

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
В ЯДЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ

УДК 532.542.4

КОЛЬЦЕВОЙ СЛОЙ – ОБОБЩЕННЫЙ ОДНОМЕРНЫЙ КАНАЛ

© 2021 г. А. С. Корсун^а, *, В. Н. Федосеев^а, М. И. Писаревский^а,
Ю. Н. Писаревская^а, С. Медгедем^а

^аНациональный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, 115409 Россия

*E-mail: Peace579@mail.ru

Поступила в редакцию 03.03.2021 г.

После доработки 05.05.2021 г.

Принята к публикации 12.05.2021 г.

В настоящей работе вводится понятие нового обобщенного одномерного канала – кольцевого слоя. Он включает в себя твердую цилиндрическую стенку и примыкающую к стенке слоя жидкости или газа, на внешней поверхности которого отсутствует поток импульса и достигается максимум скорости. Согласно определению, существует два кольцевых слоя: внешний и внутренний. Для каждого в статье представлены расчётные формулы их геометрических характеристик: площади, смоченного периметра, гидравлического диаметра, кривизны слоя. В зависимости от параметра кривизны кольцевого слоя β канал может переходить в плоский, круглую трубы или эквивалентную ячейку пучков стержней различного относительного шага. Распределение скорости при турбулентном течении теплоносителя в кольцевом канале описывается универсальным профилем скорости. С помощью него получены соотношения для определения отношения максимальной скорости к средней, отклонения максимальной скорости от средней, коэффициента гидравлического сопротивления канала в зависимости от его кривизны. Они, в зависимости от значения параметра кривизны β , обобщают данные по турбулентному режиму течения жидкости или газа в плоском канале, круглой трубе, кольцевом канале и пучках стержней при гладкой и шероховатой поверхности канала. Указано, что для заданной формы и геометрии шероховатости необходимо знать зависимость второй константы логарифмического профиля от безразмерной высоты. Полученные расчётные формулы могут быть использованы в инженерных расчетах гидравлики теплообменного оборудования для нужд атомной энергетики.

Ключевые слова: профиль скорости, коэффициент гидравлического сопротивления, кольцевой слой, турбулентный режим течения

DOI: 10.56304/S2079562920060342

ПОНЯТИЕ КОЛЬЦЕВОГО СЛОЯ

Кольцевой слой – обобщенный одномерный канал, представляющий собой твердую цилиндрическую стенку радиуса r_t и примыкающего к стенке слоя жидкости или газа толщиной h , на внешней поверхности которого, отсутствует поток импульса и достигается максимум скорости. При движении жидкости вдоль оси канала скорость изменяется по одной координате – радиусу $u_x(r)$, что учтено в названии канала. С точки зрения изучения и описания механического взаимодействия турбулентного потока жидкости со стенкой течение в кольцевом слое является, по мнению авторов, наиболее простой и естественной моделью потока.

Кольцевой слой будем именовать внешним слоем, если координаты точек в потоке жидкости r больше радиуса твердой стенки r_t , и внутренним, если радиус твердой стенки r_t больше коор-

динат точек в потоке жидкости r . Оба типа кольцевых слоев проиллюстрированы на рис. 1.

Кольцевой слой характеризуются двумя из трех величинами r_t , r_0 , h размерности длины и, соответственно, одной безразмерной величиной. Определим параметр кривизны кольцевого слоя как $\beta = \pm \frac{h}{r_t}$, где знак “+” соответствует внешнему кольцевому слою, знак “–” – внутреннему кольцевому слою. Параметр кривизны внутреннего кольцевого слоя изменяется от –1 до нуля, внешний от 0 до бесконечности.

Как и любой канал кольцевой слой характеризуется площадью проходного сечения F , смоченным периметром Π , гидравлическим диаметром d_t , поток жидкости характеризуется режимными параметрами: средняя скорость, число Re. В табл. 1 представлены выражения для F , Π , d_t через параметры кольцевых слоев для различных каналов.

