

ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ ДВАЖДЫ ТЯЖЕЛЫХ БАРИОНОВ НА СВЕТОВОМ КОНУСЕ

© 2021 г. А. К. Шухтина*

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Ярославль, 150003 Россия

*E-mail: aliceshu@yandex.ru

Поступила в редакцию 24.12.2020 г.

После доработки 24.02.2021 г.

Принята к публикации 04.03.2021 г.

В работе исследуются тяжелые мезоны и дважды тяжелые барионы в рамках Эффективной теории тяжелого кварка, динамические свойства которых определяются движением легкого кварка относительно неподвижного силового центра. Проводится сравнение амплитуд распределения рассматриваемых адронов, вводятся модельные функции этих амплитуд для дважды тяжелых барионов и исследуется их масштабная зависимость.

Ключевые слова: амплитуда распределения, дважды тяжелый барион, кварк, масштабная зависимость, матричный элемент перехода, световой конус, симметрия тяжелого кварка, тяжелый мезон

DOI: 10.56304/S2079562920060536

1. ВВЕДЕНИЕ

Тяжелые мезоны – связанные состояния из тяжелого c - или b -антикварка и легкого u -, d - или s -кварка – достаточно хорошо изучены как теоретически, так и экспериментально. На данный момент детальное исследование распадов D - и B -мезонов представляет собой один из наиболее привлекательных разделов физики элементарных частиц, позволяющих получить информацию о расширениях Стандартной модели [1]. В последнее время, особый экспериментальный интерес приобрели поиски дважды тяжелых барионов – связанных состояний из дважды тяжелого дикварка и легкого кварка. Обнаружение $\Xi_{cc}(3520)^+$ -бариона было анонсировано коллаборацией SELEX в 2002 году [2], а затем подтверждено в 2004 году [3], однако масса этого резонанса оказалась существенно меньше теоретических ожиданий. Ни одна другая коллаборация [4–7] не смогла подтвердить существование этого бариона, включая коллаборацию LHCb, которой не удалось обнаружить существенного сигнала от распада $\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ K^- \pi^+$ на статистике событий в 9 fb^{-1} [8]. Однако, в 2017 году эта коллаборация обнаружила изоспинового партнера Ξ_{cc}^+ -бариона – Ξ_{cc}^{++} -барион в распаде $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$ [9] и годом позже подтвердила наличие этого резонанса в двухчастичном распаде $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \pi^+$ [10]. LHCb также определила массу Ξ_{cc}^{++} -бариона

$M_{\Xi_{cc}^{++}} = 3621.55 \pm 0.23(\text{stat.}) \pm 0.30(\text{syst.}) \text{ МэВ}$ [11],

сравнительно с данными по обоим распадам, и время жизни $\tau_{\Xi_{cc}^{++}} = 0.256_{-0.022}^{+0.024}(\text{stat.}) \pm 0.014(\text{syst.}) \text{ пс}$ [12].

Также следует упомянуть Ξ_{bc}^0 -барион, поиски которого в моде распада $\Xi_{bc}^0 \rightarrow D^0 p K^-$ пока не увенчались успехом [13].

Дважды тяжелые барионы по динамике аналогичны тяжелым мезонам. Для описания последних используется приближение, в котором тяжелый антикварк считается статическим, а легкий определяет динамику мезона. В случае с дважды тяжелым барионом, тяжелый антикварк заменяется на тяжелый статический дикварк (сильно скоррелированное состояние из двух кварков) и динамика системы опять же определяется только легким кварком. При этом следует также определиться с моделью дикварка, а именно, имеется ли динамика внутри него или нет. Если использовать симметрию тяжелого кварка [14–16], то в лидирующем приближении следует рассматривать тяжелые кварки в дикварке статическими, находящимися на некотором расстоянии друг от друга, причем расстояние между ними много меньше размера бариона.

