

ИНЖЕНЕРНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЯДЕРНО-ФИЗИЧЕСКОЙ АППАРАТУРЫ

УДК 539.1.074.3

ФЛУКТУАЦИИ ИНДУЦИРОВАННОГО ЗАРЯДА, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ФЛУКТУАЦИЯМИ ТОЧКИ ПОГЛОЩЕНИЯ РЕНТГЕНОВСКОГО КВАНТА В ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОМ ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ ДЕТЕКТОРЕ

© 2023 г. В. В. Самедов*

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, 115409 Россия

*E-mail: v-samedov@yandex.ru

Поступила в редакцию 30.07.2022 г.

После доработки 31.07.2022 г.

Принята к публикации 31.07.2022 г.

В настоящее время в литературе существуют формулы для флуктуаций индуцированного заряда, обусловленных захватом ловушками электронов и дырок. Однако существующие формулы получены или для случая равномерной ионизации в объеме плоскопараллельного полупроводникового детектора, а те, которые учитывают ослабление потока рентгеновских квантов по мере их проникновения в детектор, содержат ошибки. В данной работе получены формулы для флуктуаций индуцированного заряда на электродах плоскопараллельного полупроводникового детектора, обусловленных флуктуациями точки поглощения рентгеновского кванта, с учетом закона ослабления потока рентгеновских квантов. Полученные формулы демонстрируют роль ковариации флуктуаций зарядов, индуцированных электронами и дырками на электродах детектора, обусловленной случайными процессами, происходящими в детекторе при регистрации рентгеновского излучения.

Ключевые слова: полупроводниковый детектор, энергетическое разрешение, индукция заряда, захват электронов ловушками

DOI: 10.56304/S2079562922050426

1. ВВЕДЕНИЕ

В книге [1] приведена формула для флуктуаций индуцированного заряда, обусловленных захватом ловушками электронов и дырок, полученная в работе [2]. Однако приведенная формула была получена для случая равномерной ионизации в объеме плоскопараллельного полупроводникового детектора, и не учитывает ослабление потока рентгеновских квантов по мере их проникновения в детектор. В работе [3] была предпринята попытка учесть ослабление потока рентгеновских квантов, однако опубликованная авторами формула для вклада флуктуаций индуцированного заряда в энергетическое разрешение содержит ошибки.

Формулы для вклада флуктуаций индуцированного заряда в энергетическое разрешение полупроводникового детектора должны строго следовать из адекватного математического описания процессов, которые происходят в детекторе при регистрации частицы и приводят к появлению сигнала на его выходе. Только в этом случае будет выявлена их зависимость от свойств полупроводникового материала детектора и характеристик регистрируемой частицы. Только в этом случае могут быть сформулированы условия, при соблюдении которых из характеристик выходного сиг-

нала можно извлечь информацию о влиянии флуктуаций индуцированного заряда на энергетическое разрешение полупроводникового детектора.

2. ФОРМУЛЫ ДЛЯ ФЛУКТУАЦИЙ ИНДУЦИРОВАННОГО ЗАРЯДА, СЛЕДУЮЩИЕ ИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РЕГИСТРАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМ ДЕТЕКТОРОМ

В работе [4] сформулирована математическая модель, описывающая процессы, происходящие в полупроводниковом детекторе, при преобразовании энергии регистрируемой частицы в сигнал на его выходе. Математическая модель регистрации первичной моноэнергетической частицы полупроводниковым детектором учитывает, что процесс преобразования энергии первичной моноэнергетической частицы в выходной сигнал включает следующие последовательные этапы.

1. Этап превращения энергии первичной моноэнергетической частицы в энергию вторичных частиц.
2. Этап генерации электронно-дырочных пар.

3. Этап индукции заряда на электродах детектора электронами и дырками, с учетом их захвата ловушками в полупроводниковом материале.

4. Этап усиления сигнала электроникой детектора.

Поскольку процесс формирования сигнала на выходе детектора представляет собой случайный ветвящийся каскадный процесс, то для его описания наиболее адекватен формализм производящих функций вероятности [5].

Для ветвящегося каскадного случайного процесса преобразования энергии первичной моноэнергетической частицы в выходной сигнал однородного полупроводникового детектора, из производящей функции вероятностей следует выражение для среднего значения выходного сигнала, выраженного в единицах заряда электрона

$$\langle Q \rangle = E_0 \sum_{\alpha=1}^A \iiint_V dV dE d\Omega \rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega) \times \frac{u(E - E_{\alpha \min}(\mathbf{r}, E, \Omega))}{\varepsilon_{\alpha}(E, \Omega)} \sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \langle g \rangle, \quad (1)$$

и выражение для дисперсии выходного сигнала полупроводникового детектора

$$\sigma_Q^2 = \sigma_{\text{cov}}^2 + \sigma_{\text{pair}}^2 + \sigma_{\text{ind}}^2 + \sigma_{\text{gain}}^2 + \sigma_{\text{noise}}^2, \quad (2)$$

где

$$\sigma_{\text{cov}}^2 = E_0^2 \left\{ \sum_{\alpha=1}^A \sum_{\alpha'=1}^A \iiint_V dV dE d\Omega \iiint_{V'} dV' dE' d\Omega' \times \rho_{W\alpha W'\alpha'}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega, \mathbf{r}', E', \Omega') \times \frac{u(E - E_{\alpha \min}(\mathbf{r}, E, \Omega))}{\varepsilon_{\alpha}(E, \Omega)} \sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \times \frac{u(E' - E_{\alpha' \min}(\mathbf{r}', E', \Omega'))}{\varepsilon_{\alpha'}(E', \Omega')} \sum_{\pi'=1}^2 \langle q_{\pi'}(\mathbf{r}') \rangle - \left(\sum_{\alpha=1}^A \iiint_V dV dE d\Omega \rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega) \times \frac{u(E - E_{\alpha \min}(\mathbf{r}, E, \Omega))}{\varepsilon_{\alpha}(E, \Omega)} \sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \right)^2 \right\} \langle g \rangle^2 \quad (3)$$