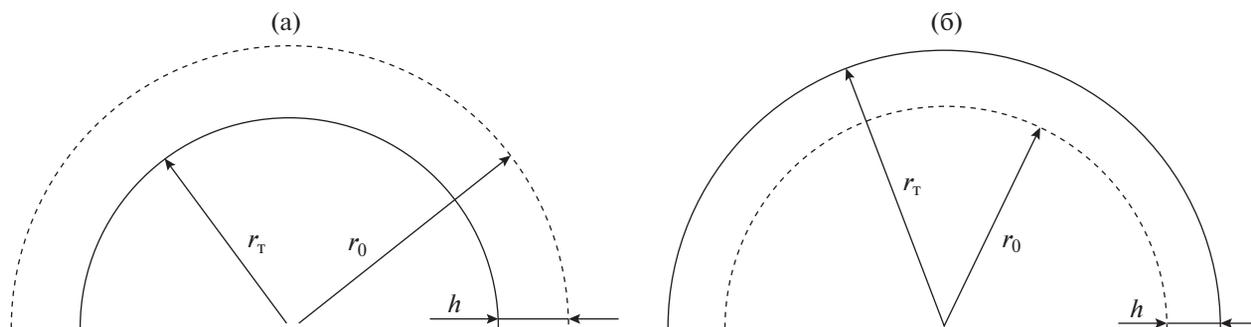


Рис. 1. Кольцевой слой: (а) внешний; (б) внутренний.

*Турбулентное движение теплоносителя
в кольцевом слое с гладкими стенками*

Рассмотрим турбулентное течение теплоносителя во внешнем кольцевом слое с гладкими стенками. Распределение скорости описывается уравнением (1)

$$\frac{U_x}{V_*} = 2.5 \ln \left(\frac{y V_*}{\nu} \right) + 5.5, \quad (1)$$

где U_x – проекция скорости, V_* – динамическая скорость, y – расстояние от стенки, ν – кинематическая вязкость.

Средняя скорость во внешнем кольцевом слое находится интегрированием логарифмического профиля по сечению кольцевого слоя. Стоит отметить, что нижним пределом интегрирования по толщине слоя является значение y_0 , при котором скорость в логарифмическом законе обращается в ноль.

$$\frac{\bar{U}}{V_*} = 2.5 \ln \left(\frac{h V_*}{\nu} \right) + 5.5 - \frac{1.25(4 + \beta)}{2 + \beta} + g(y_0), \quad (2)$$

где \bar{U} – средняя скорость потока, y_0 – начальная координата интегрирования, h – толщина кольцевого слоя.

Значение средней скорости связано с коэффициентом гидравлического сопротивления уравнением $\frac{\bar{U}}{V_*} = \sqrt{8/\lambda}$, в результате получим

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{8}{\lambda}} &= 2.5 \ln \left(\text{Re} \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \right) + 5.5 + \\ &+ 2.5 \ln(4 + 2\beta) - \frac{1.25(4 + \beta)}{2 + \beta} + g(y_0). \end{aligned} \quad (3)$$

Вклад функции $g(y_0)$ в коэффициент гидравлического сопротивления составляет менее 0.1%, поэтому в дальнейших расчетах она не учитывается. Введем обозначение $\sqrt{\lambda/8} = \Lambda$ подставим в (4), получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Lambda} &= 2.5 \ln(\text{Re} \Lambda) + 5.5 + \\ &+ 2.5 \ln(4 + 2\beta) - \frac{1.25(4 + \beta)}{2 + \beta}. \end{aligned} \quad (4)$$

Соотношение (4) в неявном виде определяет зависимость коэффициента гидравлического трения кольцевого слоя от числа Re и параметра кривизны кольцевого слоя β . Для внутреннего кольцевого слоя зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от кривизны можно получить в виде (5), проделав те же действия