Механизм построения матричных элементов перехода из барионного состояния в вакуумное и обобщение локального приближения на нелокальный случай остаются схожими с теми, что предложены для тяжелых мезонов [17]. В работе рас-

сма­три­ва­ет­ся фор­ма­лизм опи­са­ния B -ме­зо­нов — свя­зан­ных со­стоя­ний из тя­же­ло­го b -ан­ти­квар­ка и лег­ко­го без­мас­со­во­го u - или d -квар­ка, ко­то­рый обо­б­ща­ет­ся на слу­чай два­жды тя­же­лых ба­ри­о­нов, со­дер­жа­щих в сво­ем со­ста­ве па­ру из c - или b -квар­ков. Ма­трич­ные эле­мен­ты пе­ре­хо­дов из адрон­но­го со­стоя­ния в ва­ку­ум­ное рас­сма­три­ва­ют­ся на све­то­вом ко­нуса, и мо­де­ли ам­пли­туд рас­пре­де­ле­ния, пред­ло­жен­ные для B -ме­зо­нов [17–20], мож­но а­дап­ти­ро­вать для рас­сма­три­ва­е­мых ба­ри­о­нов. Эк­споненциальная модель, пред­ло­жен­ная А.Г. Гро­зи­ным и М. Ной­бер­том [17], а так же ли­ней­ная мо­де­ль Х. Ка­ва­му­ры и др. [18] опре­де­ля­ют­ся толь­ко од­ним па­ра­мет­ром — эф­фек­тив­ной мас­сой тя­же­ло­го ме­зона $\bar{\Lambda} = m_H - m_Q$, где m_H и m_Q — мас­сы тя­же­лых ме­зона и квар­ка со­от­вет­ствен­но, и мо­гут быть лег­ко пе­ре­фор­му­ли­ро­ва­ны на слу­чай два­жды тя­же­лых ба­ри­о­нов пе­ре­опре­де­ле­нием эф­фек­тив­ной мас­сы адрона. Дру­гие мо­де­ли, на­при­мер В. Брауна, Д. Ива­но­ва и Г. Кор­чем­ско­го [19] или С. Ли и М. Ной­бер­том [20], тре­буют бо­лее серь­ез­ных мо­ди­фи­ка­ций, что пред­став­ляет ин­те­рес для от­дель­ной пуб­ли­ка­ции. На при­ме­ре эк­споненциальной и ли­ней­ной мо­де­лей ис­сле­ду­ет­ся так­же мас­штаб­ная за­ви­си­мость ам­пли­туд рас­пре­де­ле­ния ба­ри­о­нов ме­то­дом, ис­поль­зо­ван­ным для тя­же­лых ме­зо­нов [21–32].

2. МОДЕЛИ АМПЛИТУД РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЯЖЕЛОГО МЕЗОНА

В на­сто­я­щее вре­мя из­вест­но не­сколь­ко мо­де­лей для ам­пли­туд рас­пре­де­ле­ния ли­ди­ру­ю­ще­го твиста, опи­сы­ва­ю­щей ди­на­ми­ку лег­ко­го квар­ка в тя­же­лом ме­зоне и опре­де­лен­ной в пре­де­ле ста­ти­че­ско­го ан­ти­квар­ка [17–20]. Если за тя­же­лый ме­зон при­нять B -ме­зон, то в им­пульс­ном про­стран­стве эта ам­пли­туд­а обо­зна­ча­ет­ся как $\phi_B^+(\omega)$, где ω — энер­гия лег­ко­го квар­ка [17]. Вто­рая, не­ли­ди­ру­ю­щая ам­пли­туд­а рас­пре­де­ле­ния $\phi_B^-(\omega)$, не яв­ля­ет­ся не­за­ви­си­мой функ­цией, ха­рак­те­ри­зу­ю­щей ма­трич­ный эле­мент пе­ре­хо­да из ме­зон­но­го со­стоя­ния в ва­ку­ум­ное, а свя­зана с $\phi_B^+(\omega)$ “урав­не­нием дви­же­ния” и мож­ет быть по­лу­чена как его ре­ше­ние. В при­бли­же­нии Ван­дзу­ры-Ви­ль­че­ка дан­ное урав­не­ние имеет вид [17]:

$$\phi_B^-(\omega) = \int_{\omega}^{\infty} \phi_B^+(\omega') \omega' d\omega, \quad (1)$$

и ам­пли­туд­а $\phi_B^-(\omega)$ од­но­знач­но опре­де­ля­ет­ся ам­пли­тудой рас­пре­де­ле­ния ли­ди­ру­ю­ще­го твиста.