— дисперсия выходного сигнала, обусловленная ковариациями вторичных частиц в элементах фазового пространства,

$$\sigma_{\text{pair}}^2 = E_0 \sum_{\alpha=1}^A \iiint_V dV dE d\Omega \rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega) \times \frac{F_{\alpha}(E, \Omega)}{\varepsilon_{\alpha}(E, \Omega)} u(E - E_{\alpha \min}(\mathbf{r}, E, \Omega)) \left(\sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \right)^2 \langle g \rangle^2 \quad (4)$$

— дисперсия выходного сигнала, обусловленная флуктуациями процесса образования электронно-дырочных пар

$$\sigma_{\text{ind}}^2 = E_0 \sum_{\alpha=1}^A \iiint_V dV dE d\Omega \rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega) \times \frac{u(E - E_{\alpha \min}(\mathbf{r}, E, \Omega))}{\varepsilon_{\alpha}(E, \Omega)} \times \sum_{\pi=1}^2 \left[\langle q_{\pi}^2(\mathbf{r}) \rangle - (\langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle)^2 \right] \langle g \rangle^2 \quad (5)$$

— дисперсия выходного сигнала, обусловленная флуктуациями процесса индукции заряда на электродах детектора.

$$\sigma_{\text{gain}}^2 = E_0 \sum_{\alpha=1}^A \iiint_V dV dE d\Omega \rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega) \times \frac{u(E - E_{\alpha \min}(\mathbf{r}, E, \Omega))}{\varepsilon_{\alpha}(E, \Omega)} \sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \sigma_g^2 \quad (6)$$

— дисперсия выходного сигнала, обусловленная флуктуациями коэффициента усиления сигнала электронным трактом. σ_{noise}^2 — дисперсия выходного сигнала, обусловленная шумами детектора и электроники.

Во всех, выше приведенных формулах, $\rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega)$ — функция распределения поглощенной энергии при появлении вторичной частицы типа α в элементе фазового пространства $d\Gamma = dV dE d\Omega$, с условием нормировки

$$\sum_{\alpha=1}^A \iiint_V dV dE d\Omega \rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega) = 1, \quad (7)$$

где индекс α ($\alpha = \overline{1, A}$) определяет вторичные частицы: фотоны, электроны, позитроны, фононы и т.д.; поскольку идет перечисление выражений. Можно убрать интервал с началом следующей строки.

$\rho_{W\alpha W'\alpha'}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega, \mathbf{r}', E', \Omega')$ — парная функция распределения поглощенной энергии с условием нормировки

$$\sum_{\alpha=1}^A \sum_{\alpha'=1}^A \iiint_V dV dE d\Omega \iiint_{V'} dV' dE' d\Omega' \times \rho_{W\alpha W'\alpha'}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega, \mathbf{r}', E', \Omega') = 1; \quad (8)$$

$\varepsilon_{\alpha}(E, \Omega)$ — средняя энергия образования электронно-дырочной пары вторичной частицей типа α , с энергией E , движущейся в направлении Ω , которая в случае однородного полупроводника не зависит от точки в объеме детектора; $F_{\alpha}(E, \Omega)$ — фактор Фано для вторичных частиц типа α , принадлежащих элементу фазового простран-

ства $d\Gamma = dVdEd\Omega$; $u(x)$ – единичная функция Хевисайда ($u(x) = 0$ для $x < 0$ и $u(x) = 1$ для $x \geq 0$) учитывает пороги генерации электронно-дырочных пар вторичными частицами; $\langle g \rangle$ и σ_g^2 – среднее значение и дисперсия коэффициента усиления сигнала электронным усилителем, σ_{noise}^2 – дисперсия выходного сигнала, обусловленная шумами детектора и электроники.

В приведенных выше формулах

$$\langle q_{\pi i} \rangle = \int d\tau_{\pi}^{-1} \rho_{\pi}(\tau_{\pi}^{-1}) \langle q_{\pi i}(\tau_{\pi}^{-1}) \rangle, \quad (9)$$

$$\langle q_{\pi i}^2 \rangle = \int d\tau_{\pi}^{-1} \rho_{\pi}(\tau_{\pi}^{-1}) \langle q_{\pi i}^2(\tau_{\pi}^{-1}) \rangle \quad (10)$$

– усредненные по распределению обратного времени жизни носителей заряда первый и второй моменты функции распределения заряда, индуцированного на электродах детектора носителем заряда типа π , принимающим значение $\pi = 1$ для электронов и $\pi = 2$ для дырок.

Полученные выражения являются наиболее общими формулами для среднего значения и дисперсии выходного сигнала однородного полупроводникового детектора, и являются основой для всевозможных приближений.

3. ВКЛАД ФЛУКТУАЦИЙ ИНДУЦИРОВАННОГО ЗАРЯДА В ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАЗРЕШЕНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ДЕТЕКТОРА ПРИ РЕГИСТРАЦИИ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

При исследовании характеристик детектора, наиболее простой для анализа является реакция детектора на моноэнергетическое рентгеновское излучение низкой энергии, для которого процесс фотоэлектрического поглощения преобладает над комптоновским рассеянием. В этом случае многократным рассеянием рентгеновского кванта в объеме детектора можно пренебречь, и считать, что его энергия, за исключением энергии связи, переходит в точке взаимодействия в кинетическую энергию фотоэлектрона.

Так как обычно объем детектора много больше объема области конверсии низкоэнергетического фотоэлектрона в энергию электронно-дырочных пар, то можно считать, что все электронно-дырочные пары образуются в точке взаимодействия рентгеновского кванта с детектором. При регистрации низкоэнергетического рентгеновского излучения в детекторе образуются вторичные частицы только двух типов электроны $\alpha = 1$ и фотоны $\alpha = 2$. Так как в полупроводниках в образовании электронно-дырочных пар участвуют только электроны, то функция распределения погло-

щенной энергии и парная функция распределения принимают вид

$$\rho_{W\alpha}(E_0, \mathbf{r}, E, \Omega, \mathbf{r}) \rho_W(E_0, E, \Omega) \delta_{\alpha,1}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \rho_{W\alpha W'\alpha'}(E_0 \mathbf{r}, E, \Omega, \mathbf{r}', E', \Omega') = \\ = \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \rho_W(E_0, E, \Omega, E', \Omega') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta_{\alpha,1} \delta_{\alpha',1}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $\delta_{i,k}$ – символ Кронекера, а $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ – дельта-функция Дирака.

