__ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ __ В ЯДЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ

УДК 621.039,331.44: 519.2:62.50

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ АНАЛИЗА НАДЕЖНОСТИ РАБОТЫ ОБСЛУЖИВАЮЩЕГО ПЕРСОНАЛА В АТОМНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

© 2023 г. А. В. Даниленко^{а, *}, М. В. Сержантова^а

^аФедеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения", Санкт-Петербург, 190000 Россия

*E-mail: alinadanilenk@mail.ru
Поступила в редакцию 19.07.2022 г.
После доработки 01.08.2022 г.
Принята к публикации 02.08.2022 г.

Предметом исследования данной статьи является анализ аппарата конечных цепей Маркова для оценки вероятности выхода из строя элементов системы атомной промышленности по причине человеческого фактора, являющегося неотъемлемой частью этой функциональной среды. Стохастическая природа обслуживающего персонала в атомной промышленности порождается интервальностью его индивидуальных свойств. Решение найдено в использовании конечных цепей Маркова для нескольких ситуаций. Первая модель исследует вероятность перехода из обычных условий в стрессовые и возникновение в них ошибки. Вторая модель рассматривает вероятность перехода к критической и не критической ошибке из обычного режима функционирования атомной промышленности. Третья модель оценивает вероятность появления ошибок: аппаратной и по причине человеческого фактора. Четвертая модель описывает систему, которая может выйти из строя любо изза ошибок, совершенных обслуживающим персоналом, либо из-за сбоев оборудования. Пятая модель описывает систему, которая может выйти из строя только из-за аппаратных ошибок, но ошибки обслуживающего персонала могут ухудшить ее производительность.

Ключевые слова: конечные цепи Маркова, оценка надежности, математическое моделирование ошибок, атомная промышленность

DOI: 10.56304/S2079562922050116

ВВЕДЕНИЕ

Безопасность ядерных реакторов, также как и радиационная безопасность, во многом зависит от подготовки высококвалифицированных специалистов. Поэтому необходимо проведения математического моделирования поведения персонала в атомной отрасли, включая ядерно-термоядерные технологии [1-10].

Причиной обращения к проблеме, заявленной в названии статьи, оказались результаты авторов [11—14] по формированию представлений деятельности обслуживающего персонала в функциональной среде. Базовые положения этих модельных представлений состоят в концепции интервальности и аддитивности. Интервальность свойств обслуживающего персонала в функциональной среде атомной промышленности отражает природную подвижность параметров его индивидуальных свойств и их разброс применительно к персонам функциональной деятельности. Аддитивность дает возможность учитывать естественным образом процесс уставания обслуживающего персонала как неотъемлемый компонент его деятельности.

Принципиальным шагом в повышении надежности [15] системной работы атомной промышленности является исследование ошибок [16], вызванных природным свойством уставания обслуживающего персонала.

Задействованный в функциональной среде атомной промышленности обслуживающий персонал характеризуется стохастической природой, вызванной интервальностью его свойств, логичным путем на следующем этапе моделирования его деятельности приводит к исследованию возможности использования аппарата конечных цепей Маркова [17—21] для этих целей.

РАССМАТРИВАЕМЫЕ МОДЕЛИ

Обслуживающий персонал в рабочем процессе выполняет множество задач, которые можно объединить в группы, такие как: мониторинг, контроль и эксплуатация объекта. Отметим, что окружающие условия при этом могут быть нормальными, изменяющимися и стрессовыми. Вызванные природной усталостью обслуживающего персонала

Таблица 1.

Состояние работника, <i>i</i>	Условия работы
0	работник выполняет задачу нормально
	в нормальных условиях
1	работник выполняет свою задачу нор-
	мально в стрессовых условиях
2	работник совершил ошибку в нор-
	мальных условиях
3	работник совершил ошибку в стрессо-
	вых условиях

могут проявляться критичные и некритичные ошибки в системе атомной промышленности. Рассмотрим математические модели для прогнозирования надежности работы обслуживающего персонала в атомной промышленности.