2.1. Экспоненциальная модель

Пер­вая (эк­споненциальная) мо­де­ль для ам­пли­туд рас­пре­де­ле­ния была пред­ло­жена Гро­зи­-

ным и Ной­бер­том [17]. В их под­хо­де ам­пли­туды рас­пре­де­ле­ния в им­пульс­ном про­стран­стве при­бли­жа­ют­ся эк­споненциалами:

$$\phi_B^+(\omega) = \frac{\omega}{\omega_0^2} e^{-\omega/\omega_0}, \quad \phi_B^-(\omega) = \frac{1}{\omega_0} e^{-\omega/\omega_0}, \quad (2)$$

где вве­ден па­ра­метр $\omega_0 = 2\bar{\Lambda}/3$, опре­де­ля­е­мый эф­фек­тив­ной мас­сой ме­зона $\bar{\Lambda} = M_B - m_b$, в ко­то­рую вхо­дят M_B — мас­са B -ме­зона и m_b — мас­са b -квар­ка.

2.2. Линейная модель

В ра­бо­те Х. Ка­ва­му­ры с соав­то­ра­ми [18] были пред­ло­жены дру­гие мо­де­ли для ам­пли­туд рас­пре­де­ле­ния, вид ко­то­рых был ско­пи­ро­ван с ам­пли­туд рас­пре­де­ле­ния, опи­сы­ва­ю­щих лег­кие ме­зоны (см., на­при­мер, [33]). В э­том слу­чае ам­пли­туды рас­пре­де­ле­ния в им­пульс­ном про­стран­стве пред­став­ля­ют со­бой ли­ней­ные функ­ции энер­гии, зна­че­ния ко­то­рых при­над­ле­жат от­ре­зку $[0, 2\bar{\Lambda}]$:

$$\begin{aligned} \phi_B^+(\omega) &= \omega 2\bar{\Lambda}^2 \theta(2\bar{\Lambda} - \omega), \\ \phi_B^-(\omega) &= 2\bar{\Lambda} - \omega 2\bar{\Lambda}^2 \theta(2\bar{\Lambda} - \omega), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\bar{\Lambda}$ опре­де­ля­ет­ся так же, как и в эк­споненциальной мо­де­ли. Ам­пли­туд­а рас­пре­де­ле­ния ли­ди­ру­ю­ще­го твиста ли­ней­но воз­ра­ста­ет с уве­ли­че­нием ω , а вто­рая ам­пли­туд­а па­да­ет по ли­ней­но­му за­ко­ну и имеет ко­неч­ное зна­че­ние при $\omega = 0$: $\phi_B^-(0) = 1/\bar{\Lambda}$.

Лег­ко за­метить, что если эк­споненциальная мо­де­ль с раз­ной до­лей ве­ро­ят­но­сти до­пус­кает лю­бое зна­че­ние энер­гии лег­ко­го квар­ка, то ли­ней­ная огра­ни­чи­ва­ет это зна­че­ние уд­во­ен­ной эф­фек­тив­ной мас­сой. Од­на­ко, с уве­ли­че­нием мас­шта­ба энер­гии по­яв­ля­ет­ся ве­ро­ят­но­сть в ли­ней­ной мо­де­ли най­ти лег­кие квар­ки со сколь­ко угод­но бо­ль­шой энер­гией.

2.3. Модель Брауна, Иванова и Корчемского

Бо­лее слож­ную мо­де­ль ам­пли­туды рас­пре­де­ле­ния пред­ло­жи­ли Браун, Ива­нов и Кор­чем­ский [19]:

$$\begin{aligned} \phi_B^+(\omega, \mu) &= 4\pi\lambda_B \omega \mu^2 + \\ &+ \mu^2 \left[\mu^2 \omega^2 + \mu^2 - 2(\sigma_B - 1)\pi^2 \ln \frac{\omega}{\mu} \right], \end{aligned} \quad (4)$$