Таким образом, среднее значение сигнала полупроводникового детектора при регистрации моноэнергетического рентгеновского излучения низкой энергии будет иметь вид

$$\langle Q \rangle = E_0 \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{1}{\varepsilon(E_0)} \sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \langle g \rangle, \quad (13)$$

где величина, обратная средней энергии образования электронно-дырочной пары, определяется выражением

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon(E_0)} = \int_E \int_{\Omega} dE d\Omega \rho_W(E_0, E, \Omega) \times \\ \times \frac{u(E - E_{\min}(\mathbf{r}, E, \Omega))}{\varepsilon(E, \Omega)}. \end{aligned} \quad (14)$$

Вклады в дисперсию сигнала полупроводникового детектора будут иметь вид

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{cov}}^2 = E_0^2 t \left\{ \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{1}{\tilde{\varepsilon}^2(E_0)} \left(\sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \right)^2 - \right. \\ \left. - \left(\int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{1}{\varepsilon(E_0)} \sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \right)^2 \right\} \langle g \rangle^2, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tilde{\varepsilon}^2(E_0)} = \int_E \int_{\Omega} \int_{E'} \int_{\Omega'} dE d\Omega dE' d\Omega' \times \\ \times \rho_{WW'}(E_0, E, \Omega, E', \Omega') \times \\ \times \frac{u(E - E_{\min}(\mathbf{r}, E, \Omega)) u(E' - E_{\min}(\mathbf{r}, E', \Omega'))}{\varepsilon(E, \Omega) \varepsilon(E', \Omega')}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\sigma_{\text{pair}}^2 = E_0 \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{F(E_0)}{\varepsilon(E_0)} \left(\sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \right)^2 \langle g \rangle^2, \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{F(E_0)}{\varepsilon(E_0)} = \int_E \int_{\Omega} dE d\Omega \rho_W(E_0, E, \Omega) \frac{F(E, \Omega)}{\varepsilon(E, \Omega)} \times \\ \times u(E - E_{\min}(E, \Omega)); \end{aligned} \quad (18)$$

$$\sigma_{\text{ind}}^2 = E_0 \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{1}{\varepsilon(E_0)} \times \sum_{\pi=1}^2 \left[\langle q_{\pi}^2(\mathbf{r}) \rangle - (\langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle)^2 \right] \langle g \rangle^2; \quad (19)$$

$$\sigma_{\text{gain}}^2 = E_0 \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \frac{1}{\varepsilon(E_0)} \sum_{\pi=1}^2 \langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle \sigma_g^2. \quad (20)$$

Выражения (14), (16) и (18) можно рассматривать как определения средней энергии образования электронно-дырочной пары, квадрата средней энергии и фактора Фано, которые зависят от энергии первичной частицы. Из выражений (14), (16) и (18) следует, что только в случае, когда средняя энергия образования электронно-дырочной пары и фактор Фано не зависят от энергии и направления движения вторичных частиц,

$$\frac{1}{\varepsilon(E_0)} = \frac{1}{\varepsilon}, \quad \frac{1}{\tilde{\varepsilon}^2(E_0)} = \frac{1}{\varepsilon^2}, \quad \frac{F(E_0)}{\varepsilon(E_0)} = \frac{F}{\varepsilon}, \quad (21)$$

средняя энергия образования электронно-дырочной пары, квадрат средней энергии и фактор Фано не зависят от энергии первичной частицы. Именно это приближение обычно применяется при оценке значений фактора Фано из экспериментальных данных [6].

В приближении однородного полупроводникового детектора среднее значение выходного сигнала будет иметь вид

$$\langle Q \rangle = \frac{E_0}{\varepsilon} \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) (\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle + \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle) \langle g \rangle. \quad (22)$$

Дисперсия выходного сигнала, обусловленная ковариациями вторичных частиц в фазовом пространстве, сводится к дисперсии выходного сигнала, обусловленной пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта в объеме детектора

$$\sigma_{\text{cov}}^2 = \sigma_{\text{sp}}^2 = \frac{E_0^2}{\varepsilon^2} \left\{ \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) (\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle + \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle)^2 - \left(\int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) (\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle + \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle) \right)^2 \right\} \langle g \rangle^2, \quad (23)$$

а другие вклады в энергетическое разрешение примут вид

$$\sigma_{\text{pair}}^2 = \frac{E_0}{\varepsilon} F \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) (\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle + \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle)^2 \langle g \rangle^2, \quad (24)$$

$$\sigma_{\text{ind}}^2 = \frac{E_0}{\varepsilon} \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \times \left(\langle q_n^2(\mathbf{r}) \rangle - \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle^2 + \langle q_p^2(\mathbf{r}) \rangle - \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle^2 \right) \langle g \rangle^2, \quad (25)$$

$$\sigma_{\text{gain}}^2 = \frac{E_0}{\varepsilon} \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) (\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle + \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle) \sigma_g^2. \quad (26)$$

4. МОМЕНТЫ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНДУЦИРОВАННОГО ЗАРЯДА В ОДНОРОДНОМ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОМ ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ ДЕТЕКТОРЕ

В работе [7], получена общая формула для моментов функции распределения заряда, индуцированного на электродах детектора, с учетом захвата носителей заряда ловушками

$$\langle q^n \rangle = n \int_0^1 dq \cdot q^{n-1} \exp(-F(q)). \quad (27)$$

Моменты функции распределения заряда определяются безразмерной функцией $F(q)$, представляющей собой линейный интеграл вдоль линии электрического поля от точки образования $\vec{r}$ до точки захвата носителя заряда

$$F(q) = \int_0^{l(q)} ds / \mu_{\pi} \tau_{\pi} E(s), \quad (28)$$

где $q = Q/Q_{\text{max}}$ — относительный индуцированный заряд; Q_{max} — максимальный заряд, который может индуцировать носитель на электродах детектора; μ_{π} — подвижность носителя, τ_{π} — среднее время жизни носителя, $E(s)$ — величина электрического поля вдоль траектории движения носителя заряда.