Модель 1. Прогнозирование надежности работы обслуживающего персонала в нормальных условиях.

Данная модель описывает вероятность правильного выполнения работником по техническому обслуживанию непрерывной по времени задачи. Вероятность человеческой ошибки в задаче технического обслуживания в конечном интервале времени Δt с заданным событием D выражается через:

$$P(C/D) = z(t), \tag{1}$$

где C — событие, в котором произойдет человеческая ошибка в момент времени $[t, t+\Delta t]$, D — событие производительности без ошибок длительностью t, а z(t) — частота человеческих ошибок в момент времени t. Таким образом, совместная вероятность безошибочной работы определяется, как:

$$P(\overline{C}/D) = P(D) - P(C/D)P(D), \tag{2}$$

где P(D) — вероятность наступления события D, а \overline{C} — событие, при котором человеческая ошибка не произойдет в интервале времени $[t, t+\Delta t]$.

Уравнение (2) обозначает вероятность безотказной работы в течение временных интервалов [0, t] и $[t, t + \Delta t]$ можно перезаписать как:

$$R_h(t) - R_h(t)P(C/D) = R_h(t + \Delta t), \tag{3}$$

где $R_h(t)$ — надежность обслуживающего персонала в момент времени t. Подставляя уравнение (1) в уравнение (3), получаем:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{R_h(t + \Delta t) - R_h(t)}{\Delta t} = -R_h(t)z(t). \tag{4}$$

В предельном случае уравнение имеет вид

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{R_h(t + \Delta t) - R_h(t)}{\Delta t} = \frac{dR_h(t)}{dt} = -R_h(t)z(t). \tag{5}$$

B момент времени t = 0, $R_h(t) = 1$.

При перестановке уравнения получается

$$\frac{1}{R_h(t)}dR_h(t) = -z(t)dt. \tag{6}$$

Интегрируя обе части уравнения по временному интервалу [0, t], имеем

$$\int_{1}^{R_{h}(t)} \frac{1}{R_{h}(t)} dR_{h}(t) = -\int_{0}^{t} z(t)dt, \tag{7}$$

$$R_h(t) = -e^{-\int_0^t z(t)dt}.$$
 (8)

Уравнение (8) является общим выражением для вычисления надежности работы обслуживающего персонала для любого статистического распределения времени с учетом человеческих ошибок. Интегрируя уравнение (8) по временному интервалу $[0;\infty]$, получается общее уравнение для среднего времени до ошибки обслуживающего персонала.

$$MTTHE = \int_{0}^{\infty} \left[e^{-\int_{0}^{t} z(t)dt} \right] dt, \tag{9}$$

где MRTTHE — среднее время до ошибки обслуживающего персонала.

Модель 2. Прогнозирование надежности работы обслуживающего персонала в условиях изменяющейся среды.

При переходе из нормальной в стрессовую среду (например, сбои в работе аппаратуры) частота ошибок рабочего персонала может сильно меняться. Проиллюстрируем это на примере модели 2, представленной на диаграмме состояния (рис. 1.), построеной в предположении наличия двух разных частот ошибок обслуживающего персонала.

Данная модель предполагает следующие допущения:

- 1. Частота человеческих ошибок постоянна.
- 2. Все ошибки обслуживающего персонала происходят независимо друг от друга.
- 3. Скорость изменения окружающей среды (т.е. от нормальной к стрессовой и наоборот) постоянна.

Используя Марковский подход [13], можно записать следующие уравнения, составляющие математическую модель для диаграммы (рис. 1):

$$\frac{dP_0(t)}{dt} + (\lambda_1 + \alpha_1)P_0(t) = \alpha_2 P_1(t), \tag{10}$$

$$\frac{dP_1(t)}{dt} + (\lambda_2 + \alpha_2)P_1(t) = \alpha_1 P_0(t), \tag{11}$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda_1 P_0(t), \tag{12}$$