ко­то­рая, в от­ли­чие от пре­ды­ду­щих двух мо­де­лей, за­ви­сит от па­ра­мет­ров λ_B и σ_B (пер­вые об­рат­ный и об­рат­ный ло­гарифмический мо­мен­ты ли­ди­ру­ю­щей ам­пли­туды рас­пре­де­ле­ния). Вос­поль­зо­вав­шись “урав­не­нием дви­же­ния” (1), мож­но вы­чис­лить вто­рую ам­пли­туд­у рас­пре­де­ле­ния в яв­ном ви­де:

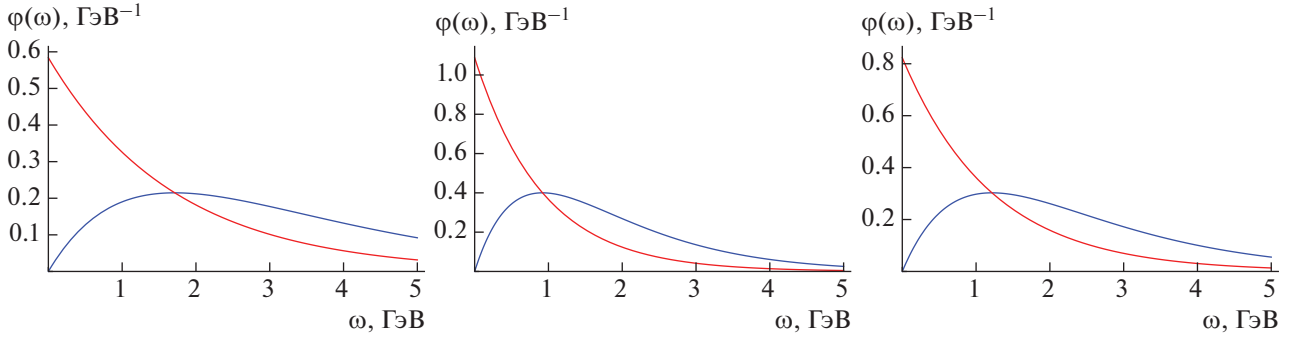


Рис. 1. Лидирующие (кривые синего цвета) и нелидирующие (кривые красного цвета) амплитуды распределения в экспоненциальной модели для Ξ_{bb} (левый график), Ξ_{cc} (центральный график) и Ξ_{bc} (правый график) барионов.

$$\begin{aligned} \phi_B^-(\omega, \mu) = & -\frac{2}{\pi\lambda_B} \left(\frac{\omega\mu}{\omega^2 + \mu^2} + \arctg \frac{\omega}{\mu} - \frac{\pi}{2} + \frac{4(\sigma_B - 1)}{\pi^2} \times \right. \\ & \left. \times \left\{ \text{Im} \left[\text{Li}_2 \left(\frac{i\omega}{\mu} \right) \right] - \arctg \frac{\omega}{\mu} \ln \frac{\omega}{\mu} \right\} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\text{Li}_2(x)$ — дилогарифм Эйлера [34].

2.4. Модель Ли и Нойберта

Ли и Нойберт [20] обобщили экспоненциальную модель, добавив “радиационный хвост”, обусловленный взаимодействием кварка с глюонным полем, начиная с некоторой границы ω_l . Лидирующая амплитуда распределения в данной модели имеет вид [20]:

$$\begin{aligned} \phi_B^+(\omega, \mu) = & \frac{N\omega}{\omega_0^2} e^{-\omega/\omega_0} + \theta(\omega - \omega_l) \frac{C_F \alpha_{st}(\mu)}{\pi\omega} \times \\ & \times \left[\left(\frac{1}{2} - \ln \omega\mu \right) + \frac{4\bar{\Lambda}_{DA}}{3\omega} \left(2 - \ln \frac{\omega}{\mu} \right) \dots \right], \end{aligned} \quad (6)$$