В формуле (28), $l(q)$ — функция, обратная функции распределения относительного индуцированного заряда на положительном электроде детектора

$$q(l) = |\Delta\phi(l)| / V, \quad (29)$$

где $\Delta\phi(l)$ — разность потенциалов между точкой образования $\vec{r}$ и точкой захвата носителя заряда, который прошел путь l в материале детектора; V — напряжение смещения детектора.

В полупроводниковом детекторе толщиной d с однородным электрическим полем $E = \text{const}$ формулы для моментов функции распределения индуцированного заряда примут вид

$$\langle q_{\pi}(\mathbf{r}) \rangle = \frac{\mu_{\pi} \tau_{\pi} E}{d} \left[1 - \exp\left(-\frac{l_{\pi}(\mathbf{r})}{\mu_{\pi} \tau_{\pi} E}\right) \right], \quad (30)$$

$$\langle q_{\pi}^2(\mathbf{r}) \rangle = 2 \left(\frac{\mu_{\pi} \tau_{\pi} E}{d} \right)^2 \times \left[1 - \left(1 + \frac{l_{\pi}(\mathbf{r})}{\mu_{\pi} \tau_{\pi} E} \right) \exp\left(-\frac{l_{\pi}(\mathbf{r})}{\mu_{\pi} \tau_{\pi} E}\right) \right], \quad (31)$$

где $l_{\pi}(\mathbf{r})$ — максимальный пробег носителя, образованного в точке $\mathbf{r}$ детектора.

5. ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАЗРЕШЕНИЕ ОДНОРОДНОГО ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ДЕТЕКТОРА ПРИ РЕГИСТРАЦИИ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Чтобы понять влияние вкладов в энергетическое разрешение однородного плоскопараллельного полупроводникового детектора, удобно использовать относительную дисперсию выходного сигнала, связанную с энергетическим разрешением детектора выражением

$$\frac{\Delta E}{E_0} = 2.36\eta_Q, \quad (32)$$

где ΔE – полная ширина линии с энергией E_0 на половине высоты (ПШПВ).

Для однородного плоскопараллельного полупроводникового детектора при регистрации низкоэнергетического рентгеновского излучения, формулы для среднего значения и относительной дисперсии выходного сигнала будут иметь вид

$$\langle Q \rangle = \frac{E_0}{\varepsilon} (\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V) \langle g \rangle, \quad (33)$$

$$\eta_Q^2 = \eta_{\text{cov}}^2 + \eta_{\text{pair}}^2 + \eta_{\text{ind}}^2 + \eta_{\text{gain}}^2 + \eta_{\text{noise}}^2, \quad (34)$$

где

$$\begin{aligned} \eta_{\text{cov}}^2 &= \eta_{\text{sp}}^2 = \\ &= \left(\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle^2 \rangle_V - \langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V^2 + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle^2 \rangle_V - \right. \\ &\quad \left. - \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V^2 + 2 \langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V - \right. \\ &\quad \left. - \langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V \right) / \left(\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V \right)^2 = \\ &= \left(\sigma_{\langle q_n \rangle}^2 + \sigma_{\langle q_p \rangle}^2 + 2 \text{cov}(\langle q_n \rangle, \langle q_p \rangle) \right) / \left(\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \right. \\ &\quad \left. + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V \right)^2, \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \eta_{\text{pair}}^2 &= \frac{\varepsilon}{E_0} F \left(\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle^2 \rangle_V + 2 \langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \right. \\ &\quad \left. + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle^2 \rangle_V \right) / \left(\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V \right)^2 = \\ &= \frac{\varepsilon}{E_0} F (\eta_{\text{sp}}^2 + 1), \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \eta_{\text{ind}}^2 &= \frac{\varepsilon}{E_0} \left(\langle \langle q_n^2(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V - \langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V^2 + \langle \langle q_p^2(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V - \right. \\ &\quad \left. - \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle^2 \rangle_V \right) / \left(\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V \right)^2 = \\ &= \frac{\varepsilon}{E_0} (\sigma_{q_n}^2 + \sigma_{q_p}^2) / \left(\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V \right)^2, \end{aligned} \quad (37)$$

$$\eta_{\text{gain}}^2 = \frac{\varepsilon}{E_0} \frac{\sigma_g^2}{\langle g \rangle^2} / \left(\langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V \right), \quad (38)$$

$$\eta_{\text{noise}}^2 = \sigma_{\text{noise}}^2 / \langle Q \rangle^2, \quad (39)$$

где индекс при угловых скобках означает усреднение по функции распределения точек взаимодействия рентгеновского кванта в объеме полупроводникового детектора.

Мы примем стандартную схему подключения плоскопараллельного детектора толщиной d , для которой напряжённость поля направлена противоположно направлению оси X , перпендикулярной плоскостям электродов. В этом случае, максимальные пробеги носителей, образованных в точке x_0 детектора равны $l_n(x_0) = d - x_0$, $l_p(x_0) = x_0$ и

$$\langle q_n(x_0) \rangle = \frac{\lambda_n}{d} \left[1 - \exp\left(-\frac{d - x_0}{\lambda_n}\right) \right], \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \langle q_n^2(x_0) \rangle &= 2 \left(\frac{\lambda_n}{d} \right)^2 \times \\ &\times \left[1 - \left(1 + \frac{d - x_0}{\lambda_n} \right) \exp\left(-\frac{d - x_0}{\lambda_n}\right) \right], \end{aligned} \quad (41)$$

$$\langle q_p(x_0) \rangle = \frac{\lambda_p}{d} \left[1 - \exp\left(-\frac{x_0}{\lambda_p}\right) \right], \quad (42)$$

$$\langle q_p^2(x_0) \rangle = 2 \left(\frac{\lambda_p}{d} \right)^2 \left[1 - \left(1 + \frac{x_0}{\lambda_p} \right) \exp\left(-\frac{x_0}{\lambda_p}\right) \right], \quad (43)$$

где $\lambda_\pi = \mu_\pi \tau_\pi E$ – средние пробеги носителей в полупроводниковом материале.