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Lambda} &= 2.5 \ln(\text{Re} \Lambda) + 5.5 + \\ &+ 2.5 \ln(4 - 2\beta) - \frac{1.25(4 - \beta)}{2 - \beta}. \end{aligned} \quad (5)$$

Так же из уравнения (2) следует зависимость отклонения максимальной от средней скоростей в зависимости от кривизны кольцевого слоя. Зависимость имеет вид (6), расчетные значения по

Таблица 1. Геометрия кольцевого слоя

Канал/параметр	Внешний кольцевой слой	Внутренний кольцевой слой	Плоский канал ($\beta = 0$)	Круглая труба ($\beta = -1$)
F	$2\pi r_T h(1 + 0.5\beta)$	$2\pi r_T h(1 - 0.5\beta)$	$2\pi r_T h$	πr_T^2
Π	$2\pi r_T$	$2\pi r_T$	$2\pi r_T$	$2\pi r_T$
d_T	$4h(1 + 0.5\beta)$	$4h(1 - 0.5\beta)$	$4h$	$2r_T$

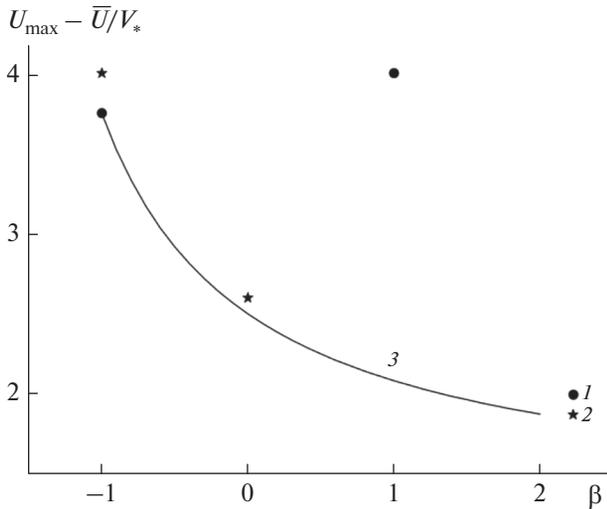


Рис. 2. Зависимость отклонения максимальной от средней скорости в зависимости от кривизны кольцевого слоя β : 1 – значения по [1, 2]; 2 – значения по [3]; 3 – расчетные значения по (6).

которому согласуется с предельными случаями по данным других исследователей [1, 2].

$$\frac{U_{\max} - \bar{U}}{V_*} = \frac{5}{4} + \frac{5}{2\beta + 4}. \quad (6)$$

Для инженерных расчетов коэффициента гидравлического сопротивления при турбулентном режиме теплоносителя в гладкой трубе наиболее популярными являются формулы Прандтля, Блазиуса, Филоненко–Альтшуля [4, 5]. В работе [6] рекомендована новая формула, позволяющая определить коэффициент гидравлического сопротивления гладкой трубы при турбулентном течении теплоносителя до числа Рейнольдса 10^7 . Сравнительный анализ показал отличие значений коэффициента гидравлического сопротивления круглой гладкой трубы, рассчитанного по формуле (4), от значений по формуле Блазиуса не более 4%, от значений по формуле Прандтля не более 1%, от значений по рекомендациям [6] не более 4% вплоть до числа Рейнольдса 10^7 . На рис. 3 проиллюстрирована гидравлическая характеристика кольцевого слоя в зависимости от кривизны канала.