где α_{st} — постоянная сильного взаимодействия с учетом радиационных поправок, $C_F = 4/3$ в КХД. N — нормировочный коэффициент, который определяется условием:

$$\int_0^\infty \phi_B^+(\omega, \mu) d\omega = 1.$$

Эффективная масса мезона $\bar{\Lambda}_{DA}$ отличается от эффективной массы в предыдущих моделях и определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{\Lambda}_{DA}(\mu_f, \mu) = & \bar{\Lambda}_{SF}(\mu_*, \mu_*) \left[1 + \frac{C_F \alpha_{st}}{4\pi} \left(6 \ln \frac{\mu_f}{\mu} - \frac{7}{4} \right) \right] - \\ & - \mu_f \frac{C_F \alpha_{st}}{4\pi} \left(3 \ln \frac{\mu_f}{\mu} - \frac{9}{2} + \frac{4\mu_*}{\mu_f} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\bar{\Lambda}_{SF}(\mu_*, \mu_*) = (0.65 \pm 0.06)$ ГэВ, определенная на промежуточном масштабе $\mu_* = 1.5$ ГэВ, а также для простоты взяли $\mu_f = \mu$. Параметр $\bar{\Lambda}_{DA}$ определяется в “схеме амплитуды распределения”, а $\bar{\Lambda}_{SF}$ в схеме “shape function”. Снова воспользовавшись “уравнением движения” (1), можно вычислить явный вид второй амплитуды распределения:

$$\begin{aligned} \phi_B^-(\omega, \mu) = & \frac{N}{\omega_0} e^{-\omega/\omega_0} - \theta(\omega - \omega_l) \frac{C_F \alpha_{st}}{\pi\omega} \times \\ & \times \left(\frac{1}{2} + \ln \frac{\omega}{\mu} + \frac{\bar{\Lambda}_{DA}}{3\omega} \left[2 \ln \frac{\omega}{\mu} - 3 \right] \right) - \\ & - \theta(\omega_l - \omega) \frac{C_F \alpha_{st}}{\pi\omega_l} \left(\frac{1}{2} + \ln \frac{\omega_l}{\mu} + \frac{\bar{\Lambda}_{DA}}{3\omega_l} \left[2 \ln \frac{\omega_l}{\mu} - 3 \right] \right). \end{aligned} \quad (8)$$

3. МОДЕЛИ АМПЛИТУД РАСПРЕДЕЛЕНИЯ У ДВАЖДЫ ТЯЖЕЛОГО БАРИОНА

Описанные для тяжелых мезонов модели амплитуд распределения могут быть обобщены и на случай дважды тяжелых барионов. Наиболее просто это можно сделать в приближении статических тяжелых кварков в дикварке, когда вся внутренняя динамика бариона определяется “движением” легкого безмассового кварка. В рамках экспоненциальной и линейной моделей вид самих амплитуд не изменится, однако эффективная масса в данном случае будет определяться следующим образом:

$$\bar{\Lambda} = M - m_{Q_1} - m_{Q_2}, \quad (9)$$

где M — масса бариона, а m_{Q_1} и m_{Q_2} — массы тяжелых кварков, образующих тяжелый дикварк в барионе. Соответствующие графики лидирующей (кривые синего цвета) и нелидирующей (кривые красного цвета) амплитуд распределения в экспоненциальной модели для Ξ_{bb} (левый график), $\Xi_{\bar{n}\bar{n}}$ (центральный график) и Ξ_{bc} (правый график) барионов приведены на рис. 1.

Обобщение модели Брауна, Иванова и Корчемского требует вычисления обратных моментов, значения которых нам не известны. В модели Ли и Нойберга нужно провести вычисление “радиационного хвоста”, что представляется интересной задачей на будущее.

4. МАСШТАБНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ АМПЛИТУД РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ АДРОНОВ