При падении потока рентгеновских квантов вдоль оси X , функция распределения точек взаимодействия рентгеновского кванта в объеме полупроводникового детектора имеет вид

$$\rho_V(x_0) = \frac{C}{\lambda_X} \exp\left(-\frac{x_0}{\lambda_X}\right), \quad (44)$$

где λ_X – длина ослабления рентгеновского излучения с энергией E_0 , а

$$C = 1 / \left[1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_X}\right) \right]. \quad (45)$$

Таким образом, усредненные по функции распределения точек взаимодействия рентгеновского кванта в объеме полупроводникового детектора моменты функции распределения индуцированного заряда будут иметь вид

$$\begin{aligned} \langle \langle q_n(x_0) \rangle \rangle_V &= \int_V dx_0 \rho_V(x_0) \langle q_n(x_0) \rangle = \\ &= C \frac{\lambda_n}{d} \left[1 - \frac{\exp\left(-\frac{d}{\lambda_n}\right)}{1 - \frac{\lambda_X}{\lambda_n}} - \frac{\exp\left(-\frac{d}{\lambda_X}\right)}{1 - \frac{\lambda_n}{\lambda_X}} \right]. \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \langle\langle q_p(x_0) \rangle\rangle_V &= \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle = \\ &= C \frac{\lambda_p}{d} \left(1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_X}\right) \times \right. \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} &\times \left(1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_X} \left(1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_p}\right) \right) \right) \Bigg) / \left(1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_X} \right), \\ \langle\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V &= \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle^2 = \\ &= C \left(\frac{\lambda_n}{d} \right)^2 \left(1 - \frac{2 \exp\left(-\frac{d}{\lambda_n}\right)}{1 - \frac{\lambda_X}{\lambda_n}} + \frac{\exp\left(-\frac{2d}{\lambda_n}\right)}{1 - \frac{2\lambda_X}{\lambda_n}} - \right. \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} &\left. - \frac{\exp\left(-\frac{d}{\lambda_X}\right)}{\left(1 - \frac{\lambda_n}{\lambda_X}\right)\left(1 - \frac{\lambda_n}{2\lambda_X}\right)} \right), \\ \langle\langle q_p(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V &= \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle^2 = \\ &= C \left(\frac{\lambda_p}{d} \right)^2 \left(\frac{1}{\left(1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_X}\right)\left(1 + \frac{\lambda_p}{2\lambda_X}\right)} - \right. \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} &\left. - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_X}\right) \left(1 - \frac{2 \exp\left(-\frac{d}{\lambda_p}\right)}{1 + \frac{\lambda_X}{\lambda_p}} + \frac{\exp\left(-\frac{2d}{\lambda_p}\right)}{1 + \frac{2\lambda_X}{\lambda_p}} \right) \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V &= \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle = \\ &= C \left(\frac{\lambda_n}{d} \right) \left(\frac{\lambda_p}{d} \right) \times \\ &\times \left(\frac{1}{\left(1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_X}\right)} - \frac{\exp\left(-\frac{d}{\lambda_n}\right)}{\left(1 - \frac{\lambda_X}{\lambda_n}\right)\left(1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_X} - \frac{\lambda_p}{\lambda_n}\right)} - \right. \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} &\left. - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_X}\right) \left(\frac{1}{\left(1 - \frac{\lambda_n}{\lambda_X}\right)} - \frac{\exp\left(-\frac{d}{\lambda_p}\right)}{\left(1 + \frac{\lambda_X}{\lambda_p}\right)\left(1 - \frac{\lambda_n}{\lambda_X} - \frac{\lambda_n}{\lambda_p}\right)} \right) \right), \end{aligned}$$

$$\langle\langle q_n^2(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V = \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \langle q_n^2(\mathbf{r}) \rangle =$$

$$\begin{aligned} &= 2C \left(\frac{\lambda_n}{d} \right)^2 \left(1 - \frac{\left(1 + \frac{d}{\lambda_n} - 2 \frac{\lambda_X}{\lambda_n} \left(1 + \frac{d}{2\lambda_n} \right) \right)}{\left(1 - \frac{\lambda_X}{\lambda_n} \right)^2} \times \right. \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} &\times \exp\left(-\frac{d}{\lambda_n}\right) - \frac{\exp\left(-\frac{d}{\lambda_X}\right)}{\left(1 - \frac{\lambda_n}{\lambda_X} \right)^2} \Bigg), \\ \langle\langle q_p^2(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V &= \int_V dV \rho_V(E_0, \mathbf{r}) \langle q_p^2(\mathbf{r}) \rangle = \\ &= 2C \left(\frac{\lambda_p}{d} \right)^2 \left(1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_X}\right) \left(\left(1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_X} \right)^2 - \right. \right. \end{aligned} \quad (52)$$

6. ПРЕДЕЛЬНОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАЗРЕШЕНИЕ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ДЕТЕКТОРА, ОБУСЛОВЛЕННОЕ ФЛУКТУАЦИЯМИ ИНДУЦИРОВАННОГО ЗАРЯДА

В работе [8], в результате экспериментов с CdZnTe детектором толщиной 5 мм были определены значения произведения подвижности на время жизни для электронов и дырок. Результаты для электронов были определены с использованием метода времени пролета при облучении отрицательного электрода детектора альфа-частицами с энергиями 5.5 МэВ от источника ^{241}Am . Авторы использовали уравнение Хехта [9] для индукции заряда электроном, которое совпадает с уравнением (40) для $x_0 = 0$

$$\langle q_n(0) \rangle = \frac{\lambda_n}{d} \left[1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_n}\right) \right]. \quad (53)$$

В результате они получили значение для произведения подвижности на время жизни для электронов, равное $(9.88 \pm 2.33) 10^{-3} \text{ см}^2/\text{В}$.