Обобщенная формула (4) может быть применена к расчету коэффициента гидравлического сопротивления пучков стержней. На рис. 4а показана эквивалентная ячейка регулярной треугольной решетки стержней, на рис. 4б эквивалентная ячейка квадратной решетки стержней, включающие один стержень и приходящуюся на него площадь, занятую потоком жидкости. В обоих случаях ячейка выделяется твердой поверхностью стержня диаметром d и линией нулевых касательных напряжений. При не очень плотных упаковках

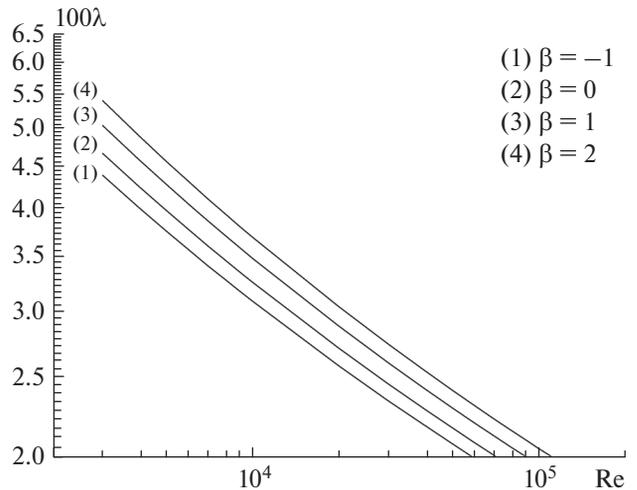


Рис. 3. Гидравлическая характеристика кольцевого слоя в зависимости от кривизны слоя β .

эквивалентную ячейку можно заменить круглой, то есть получим кольцевой слой, при той же площади жидкости.

Соотношение для вычисления внешнего радиуса слоя и параметра кривизны представлены в табл. 2.

На рис. 5 и 6 представлены результаты сравнительного анализа коэффициента гидравлического сопротивления кольцевого слоя $\lambda_{\text{кс}}$ по формуле (4) со значениями, полученными по рекомендованным формулам для стержневых упаковок $\lambda_{\text{су}}$ из [4, 5, 7]. В диапазоне относительного шага от 1.1 до 1.4 для треугольной упаковки и диапазоне относительного шага от 1.15 до 1.4 для квадратной упаковки различие с рекомендованными зависимостями не превышает 10%.

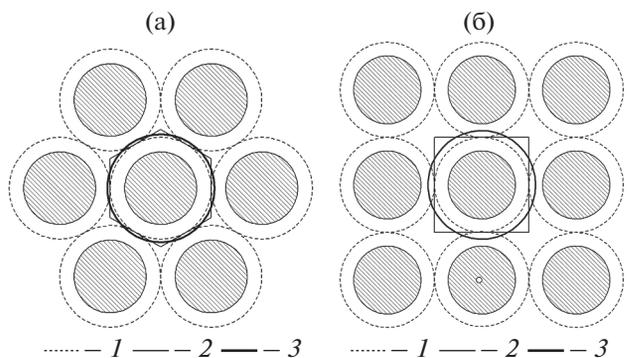


Рис. 4. Эквивалентные ячейки упаковок стержней: 1 – линия нулевых касательных напряжений; 2 – эквивалентная ячейка; 3 – внешний радиус кольцевого слоя.

Таблица 2. Кольцевой слой в пучках стержней

Параметр/Тип упаковки	Треугольная	Квадратная
Внешний радиус слоя	0.525S	0.565S
Параметр кривизны β	1.05S/d-1	1.13S/d-1

где S – шаг решетки; S/d – относительный шаг решетки.

Турбулентное движение теплоносителя в кольцевом слое с шероховатыми стенками

Во внешнем кольцевом слое с шероховатыми стенками распределение скорости описыва-

ется так же логарифмическим законам, но в эквивалентной форме Никурадзе

$$\frac{U_x}{V_*} = 2.5 \ln \left(\frac{y}{\Delta} \right) + \Phi, \tag{7}$$

где Δ – высотный размер шероховатости.