При использовании моделей амплитуд распределения для расчета конкретных процессов с участием тяжелых мезонов или барионов с необходимостью требуется знать, каким образом характеризующие адроны величины зависят от характерного масштаба энергий этих процессов. В случае B -мезона последовательное изложение данного вопроса можно найти в работах [15, 35]. В предыдущем разделе неявно предполагалось, что амплитуды распределения не зависят от масштаба энергии, т. е. исходно определенные на фиксированном масштабе $\mu_0 = 1$ ГэВ, они остаются неизменными и на любом другом масштабе. В действительности такая зависимость имеется, поскольку как экспоненциальная, так и линейная модели амплитуд распределения B -мезона зависят от эффективной массы мезона $\Lambda(\mu) = M_B - m_b(\mu)$, где M_B — масса B -мезона и $m_b(\mu)$ — масса b -кварка, определяемая на произвольном масштабе μ . Ограничимся здесь рассмотрением только лидирующей амплитуды распределения B -мезона, которая должна удовлетворять следующему уравнению эволюции [21]:

$$\frac{d}{d \ln \mu} \phi_B^+(\omega, \mu) = - \int_0^\infty \gamma^+(\omega, \omega', \mu) \phi_B^+(\omega', \mu) d\omega', \quad (10)$$

где ядро эволюции для B -мезона имеет вид [21]:

$$\gamma^+(\omega, \omega', \mu) = \left[\Gamma_{\text{cusp}}(\alpha_s) \ln \frac{\mu}{\omega} + \gamma(\alpha_s) \right] \delta(\omega - \omega') + \omega \Gamma(\omega, \omega', \alpha_s), \quad (11)$$

причем аномальные размерности $\Gamma_{\text{cusp}}(\alpha_s)$ и $\gamma(\alpha_s)$, а также явный вид функции $\Gamma(\omega, \omega', \alpha_s)$ можно найти в [21]. В случае дважды тяжелого бариона вид уравнения не изменится, однако появится дополнительный множитель 2 в правой части, учитывающий одноглюонный обмен между легким кварком и каждым из двух тяжелых кварков:

$$\frac{d}{d \ln \mu} \phi^+(\omega, \mu) = -2 \int_0^\infty \gamma^+(\omega, \omega', \mu) \phi^+(\omega', \mu) d\omega'. \quad (12)$$

Вообще говоря, ядро эволюции должно также содержать дополнительный вклад от обмена глюоном между тяжелыми кварками, однако в данной работе оно не учитывается и является пред-

метом обсуждения отдельного исследования. Решение в обоих случаях ищется в виде [21]:

$$\phi^+(\omega, \mu) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \phi_0(t) f(\omega, \mu, \mu_0, it) dt. \quad (13)$$

Функция $\phi_0(t)$ зависит от выбора модели амплитуды распределения, она вычислена для всех приведенных выше моделей, однако здесь не приводятся. Входящая в (13) функция $f(\omega, \mu, \mu_0, it)$, для B -мезона может быть записана в форме:

$$f_B(\omega, \mu, \mu_0, it) \sim \left(\frac{\omega}{\mu_0} \right)^{it+g} \frac{\Gamma(1-it-g)\Gamma(1+it)}{\Gamma(1+it+g)\Gamma(1-it)}, \quad (14)$$

где введена функция

$$g(\mu, \mu_0) = \frac{8}{3\beta_0} \ln \frac{\alpha_s(\mu_0)}{\alpha_s(\mu)}, \quad (15)$$

в которой $\beta_0 = 11 - 2n_f/3$, $n_f = 3$ — число активных кварков на характерном масштабе энергии процесса, и $\mu_0 = 1$ ГэВ. Подстановка ((13)) в уравнение ((12)) найти эту же функцию для дважды тяжелого бариона:

$$f(\omega, \mu, \mu_0, it) \sim \left(\frac{\omega}{\mu_0} \right)^{it+2g} \left[\frac{\Gamma(1-it-g)\Gamma(1+it)}{\Gamma(1+it+g)\Gamma(1-it)} \right]^2. \quad (16)$$

Полученные уравнения позволяют определить масштабную зависимость амплитуд распределения не только для B -мезона, но и для дважды тяжелых барионов. На рис. 2 приведена зависимость от параметра μ лидирующей амплитуды распределения для Ξ_{bb} -бариона в экспоненциальной (левый график) и линейной (правый график) моделях.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теория описания тяжелых мезонов, в частности B -мезонов, на световом конусе обобщена на случай дважды тяжелых барионов. Предложены модели амплитуд распределения для дважды тяжелых барионов в форме экспоненциальной и линейной зависимостей. Показана зависимость амплитуд распределения барионов от масштаба энергии. Предложенные амплитуды распределения представляют интерес при изучении слабых распадов. В случае B -мезонов экспериментально и теоретически изучаются распады типа $B \rightarrow \pi \ell \nu_\ell$, где $\ell = e, \mu$. Для дважды тяжелых барионов аналогичными распадами будут $\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_{bc} + \ell^- + \tilde{\nu}_\ell$ и $\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b + \ell^- + \tilde{\nu}_\ell$. Для вычисления адронных матричных элементов переходов требуется информация о волновых функциях адронов, в частности, об их амплитудах распределения.