Произведение подвижности на время жизни для дырок авторы получили путем подгонки к экспериментальным данным средней эффективности сбора заряда на положительном электроде детектора, с учетом ослабления в детекторе рентгеновского излучения от источника ^{133}Ba с энергией 81 кэВ. Для аппроксимации экспериментальных данных они использовали формулу, полученную в работе [3], которая в наших обозначениях имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\langle Q \rangle}{N_0 e} = & \left(\frac{\lambda_n}{d} + \frac{\lambda_p}{d} \right) + \\ & + \frac{\exp\left(-\frac{d}{\lambda_n}\right) \left(\exp\left(-\frac{d}{\lambda_x} + \frac{d}{\lambda_n}\right) - 1 \right)}{\left(\frac{d}{\lambda_n} - \frac{d}{\lambda_x} \right) \left(1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_x}\right) \right)} - \\ & - \frac{\left(\exp\left(-\frac{d}{\lambda_x} - \frac{d}{\lambda_p}\right) - 1 \right)}{\left(\frac{d}{\lambda_p} + \frac{d}{\lambda_x} \right) \left(1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_x}\right) \right)}. \end{aligned} \quad (54)$$

Эта формула может быть получена в результате преобразований формулы (33) для среднего значения сигнала детектора

$$\begin{aligned} \frac{\langle Q \rangle \varepsilon}{E_0 \langle g \rangle} = & \langle \langle q_n(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V + \langle \langle q_p(\mathbf{r}) \rangle \rangle_V = \\ = & C \frac{\lambda_n}{d} \left(1 - \frac{\exp\left(-\frac{d}{\lambda_n}\right)}{1 - \frac{\lambda_x}{\lambda_n}} - \frac{\exp\left(-\frac{d}{\lambda_x}\right)}{1 - \frac{\lambda_n}{\lambda_x}} \right) + \\ & + C \frac{\lambda_p}{d} \left(1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_x}\right) \left(1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_x} \times \right. \right. \\ & \times \left. \left. \left(1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_p}\right) \right) \right) \right) / \left(1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_x} \right). \end{aligned} \quad (55)$$

Следует отметить, что формула (55) имеет неоспоримое преимущество по отношению к формуле (54), поскольку при расчетах позволяет разделить вклады от электронов и дырок.

В результате, авторы работы [8] получили значение для произведения подвижности на время жизни для дырок, равное $(8.28 \pm 0.17) \cdot 10^{-4} \text{ см}^2/\text{В}$. Наряду с полученным ими с использованием альфа-частиц значением произведения подвижности на время жизни для электронов, они также использовали значение 3.41 мм для длины поглощения фотонов с энергией 81 кэВ.

На рис. 1, для иллюстрации преимущества формулы (55), представлен графики зависимостей среднего значения сигнала детектора и вкладов от электронов и дырок от напряжения смещения V для детектора CdZnTe толщиной 5 мм из работы [8]. Для получения зависимостей использована связь длин поглощения носителей заряда $\lambda_n = \mu_n \tau_n V / d$ и $\lambda_p = \mu_p \tau_p V / d$ с произведениями

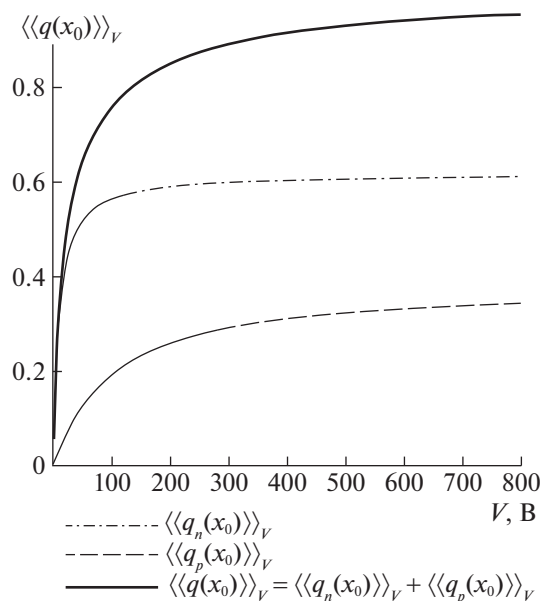


Рис. 1. Графики зависимостей среднего значения сигнала детектора и вкладов от электронов и дырок от напряжения смещения V для детектора CdZnTe толщиной $d = 5$ мм и длины поглощения фотонов $\lambda_x = 3.41$ мм из работы [8].

подвижности на время жизни носителей и напряжением смещения V .

Однако полученные в работе [8] значения для произведения подвижности на время жизни для электронов и дырок, полученные с помощью первых моментов функции распределения, входят в противоречие со вторыми моментами функции распределения выходного сигнала. Из анализа формул (33)–(39) следует, что предельное энергетическое разрешение плоскопараллельного полупроводникового детектора определяется пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта в объеме детектора η_{sp}^2 , поскольку все остальные вклады обратно пропорциональны энергии регистрируемого рентгеновского излучения.

Покажем, как дополнительная информация о вторых моментах функции распределения позволяет накладывать ограничения на получаемые экспериментальные результаты. Так расчет вклада в дисперсию выходного сигнала, обусловленного пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта в объеме детектора, с использованием результатов работы [8] приводит к значениям энергетического разрешения, превышающим экспериментальные значения для детекторов CdZnTe толщиной 5 мм [10, 11]. При анализе данных работы [8] выяснилось, что использованное авторами значение для длины по-

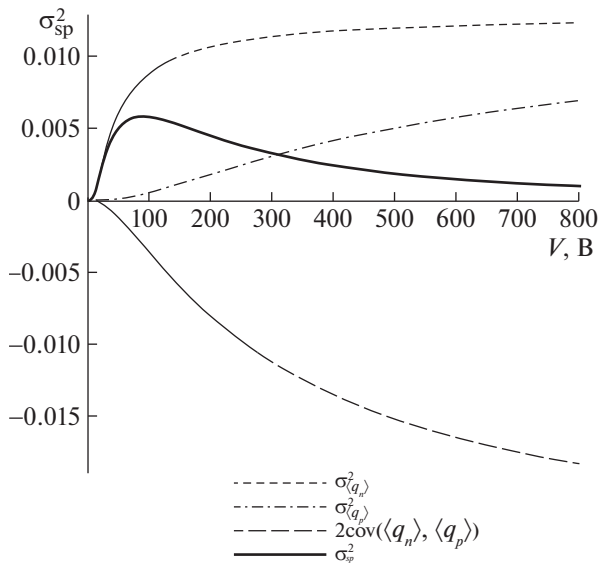


Рис. 2. Графики зависимостей от напряжения смещения: вклада в дисперсию выходного сигнала, обусловленного пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта в объеме детектора, вкладов от электронов, дырок и удвоенной ковариации сигналов для детектора CdZnTe толщиной $d = 5$ мм из работы [8]. Для длины поглощения фотонов с энергией 81 кэВ использовано значение $\lambda_x = 0.573$ мм [12].