Интегрирование уравнения (7) с учетом $\bar{U} = \sqrt{8/\lambda}$ позволит определить коэффициент гидравлического сопротивления кольцевого слоя

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda_{\text{кк}}}} = 2.5 \ln \left(\frac{h}{\Delta} \right) + \Phi - \frac{1.25(4 \pm \beta)}{2 \pm \beta}. \tag{8}$$

На рис. 7 показаны результаты расчетов отношения значений $\lambda_{\text{кк}}$, полученных по формуле (8), к значениям λ круглой трубы, рассчитанных по формулам из [8, 9], для песочной и двумерной прямоугольной шероховатостей в зависимости от относительной высоты выступов d/Δ . Для других областей сопротивления и другого типа шероховатости необходимо знать значение параметра Φ , способы определения которого рассмотрены в работе [10].

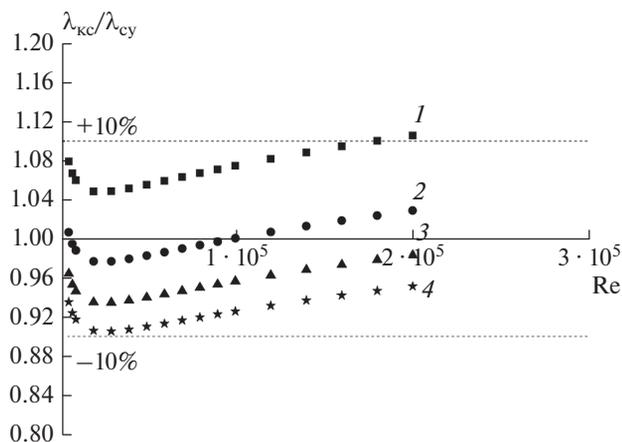


Рис. 5. График зависимости $\lambda_{\text{кк}}/\lambda_{\text{су}}$ в зависимости от числа Re для правильной треугольной упаковки стержней с заданным относительным шагом: 1 – 1.1; 2 – 1.2; 3 – 1.3; 4 – 1.4

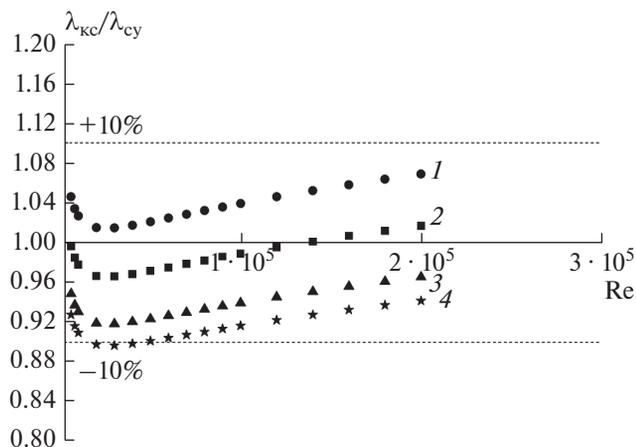


Рис. 6. График зависимости $\lambda_{\text{кк}}/\lambda_{\text{су}}$ в зависимости от числа Re для квадратной упаковки стержней с заданным относительным шагом 1 – 1.15; 2 – 1.2; 3 – 1.3; 4 – 1.4