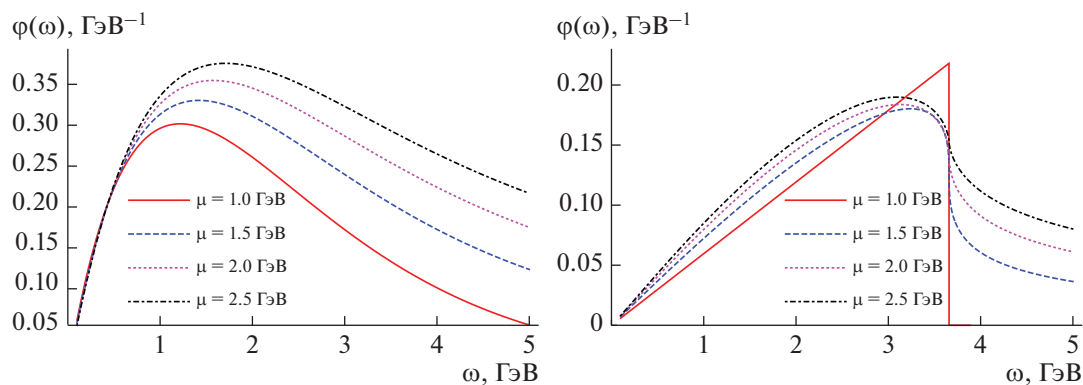


Рис. 2. Масштабная зависимость лидирующей амплитуды распределения для Ξ_{bb} -бариона в экспоненциальной (левый график) и линейной (правый график) моделях.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает благодарность А.Я. Пархоменко за многочисленные обсуждения. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Национального фонда естественных наук Китая в рамках совместного проекта No. 19-52-52041.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