$$\frac{dP_3(t)}{dt} = \lambda_2 P_1(t),\tag{13}$$

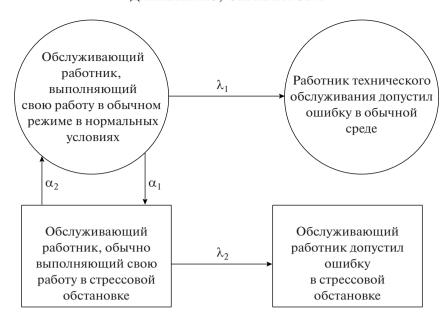


Рис. 1. Диаграмма состояний для модели 2 прогнозирования надежности работы обслуживающего персонала в условиях изменяющейся среды. Обозначения: λ_1 — постоянная частота ошибок обслуживающего персонала, выполняющего свою задачу в нормальных условиях; λ_2 — постоянная частота ошибок обслуживающего персонала, выполняющего свою задачу в стрессовых условиях. При этом учитывается α_1 — постоянная скорость перехода от нормальной среды к стрессовой среде; α_2 — постоянная скорость перехода от стрессовой среды к нормальной среде. На основе модели 2 можно найти $P_i(t)$ — вероятность того, что сотрудник находится в і-состоянии в момент времени t. Приведем в табл. 1 варианты состояний при различных условиях.

$$t = 0$$
, $P_0(0) = P_1(0) = P_2(0) = P_3(0) = 0$, (14)

$$P_0(t) = \frac{1}{(y_2 - y_1)} [(y_2 + \lambda_2 + \alpha_2)e^{y_2 t} - (y_1 + \lambda_2 + \alpha_2)e^{y_1 t}],$$
(15)

где

$$y_1 = [-a_1 + (a_1^2 - 4a_2)^{1/2}]/2,$$
 (16)

$$y_2 = [-a_1 + (a_1^2 - 4a_2)^{1/2}]/2,$$
 (17)

$$a_1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \alpha_2 + \alpha_1, \tag{18}$$

$$a_2 = \lambda_1(\lambda_2 + \alpha_2) + \alpha_1\lambda_2,\tag{19}$$

где

$$a_3 = \frac{1}{y_2 - y_1},\tag{20}$$

$$a_4 = \lambda_1(\lambda_2 + \alpha_2)/y_1 y_2, \tag{21}$$

$$a_5 = a_3(\lambda_1 + a_4 y_1), \tag{22}$$

$$a_6 = a_3(\lambda_1 + a_4 y_2), \tag{23}$$

$$P_1(t) = \alpha_1 a_3 (e^{y_2 t} - e^{y_1 t}), \tag{24}$$

$$P_3(t) = a_7[(1+a_3)(y_1e^{y_2t} - y_2e^{y_1t})], \tag{25}$$

где

$$a_7 = \lambda_2 \alpha_1 / y_1 y_2$$
.

Надежность обслуживающего персонала выражается

$$R_{mw}(t) = P_0(t) + P_1(t), (27)$$

где $R_{mw}(t)$ — надежность обслуживающего персонала при выполнении задач в изменяющихся условиях.

Таким образом:

$$MTTHE_{mw} = \int_{0}^{\infty} R_{mw}(t)dt = \frac{\lambda_2 + \alpha_1 + \alpha_2}{\lambda_1(\lambda_2 + \alpha_2) + \alpha_1\lambda_2}, \quad (28)$$

где $MTTHE_{mw}$ — среднее время, затрачиваемое обслуживающим персоналом на человеческую ошибку.

Модель 3. Эта модель представляет отдельного работника обслуживающего персонала, выполняющего непрерывную во времени задачу, подверженную критическим и некритическим ошибкам. Модель может быть использована для расчета надежности обслуживающего персонала в момент времени t, среднего времени работы обслуживающего персонала до человеческой ошибки, вероятности совершения работником технического обслуживания критической ошибки в момент времени t и вероятности совершения работником технического обслуживания некритической ошибки в момент времени t и вероятности совершения работником технического обслуживания некритической ошибки в момент времени t.

Диаграмма пространства состояний модели (26) показана на рис. 2. Цифры в графах обозначают



Рис. 2. Диаграмма состояний для модели 3 отдельного работника обслуживающего персонала, выполняющего непрерывную во времени задачу, подверженную критическим и некритическим ошибкам.