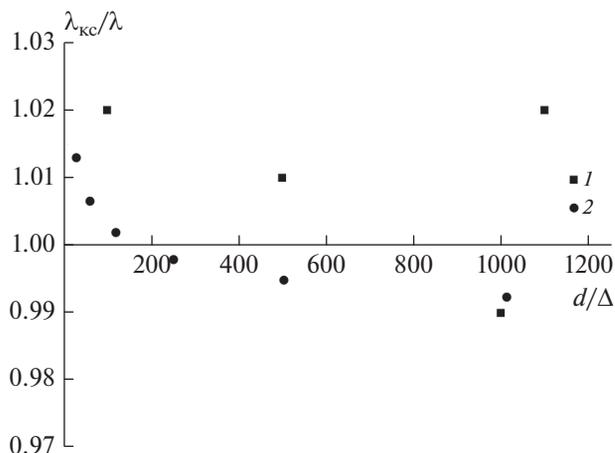


Рис. 7. График зависимости $\lambda_{\text{кк}}/\lambda$ от относительной высоты выступов d/Δ : 1 – двумерная прямоугольная шероховатость [9], 2 – песочная шероховатость [8].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлено определение нового обобщенного одномерного канала – кольцевого слоя. Получены соотношения для коэффициента гидравлического сопротивления и отношения скоростей кольцевого слоя, которые с высокой точностью обобщают данные плоского канала, круглой трубы и пучков стержней. На практике они могут быть использованы в инженерных расчётах гидравлики теплообменного оборудования для нужд атомной энергетики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

1. Андреев С.Ю., Гришин Б.М., Кошев А.Н., Камбург В.Г., Гарькина И.А. // Региональная архитектура и строительство. 2012. № 2(13). С. 107–113.
2. Альтишль А.Д. // Гидравлика и аэродинамика. 1975. Москва: Стройиздат.
3. Высоцкий Л.И. // Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации. 2012. № 4(08). С. 125–138.
4. Идельчик И.Е. // Справочник по гидравлическим сопротивлениям. Под ред. М.О. Штейбенрга. 3-е изд. 1992. Москва: Машиностроение. С. 60–64.
5. Кириллов П.Л., Юрьев Ю.С., Бобков В.П. // Справочник по теплогидравлическим расчетам. Под ред. П.Л. Кириллова. 2-е изд. 1990. Москва: Энергоатомиздат.
6. McKeon B.J. // J. Fluid Mech. 2005. V. 538. P. 429–443.
7. Федорович Е.Д., Фокин Б.С. и др. // Руководящий документ по стандартизации РД 24.035.05–89. Методический указания. Тепловой и гидравлический расчет оборудования АЭС.
8. Nikuradse I. // Forschungs-Heft. 1933. V. 361. P. 1–22.
9. Кадер Б.А. // Теоретические основы химических технологий. 1979. Т. 13. № 5. С. 663–675.
10. Medgedem S., Korsun A.S. et al. // J. Phys.: Conf. Ser. 2020. V. 1689. P. 012054. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1689/1/012054>

Annular Layer is a Generalised One-Dimensional Channel

A. S. Korsun¹*, V. N. Fedoseev¹, M. I. Pisarevskiy¹, Y. N. Pisarevskaya¹, and S. Medgedem¹

¹National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia

*e-mail: Peace579@mail.ru

Received March 3, 2021; revised May 5, 2021; accepted May 12, 2021

In this paper, we introduce the concept of a new generalized one-dimensional channel – the ring layer. It includes a solid cylindrical wall and a liquid or gas layer adjacent to the wall, on the outer surface of which there is no pulse flow and a maximum speed is achieved. By definition, there are two ring layers: outer and inner. For each of them the article presents the calculation formulas of their geometric characteristics: area, wetted perimeter, hydraulic diameter, curvature of the layer. Depending on the curvature parameter of the annular layer β the channel can pass into a flat, round tube or an equivalent cell of rod bundles of different relative pitch. The velocity distribution in the turbulent flow of the coolant in annular channel is described by the universal velocity profile. Relations are obtained for determining the ratio of the maximum speed to the average, the deviation of the maximum speed from the average, the coefficient of hydraulic resistance of the channel depending on its curvature. Depending on the value of the curvature parameter β , they generalize data on the turbulent flow regime of a liquid or gas in a flat channel, a round pipe, an annular channel and bundles of rods with a smooth and rough channel surface. It is indicated that for a given shape and roughness geometry, it is necessary to know the dependence of the second constant of the logarithmic profile on the dimensionless height. Resulting calculation formulas can be used in engineering calculations of the hydraulics of heat exchange equipment.

Keywords: velocity profile, coefficient of hydraulic resistance, annular layer, turbulent flow