поглощения 3.41 мм для фотонов с энергией 81 кэВ противоречит табличным данным. Хотя данные по длинам поглощения фотонов в материале CdZnTe отсутствуют, в дальнейших расчетах было использовано значение 0.573 мм для длины поглощения фотонов с энергией 81 кэВ, в близком по физическим характеристикам и плотности полупроводниковом материале CaTe [12].

На рис. 2. приведены графики зависимостей от напряжения смещения: вклада в дисперсию выходного сигнала, обусловленного пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта в объеме детектора, вкладов от электронов, дырок и удвоенной ковариации сигналов. Для произведений подвижности на время жизни были использованы значения 10^{-2} см²/В для электронов и $2 \cdot 10^{-4}$ см²/В для дырок [1], а для длины поглощения фотонов с энергией 81 кэВ значение 0.573 мм [12].

Графики на рис. 2 убедительно демонстрируют роль ковариации флуктуаций сигналов от электронов и дырок. В отличие от существующего мнения, что при учете различных вкладов в энергетическое разрешение достаточно просуммировать их дисперсии, в работах [13, 14] указывалось на важность учета ковариации флуктуаций сигналов в детекторах.

На рис. 3. приведен график зависимости вклада в энергетическое разрешение, обусловленного

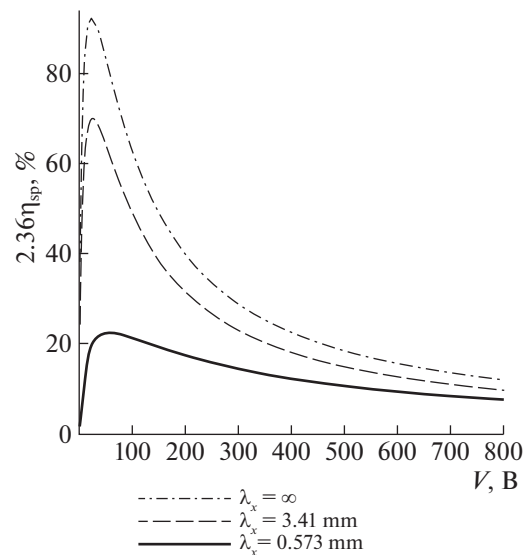


Рис. 3. Графики зависимости вклада в энергетическое разрешение, обусловленного пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта, от напряжения смещения. Кривые приведены для длин поглощения фотонов 3.41 мм [8], 0.573 мм [12], и для случая равномерной ионизации.

пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта в объеме детектора, от напряжения смещения. На графике приведены кривые для длины поглощения фотонов с энергией 81 кэВ: использованного в работе [8] значения, равного 3.41 мм, и табличного значения для полупроводниковый материал CaTe, равного 0.573 мм [12].

Так как экспериментальные значения энергетического разрешения для детекторов толщиной 5.0 мм [10, 11], не могут быть меньше вклада в выходной сигнал, обусловленного пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта в объеме детектора, то значение 3.41 мм для длины поглощения фотонов с энергией 81 кэВ, использованное в работе [8], является неверным, и полученное значение произведения подвижности на время жизни для дырок не является корректным.

Графики на рис. 3 указывают на необходимость при получении из экспериментальных данных результатов, характеризующих полупроводниковый материал, использовать не только первые, но и вторые моменты функции распределения выходного сигнала. После корректного вычитания вклада шумов электроники, совместное использование первых и вторых моментов функции распределения повышает достоверность получаемых результатов.

7 ФЛУКТУАЦИИ ИНДУЦИРОВАННОГО ЗАРЯДА, ПРИ РАВНОМЕРНОЙ ИОНИЗАЦИИ В ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОМ ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ ДЕТЕКТОРЕ

Так как в настоящее время для оценки вклада, связанного с захватом носителей используется формула, полученная в работе [2] для случая равномерной ионизации в плоскопараллельном полупроводниковом детекторе, проведем анализ ее применимости. Все полученные в настоящей работе формулы применимы для случая равномерной ионизации в плоскопараллельном полупроводниковом детекторе, если совершить предельный переход $\lambda_{\chi} \rightarrow \infty$. При этом формулы становятся симметричными относительно средних пробегов носителей в полупроводниковом материале $\lambda_{n,p} = \mu_{n,p} \tau_{n,p} E$

$$\langle\langle q_{n,p}(x_0) \rangle\rangle_V = \frac{\lambda_{n,p}}{d} \left(1 - \frac{\lambda_{n,p}}{d} \left(1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_{n,p}}\right) \right) \right), \quad (56)$$

$$\begin{aligned} \langle\langle q_{n,p}(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V^2 &= \left(\frac{\lambda_{n,p}}{d} \right)^2 \times \\ &\times \left(1 - \frac{\lambda_{n,p}}{d} \left(1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_{n,p}}\right) \right) \right) - \\ &- \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda_{n,p}}{d} \right)^3 \left(1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_{n,p}}\right) \right)^2, \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} \langle\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V \langle\langle q_p(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V &= \left(\frac{\lambda_n}{d} \right) \left(\frac{\lambda_p}{d} \right) \times \\ &\times \left(1 - \frac{\lambda_n}{d} - \frac{\lambda_p}{d} + \frac{\lambda_n}{d} \frac{\exp\left(-\frac{d}{\lambda_n}\right)}{\left(1 - \frac{\lambda_p}{\lambda_n}\right)} + \frac{\lambda_p}{d} \frac{\exp\left(-\frac{d}{\lambda_p}\right)}{\left(1 - \frac{\lambda_n}{\lambda_p}\right)} \right), \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \langle\langle q_{n,p}^2(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V &= 2 \left(\frac{\lambda_{n,p}}{d} \right)^2 \times \\ &\times \left(1 - \frac{2\lambda_{n,p}}{d} + \left(1 + \frac{2\lambda_{n,p}}{d} \right) \exp\left(-\frac{d}{\lambda_{n,p}}\right) \right). \end{aligned} \quad (59)$$