- Zyla P.A. et al. (*Particle Data Group*) // Prog. Theor. Exp. Phys. 2020. V. 2020. P. 083C01.
- Mattson M. et al. (*SELEX Collab.*) // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89. P. 12001; arXiv:hep-ex/0208014.
- Ocherashvili A. et al. (*SELEX Collab.*) // Phys. Lett. B. 2005. V. 628. P. 18–24; arXiv:hep-ex/0406033.
- Ratti S.P. // Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 2003. V. 115. P. 33–36.
- Aubert B. et al. (*BaBar Collab.*) // Phys. Rev. D. 2006. V. 74. P. 011103; arXiv:hep-ex/0605075.
- Aaij R. et al. (*LHCb*) // J. High Energy Phys. 2013. V. 2013. No. 12. P. 090; arXiv:1310.2538 [hep-ex].
- Kato Y. et al. (*Belle Collab.*) // Phys. Rev. D. 2014. V. 89. P. 052003; arXiv:1312.1026 [hep-ex].
- Aaij R. et al. (*LHCb*) // Sci. China Phys. Mech. Astron. 2020. V. 63. P. 221062; arXiv:1909.12273 [hep-ex].
- Aaij R. et al. (*LHCb*) // Phys. Rev. Lett. 2017. V. 119. P. 112001; arXiv:1707.01621 [hep-ex].
- Aaij R. et al. (*LHCb*) // Phys. Rev. Lett. 2018. V. 121. P. 162002; arXiv:1807.01919 [hep-ex].
- Aaij R. et al. (*LHCb*) // J. High Energy Phys. 2020. V. 2020 (02) P. 049; arXiv:1911.08594 [hep-ex].
- Aaij R. et al. (*LHCb*) // Phys. Rev. Lett. 2018. V. 121. P. 052002; arXiv:1806.02744 [hep-ex].
- Aaij R. et al. (*LHCb*) // arXiv:2009.02481 [hep-ex].
- Manohar A.V., Wise M.B. // Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol. 2000. V. 10. P. 1–191.
- Grozin A.G. // Springer Tracts Mod. Phys. 2004. V. 201. P. 1.
- Mannel T. // Springer Tracts Mod. Phys. 2004. V. 203. P. 1.
- Grozin A.G., Neubert M. // Phys. Rev. D. 1997. V. 55. P. 272–290; arXiv:hep-ph/9607366.
- Kawamura H., Kodaira J., Qiao C.F., Tanaka K. // Phys. Lett. B. 2001. V. 523, P. 111; Erratum: Phys. Lett. B 536. P. 344–344; arXiv:hep-ph/0109181.
- Braun V.M., Ivanov D.Y., Korchemsky G.P. // Phys. Rev. D. 2004. V. 69. P. 034014. arXiv:hep-ph/0309330.
- Lee S.J., Neubert M. // Phys. Rev. D. 2005. V. 72. P. 094028; arXiv:hep-ph/0509350.
- Lange B.O., Neubert M. // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. P. 102001; arXiv:hep-ph/0303082.
- Bell G., Feldmann T., Wang Y.M., Yip M.W.Y. // J. High Energy Phys. 2013. V. 2013. (11). P. 191; arXiv:1308.6114.
- Braun V.M., Manashov A.N. // Phys. Lett. B. 2014. V. 731. P. 316–319; arXiv:1402.5822 [hep-ph].
- Feldmann T., Lange B.O., Wang Y.M. // Phys. Rev. D. 2014. V. 89. P. 114001; arXiv:1404.1343 [hep-ph].
- Braun V.M., Derkachov S.E., Manashov A.N. // Phys. Lett. B. 2014. V. 738. P. 334–340; arXiv:1406.0664 [hep-ph].
- Braun V.M., Manashov A.N., Offen N. // Phys. Rev. D. 2015. V. 92. P. 074044; arXiv:1507.03445 [hep-ph].
- Braun V.M., Ji Y., Manashov A.N. // J. High Energy Phys. 2017. V. 2017. (5). P. 022; arXiv:1703.02446 [hep-ph].
- Braun V.M., Ji Y., Manashov A.N. // J. High Energy Phys. 2018. V. 2018. No. 06. P. 017; arXiv:1804.06289 [hep-ph].
- Braun V.M., Ji Y., Manashov A.N. // Phys. Rev. D. 2019. V. 100. P. 014023; arXiv:1905.04498 [hep-ph].
- Wang W., Wang Y.M., Xu J., Zhao S. // Phys. Rev. D. 2020. V. 102. P. 011502; arXiv:1908.09933 [hep-ph].
- Galda A.M., Neubert M. // Phys. Rev. D. 2020. V. 102. P. 071501; arXiv:2006.05428 [hep-ph].
- Zhao S., Radyushkin A.V. // arXiv:2006.05663 [hep-ph]. 2006.
- Chernyak V.L., Zhitnitsky A.R. // Phys. Rept. 1984. V. 112. P. 173.
- Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И., “Интегралы и ряды. Дополнительные главы”. 1986. Москва: Наука.
- Grozin A.G. // Int. J. Mod. Phys. A. 2005. V. 20. P. 7451–7484. arXiv:hep-ph/0506226.

Wave Functions of Doubly Heavy Baryons on the Light Cone

A. K. Shukhtina*

Yaroslavl State University, Yaroslavl, 150003 Russia

**e-mail: aliceshu@yandex.ru*

Received December 24, 2020; revised February 24, 2021; accepted March 4, 2021

Heavy mesons and doubly heavy baryons with the dynamic properties governed by the light quark motion relative to the fixed center of forces are studied within the Heavy Quark Effective Theory. The distribution amplitudes of the hadrons in question are compared, model functions of these amplitudes for the doubly heavy baryons are introduced, and their scale dependence is investigated.

Keywords: distribution amplitude, doubly heavy baryon, quark, scale dependence, matrix transition element, light cone, heavy quark symmetry, heavy meson