состояния обслуживающего персонала. Данная модель предполагает следующие допущения:

- 1. Все ошибки обслуживающего персонала происходят независимо друг от друга.
- 2. Частота критических и некритических ошибок обслуживающего персонала постоянна.

Используя Марковский подход [17—21], можно записать следующие уравнения для диаграммы на рис. 2:

$$\frac{dP_0(t)}{dt} + (\lambda_2 + \lambda_1)P_0(t) = 0, (29)$$

$$\frac{dP_1(t)}{dt} - \lambda_2 P_0(t) = 0, \tag{30}$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} - \lambda_1 P_0(t) = 0, (31)$$

$$t = 0$$
, $P_0(0) = 1$, $P_1(0) = 0$, $P_2(0) = 0$, (32)

$$P_0(t) = e^{-(\lambda_2 + \lambda_1)t}, \tag{33}$$

$$P_1(t) = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} [1 - e^{-(\lambda_2 + \lambda_1)t}],$$
 (34)

$$P_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} [1 - e^{-(\lambda_2 + \lambda_1)t}]. \tag{35}$$

Приведенные ниже три уравнения могут быть использованы для получения вероятностей нахождения обслуживающего персонала в состоянии 0, 1 или 2. Надежность персонала определяется по формуле

$$R_m(t) = P_0(t) = e^{-(\lambda_2 + \lambda_1)t},$$
 (36)

$$MTTHE_m = \int_0^\infty R_m(t)dt = \int_0^\infty e^{-(\lambda_2 + \lambda_1)t}dt = \frac{1}{\lambda_2 + \lambda_1}. \quad (37)$$

На рис. 2 введены обозначения: i — состояние сотрудника; i = 0 (работник выполняет задачу нормально), i = 1 (работник совершил некритическую ошибку), i = 2 (работник совершил критическую ошибку), $P_i(t)$ — вероятность того, что обслуживающий работник находится в состоянии i в момент времени t для i = 0,1,2, λ_1 — это постоянная критическая частота человеческих ошибок обслуживающего персонала, λ_2 — это постоянная некритическая частота человеческих ошибок обслуживающего персонала.

МОДЕЛИ ДЛЯ АНАЛИЗА ОШИБОК ПРИ ТЕХНИЧЕСКОМ ОБЛУЖИВАНИИ

Модель 4. Эта модель описывает систему, которая может выйти из строя любо из-за ошибок, совершенных обслуживающим персоналом, либо из-за сбоев оборудования. Диаграмма пространства состояний модели изображена на рис. 3.

Данная модель предполагает следующие допущения:

- 1. Аппаратные сбои и человеческие ошибки происходят независимо друг от друга.
- 2. Частота отказов оборудования и человеческих ошибок постоянна.

Применяя Марковский подход [16], запишем уравнения, поясняющие диаграмму на рис. 3:

$$\frac{dP_0(t)}{dt} + (\lambda_h + \lambda)P_0(t) = 0, (38)$$



Рис. 3. Диаграмма состояний для модели 4 для анализа ошибок при техническом обслуживании: λ — это постоянная частота отказов оборудования в системе; λ_h — это постоянная частота человеческих ошибок обслуживающего персонала; j — состояние системы; j = 0 (система работает нормально), j = 1 (сбой системы из-за ошибки, допущенной обслуживающим персоналом), j = 2 (сбой системы аз-за аппаратных ошибок); $P_j(t)$ — вероятность того, что система находится в состоянии j в момент времени t, для j = 0, 1, 2.