Следует отметить, что формула для вклада в дисперсию выходного сигнала, обусловленного флуктуациями индуцированного заряда при равномерной ионизации в плоскопараллельном полупроводниковом детекторе

$$\begin{aligned} \eta_{sp}^2 &= \\ &= (\sigma_{q_n}^2 + \sigma_{q_p}^2 + 2 \text{cov}(\langle q_n \rangle, \langle q_p \rangle)) / (\langle\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V + \\ &+ \langle\langle q_p(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V)^2 = (\langle\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V^2 - \langle\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V^2 + \\ &+ \langle\langle q_p(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V^2 - \langle\langle q_p(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V^2 + 2(\langle\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V \langle\langle q_p(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V - \\ &- \langle\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V \langle\langle q_p(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V)) / (\langle\langle q_n(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V + \langle\langle q_p(\mathbf{r}) \rangle\rangle_V)^2, \end{aligned} \quad (60)$$

в результате преобразований сводится к формуле, полученной в работе [2],

$$\begin{aligned} \eta_{sp}^2 &= 2 \left(\frac{\lambda_n}{d} \right)^2 \left(\frac{\lambda_p}{d} \right)^2 \times \\ &\times \left(\exp\left(-\frac{d}{\lambda_n}\right) - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_p}\right) \right) / \left(\frac{\lambda_n}{d} - \frac{\lambda_p}{d} \right) - \\ &- \left(\left(\frac{\lambda_n}{d} \right)^2 \left(\exp\left(-\frac{d}{\lambda_n}\right) - 1 \right) + \right. \\ &+ \left. \left(\frac{\lambda_p}{d} \right)^2 \left(\exp\left(-\frac{d}{\lambda_p}\right) - 1 \right) \right)^2 - \\ &- \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda_n}{d} \right)^3 \left(\exp\left(-\frac{2d}{\lambda_n}\right) - 1 \right) - \\ &- \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda_p}{d} \right)^3 \left(\exp\left(-\frac{2d}{\lambda_p}\right) - 1 \right). \end{aligned} \quad (61)$$

Следует отметить, что формула (60) также имеет неоспоримое преимущество по отношению к формуле (61), поскольку в расчетах позволяет разделить вклады от электронов и дырок.

На рис. 3. на графике зависимости вклада пространственных флуктуаций в энергетическое разрешение полупроводникового детектора, приведен также вклад, обусловленный флуктуациями индуцированного заряда при равномерной ионизации. Из графика видно, что использование формулы (61) для оценки вклада пространственных флуктуаций в компандных полупроводниках сомнительно, поскольку дает результаты, превышающие экспериментальные значения энергетического разрешения для детекторов толщиной 5.0 мм. Однако формула для вклада пространственных флуктуаций в энергетическое разрешение полупроводникового детектора при равномерной ионизации полезна в случае тонких полупроводниковых детекторов, при прохождении через них частиц высоких энергий.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Точное математическое описание процесса регистрации частиц полупроводниковым детектором позволяет получить правильные формулы для среднего значения амплитуды и дисперсии выходного сигнала полупроводникового детектора. Из анализа формул следует, что предельное энергетическое разрешение плоскопараллельного полупроводникового детектора при регистрации рентгеновского излучения низкой энергии определяется пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта в объеме детектора.

В данной работе получены формулы для флуктуаций зарядов, индуцированных на электродах плоскопараллельного полупроводникового детектора электронами и дырками, а также формула для ковариации флуктуаций индуцированных зарядов. Полученные формулы указывают на необходимость при получении из экспериментальных данных результатов, характеризующих полупроводниковый материал, использовать не только первые, но и вторые моменты функции распределения выходного сигнала. Совместное использование первых и вторых моментов функции распределения повышает достоверность результатов, получаемых из экспериментальных данных.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает благодарность Алану Овенсу (Alan Owens) за предоставленную возможность ознакомиться с работами, посвященными флуктуациям индуцированного заряда, послужившим появлению данной работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. Owens A. Compound Semiconductor Radiation Detectors, . 2012. Boca Raton: CRC Press.
2. Iwanczyk J.S., Schnepple W.F., Masterson M.J. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 1992. V. 322. P. 421.
3. Ruzin A., Nemirovsky Y. // J. Appl. Phys. 1997. V. 82. P. 2754.
4. Samedov V.V. Physics of Atomic Nuclei, 2017, 80, 1489.
5. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. 1968. Москва: Мир. Том 1.
6. Devanathan R. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 2006. V. 565. P. 637.
7. Samedov V.V. // X-Ray Spectrom. 2007. V. 36. P. 158.
8. Cho H.Y. et al. // J. Instrum. 2011. V. 6. P. C01025.
9. Hecht K. // Zeitschr. Phys. 1932. V. 77. P. 235.
10. Quarati F. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. 2006. V. 568. P. 446.
11. Ha J.H. // J. Korean Asso. Radiat. Prot., // J. Korean Assoc. Radiat. Prot. 2001. V. 26. P. 275.
12. Hubbell J.H., Seltzer S.M. // X-Ray Mass Attenuation Coefficients, NIST Standard Reference Database. 2004. № 126.
13. Samedov V.V. // J. Low Temp. Phys. 2008. V. 151. P. 333.
14. Samedov V.V. // AIP Conf. Proc. 2009. V. 1185. P. 397.

Induced Charge Fluctuations Due to X-Ray Quantum Absorption Point Fluctuations in a Plane-Parallel Semiconductor Detector

V. V. Samedov*

National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia

*e-mail: v-samedov@yandex.ru

Received July 30, 2022; revised July 31, 2022; accepted July 31, 2022

Abstract—Nowadays, in the literature, are formulas for induced charge fluctuations caused by the capturing of electrons and holes by traps. However, these formulas are valid only for the case of uniform ionization in the volume of a plane-parallel semiconductor detector, and formulas that take into account the attenuation of the X-ray flux when it penetrates the detector contain errors. In this work, the formulas for fluctuations of the induced charge on the electrodes of a plane-parallel semiconductor detector due to capturing of electrons and holes by traps, as well as due to spatial fluctuations of X-quantum interaction points, taking into account the attenuation of the X-rays flux, were obtained. The obtained formulas demonstrate the role of the covariance of charge fluctuations induced by electrons and holes at the detector electrodes due to random processes occurring in the detector when detecting X-rays.

Keywords: semiconductor detector, energy resolution, charge induction, electron trapping