution function of generation of electron-hole pairs in its volume from the characteristics of the output signal. As an example, using experimental data, the Fano factor in CdTe semiconductor material has been determined from experimental data.

Keywords: semiconductor detector, energy resolution, Fano factor, charge induction, trapping of electrons and holes, CdTe