$$\frac{dP_1(t)}{dt} - \lambda_h P_0(t) = 0, (39)$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} - \lambda P_0(t) = 0, (40)$$

$$t = 0$$
, $P_0(0) = 1$, $P_1(0) = 0$, $P_2(0) = 0$, (41)

$$P_0(t) = e^{-(\lambda_h + \lambda)t},\tag{42}$$

$$P_1(t) = \frac{\lambda_h}{\lambda_h + \lambda} [1 - e^{-(\lambda_h + \lambda)t}], \tag{43}$$

$$P_2(t) = \frac{\lambda_h}{\lambda_L + \lambda} [1 - e^{-(\lambda_h + \lambda)t}], \tag{44}$$

$$R_s(t) = P_0(t) = e^{-(\lambda_h + \lambda)t}, \tag{45}$$

$$MTTF_{S} = \int_{0}^{\infty} R_{S}(t)dt = \int_{0}^{\infty} e^{-(\lambda_{h} + \lambda)t}dt = \frac{1}{\lambda_{h} + \lambda}.$$
 (46)

Модель 5. Эта модель описывает систему, которая может выйти из строя только из-за аппаратных ошибок, но ошибки обслуживающего персонала могут ухудшить ее производительность.

Данная модель предполагает следующие допушения:

- 1. Ошибка обслуживающего персонала может привести только к ухудшению работы системы, но не к отказу.
- 2. Частота человеческих ошибок и отказов оборудования неизменна.
- 3. Полностью или частично вышедшая из строя система ремонтируется и регулярно проводится профилактическое обслуживание.
- 4. Неисправная система может выйти из строя только из-за аппаратных сбоев.
 - 5. Скорость ремонта всех систем постоянна.
- 6. Отремонтированная или восстановленная система так же хороша, как и новая.

Когда время t становится очень большим, вероятность деградации системы из-за человеческой ошибки обслуживающего персонала определяется уравнением

$$P_{1} = \frac{\lambda_{1}\mu + \lambda_{1}\mu_{2} + \lambda\mu_{2}}{A_{1}A_{2}},$$
(47)

где P_1 — установившаяся вероятность деградации системы из-за человеческой ошибки.

Оперативная готовность системы, зависящая от времени, определяется

$$AV_{S}(t) = P_{0}(t) + P_{1}(t),$$
 (48)

где $AV_{S}\left(t\right) -$ оперативная готовность системы в момент времени t.

Аналогично уравнению (47), уравнение (48) сводится к:

$$AV_{S} = \frac{\mu_{1}\mu + \lambda_{2}\mu + \mu_{1}\mu_{2} + \lambda_{1}\mu + \lambda_{1}\mu_{2} + \lambda\mu_{2}}{A_{1}A_{2}}, \quad (49)$$

где AV_S — это постоянная эксплуатационная готовность системы.

При проведении мероприятий по сокращению количества ошибок в атомной и термоядерной отрасли [22—23], вызванных работой обслуживающего персонала, специалистам можно рекомендовать к использованию обнаруженную модификационную тенденцию при работе по совершенствованию организации производства.

Аппарат конечных цепей Маркова в задаче модельного представления деятельности обслуживающего персонала является весьма конструктивным при оценке результатов работы обслуживающего персонала.

ВЫВОД

Основным результатом проведенного исследования является тот факт, что представленные математические модели позволяют оценить надежность обслуживающего персонала в нормальной и стрессовой функциональной среде. Рассмотрены вероятностные модели ошибок персонала атомной промышленности в момент времени *t*.

Полученные теоретические результаты подтверждены практическими/иллюстративными примерами, что подтверждает их использование для

снижения появления ошибок, вызванных человеческим фактором.

Возможность прогнозирования развития ситуации на основе имеющихся статистических данных позволит повысить надежность и бесперебойность как отдельных блоков, так и всей системы атомной промышленности в целом.

При анализе надежности необходимо пошагово рассчитать систему по каждой из пяти моделей, на основании которых сделать системный вывод о возможностях модернизации исследуемой системы. Для экспресс-оценки может быть использована одна из пяти моделей в соответствии с решаемой задачей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Кузенов В.В., Рыжков С.В.* // Ядерная физика и инжиниринг. 2019. Т. 10. (3). С. 263–270. [*Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V.* // Phys. At. Nucl. 2019. V. 82 (10). P. 1341–1347].
- Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. and Frolko P.A. // J. Phys.: Conf. Ser. 2017. V. 830 (1). P. 012049.
- 3. *Chirkov A. Yu.*, *Ryzhkov S.V.* // J. Fusion Energy. 2012. V. 31. P. 7–12.
- Ryzhkov S.V., Khvesyuk V.I., Ivanov A.A. // Fusion Sci. Technol. 2003. V. 43 (1T). P. 304.
- 5. *Кузенов В.В., Рыжков С.В.* // Ядерная физика и инжиниринг. 2019. Т. 10 (5). С. 423–428 [*Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V.* // Phys. At. Nucl. 2019. V. 82 (12). P. 1621–1626].
- Ryzhkov S.V., Chirkov A.Yu., Ivanov A.A. // Fusion Sci. Technol. 2013. V. 63 (1T). P. 135–138.
- 7. *Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V.* // J. Phys.: Conf. Ser. 2017. V. 830. P. 012124.
- 8. *Кузенков В.В., Рыжков С.В., Шумаев. В.В.* // Вопросы атомной науки и техники. 2015. Т. 4 (98). С. 53—56.

- 9. *Кузенков В.В., Рыжков С.В., Шумаев. В.В.* // Вопросы атомной науки и техники. 2015. Т. 1 (95). С. 97—99.
- 10. *Рыжков С.В.* // Изв. РАН. Сер.: физ.. 2014. Т. 78 (5). С. 647–653 [*Ryzhkov S.V.* // Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. 2014. V. 78 (5). P. 456–461].
- 11. Дударенко Н.А., Полякова М.В., Ушаков А.В. // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2010. Т. 6 (70). С. 32—36.
- 12. Дударенко Н.А., Полинова Н.А., Сержантова М.В., Ушаков А.В. // Известия вузов. Приборостроение. 2014. Т. 57 (7). С. 12—17.
- 13. *Сержантова М.В., Ушаков А.В.* // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Т. 15 (2). С. 329–337.
- 14. *Вундер Н.А., Дударенко Н.А., Сержантова М.В., Ушаков А.В.* // Тр. XII Всеросс. совещания по проблемам управления. Москва, 16—19 июня 2014. 2014. № 1. С. 6372—6383.
- 15. ГОСТ 27.002—89 Межгосударственный стандарт. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения.
- Dhillon B.S. Human Reliability, Error, and Human Factors in Engineering Maintenance. 2009. Boca Raton: CRC Press.
- Vencl A., Rac A. // Eng. Failure Anal. 2014. V. 44. P. 217–228.
- 18. *Kemeny J.G., Snell J.L., Knapp A.W., Griffeath D.S.* Denumerable Markov Chains. 1976. New York: Springer-Verlag.
- 19. Astrom K.J. // J. Math. Anal. Appl. 1965. V. 10 (1). P. 174.
- 20. Howard R.A. // Operat. Res. 2002. V. 50 (1). P. 100.
- 21. Ланкастер П. Теория матриц. 1973. Москва: Наука.
- 22. *Рыжков С.В.*, *Чирков А.Ю*. Системы альтернативной термоядерной энергетики. 2017. Москва.: Физматлит [*Ryzhkov S.V.*, *Chirkov A. Yu*. Alternative Fusion Fuels and Systems. 2019. Boca Raton: CRC Press].
- 23. *Chirkov A. Yu. et al.* // Fusion Sci. Technol. 2011. V. 59. (1T). P. 39–42.

Mathematical Models for the Analysis of the Reliability of the Work of the Nuclear Industry Maintenance Personnel

A. V. Danilenko^{1, *} and M. V. Serzhantova¹

¹Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint-Petersburg, 190000 Russia

*e-mail: alinadanilenk@mail.ru
Received July 19, 2022; revised August 1, 2022; accepted August 2, 2022

Abstract—The article presents mathematical models for predicting the reliability of the service personnel in a normal and stressful environment. The probabilistic models of making critical and non-critical errors by the personnel at the moment of time t are considered. A model is presented that analyzes the probability of a system failure due to the fault of the maintenance personnel.

Keywords: finite Markov chains, reliability estimation, mathematical modeling of errors, nuclear industry